

formal representation of systems analytical processing structure, based on OLAP-technologies.].Ryazan State Radio Engineering University. 2010. [In Russian].

2. Oracle ESSBASE Technical reference / Authors: EPM Information Development Team. Oracle Enterprise performance management system documentation release 11.1.2.2.2015. [E-resource]. https://docs.oracle.com/cd/E17236_01/epm.1112/esb_tech_ref.pdf

3. Database Administrator's Guide / Authors: EPM Information Development Team. Oracle Enterprise performance management system documentation release 11.1.2.2. 2015. [E-resource]. https://docs.oracle.com/cd/E17236_01/epm.1112/aps_admin.pdf.

4. Sanjay Goil and Alok Choudhary. High performance OLAP and Data Mining on parallel computers.Center of Parallel and Distributed Computing Technical Report TR-97-05,1997.

УДК [347.238.8+658.727+658.847.7.]:519.876.5:004.

Кікоть О. Ю.,

здобувач, кафедра менеджменту банківської діяльності ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана», викладач Дніпродзержинського технологічного коледжу Дніпродзержинського державного технічного університету

КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МОДЕЛЮВАННЯ АУКЦІОНІВ

Kikot O.Y.,

Postgraduate, Department of Banking Management, Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman Lector of Economics, Dneprodzerzhinsk College of Technologies, Dneprodzerzhinsk State Technical University

CONCEPTUAL FOUNDATIONS OF MODELING AUCTIONS

АНОТАЦІЯ. В статті запропоновано загальний підхід до моделювання аукціонів. Також розглянуто характеристику елементів моделі аукціону, а саме систему припущень, які дозволяють моделювати економічне середовище аукціонних торгів, правила проведення аукціону та алгоритм визначення цінових пропозицій його учасниками.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: аукціон, економічна модель, економічне середовище, механізм, формат аукціонних торгів, підхід до вирішення проблеми, аукціон першої ціни.

ANNOTATION. This paper suggests a general approach towards modeling auctions. We characterize the elements of an auction model, i.e. we provide a system of assumptions, which allows modeling economic environment of auction trade, auction rules, and an algorithm for making bid decisions.

KEY WORDS: auction, economic model, economic environment, mechanism, auction format, solution concept, first-price auction.

Постановка проблеми. Розуміння особливостей функціонування аукціонної торгівлі та різноманітних форматів проведення аукціонних торгів дозволить правильне застосування цього реалізаційного механізму та підвищить ефективність його використання. Однак, в цьому випадку, складність поведінки учасників аукціонів під час торгів часто унеможливує використання загальних методів наукового пізнання. Економіко-математичне моделювання аукціону, з іншого боку, дозволяє встановити зв'язок між специфікою економічної системи, в якій він використовується, форматом проведення торгів та поведінкою учасників аукціону, що робить можливим глибинне дослідження механізму функціонування аукціонних торгів. Більш того, сучасні методи емпіричної оцінки функціонування аукціонів багато в чому базуються саме на їх економіко-математичних моделях [1,6].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Використання математичних методів для аналізу аукціонів започаткував Л. Фрідман [4], а перші спроби моделювання аукціонів, як ігор з неповною інформацією, зустрічаються в роботах В. Вікрі [12]. Починаючи з робіт В. Вікрі такі провідні теоретики як П. Мілгром, Р. Мейрсон, П. Клемперер, Р. Вілсон, С. Атей, К. Вонг та Х. Хонг в своїх дослідженнях використовують економіко-математичне моделювання, як основний метод аналізу та оцінки функціонування аукціонів. Паралельно з проникненнями математичних методів в теорію аукціонів в економіці поширення набуває підхід (або парадигма) Гурвіца до моделювання економічних систем [7]. За цього підходу економічна система поділяється на три відносно незалежні складові: економічне середовище, механізм та підхід до вирішення проблеми. Такий поділ значно підвищує можливості теоретичного моделювання та аналізу досліджуваної економічної системи [див. 2,3].

Мета роботи. В рамках парадигми моделювання економічних систем Гурвіца запропонувати загальний підхід до моделювання аукціонів та охарактеризувати основні компоненти загальної моделі аукціонних торгів.

Викладення основного матеріалу дослідження. Можливості теоретичної та емпіричної оцінки функціонування аукціонів, як

реалізаційного механізму, багато в чому залежать від правильного розуміння поведінки учасників аукціону на всіх етапах його проведення¹. На перший погляд, розмаїття можливих ситуацій, в яких використовуються аукціони, та безліч варіантів правил їх проведення унеможливають системний теоретичний аналіз поведінки учасників торгів. Однак, як ми побачимо в подальшому, така проблема може бути достатньо успішно вирішена в рамках економіко-математичного моделювання аукціонної торгівлі. Емпіричні дослідження аукціонів також багато в чому базуються саме на економічних моделях відповідних торгів [1].

Найбільш важливим з точки зору моделювання аукціону виступає третій етап його проведення – аукціонний торг. Процес проведення аукціонного торгу залежить від його формату. Сам формат проведення торгів визначається продавцем, виходячи з відповідної економічної ситуації, в якій продавець має намір використовувати цей реалізаційний механізм, та очікуваної поведінки учасників під час торгів.

Це не означає, що інші етапи проведення аукціону не впливають на його функціонування, але їх вплив, зазвичай, має вторинний, несистемний та менш передбачуваний характер, і, в результаті, набагато гірше піддається формальному економіко-математичному моделюванню. Тому, на нашу думку, аналіз та оцінка функціонування аукціонів повинні базуватися на об'єднанні системного економіко-математичного моделювання формату торгів з менш формальним та ситуативно залежним аналізом впливу особливостей проведення інших етапів аукціону. Причому, вплив інших факторів краще за все вбудовується саме в емпіричне дослідження, яке більш гнучке і дозволяє враховувати ідіосинкратичні компоненти, притаманні взаємодії конкретного економічного середовища з відповідним форматом проведення торгів.

Таким чином набирає важливості розробка системного підходу до економіко-математичного моделювання аукціонів. Саме системний підхід не тільки спростить моделювання відповідного реалізаційного механізму у кожному окремому випадку, а й дозволить зрозуміти глибинні зв'язки між економічним середовищем аукціону, форматом його проведення та поведінкою учасників під час торгів. Такий підхід також дозволить закласти надійне підґрунтя під емпіричні дослідження аукціонної торгівлі.

¹ Нагадаємо, що до основних етапів проведення аукціону відносять: підготовку до проведення аукціону, огляд об'єкту торгів, саме аукціонний торг, оформлення та виконання аукціонної угоди.

Визначення загального підходу до моделювання аукціонів

Найбільш перспективним, з точки зору узагальнення економіко-математичного моделювання аукціонів, виступає підхід, запропонований Гурвіцом у 1973 році в статті під назвою «Розробка механізмів розподілу ресурсів» [7], який на сьогоднішній день застосовується практично в усіх галузях економічної науки саме для аналізу характеристик та особливостей функціонування різноманітних економічних та соціально-політичних систем. Цей підхід також використовується для розробки оптимальних економічних систем або механізмів, які досягають необхідних розробнику цілей, за умови задоволення відповідних обмежень [3,11].

В рамках теорії аукціонів суть цього підходу полягає в тому, що модель аукціону, який розглядає дослідник, поділяється на три основні компоненти: а) економічне середовище, в якому проводиться аукціон (англ. environment); б) саме аукціон, як механізм реалізації виставленого на торги об'єкту (англ. mechanism); в) підхід до вирішення проблеми або, у випадку аукціонів, «алгоритм», який визначає (оптимальну) поведінку учасників під час проведення торгів (англ. solution concept).

Необхідно додати, що з трьох зазначених компонентів продавець краще за все може контролювати (вибирати) саме правила проведення аукціону, або, в термінології Гурвіца, реалізаційний механізм. Тобто, за цього підходу, одразу стає зрозумілим, що основна проблема продавця – це вибрати найкращий або оптимальний формат проведення аукціону для досягнення поставлених ним цілей в умовах існуючого економічного середовища, відповідної поведінки учасників ринку та можливих інформаційних, інституційних та законодавчих обмежень. Звісно, це не виключає можливостей впливу продавця на економічне та інституційно-законодавче середовище проведення аукціону. Однак, такі можливості, у порівнянні з впливом на правила проведення аукціону, скоріше за все, будуть обмежені.

Таким чином, моделювання аукціонів в економічній теорії зводиться до математичного моделювання трьох ключових компонент даної економічної системи: економічного середовища, формату проведення аукціонних торгів та підходу до вирішення проблеми. Саме особливості їх моделювання ми будемо розглядати в подальшому. Для кращого розуміння можливостей використання запропонованого нами загального підходу до моделювання аукціонів ми розглянемо модель закритого аукціону першої ціни.

Моделювання економічного середовища аукціону

За Гурвіцом економічне середовище — це набір відносно екзогенних економічних змінних, які впливають на процес проведення

і результати аукціонних торгів, та, в той же час, знаходиться поза межами контролю з боку продавця або організатора аукціону. До основних змінних, які характеризують економічне середовище в аукціонній торгівлі, на нашу думку, необхідно віднести:

а) Список учасників або потенційних учасників аукціонних торгів (позначимо їх кількість через N).

б) Для кожного i -го учасника аукціону, $i = 1, \dots, N$, список ключових змінних, які спричиняють значний вплив на його поведінку під час проведення торгів. В залежності від досліджуваної ситуації він включатиме:

1. закон розподілу цінності об'єкту торгів, позначеної як v_i , який задається або функцією розподілу $F_i(v)$ або функцією щільності розподілу $f_i(v)$. Зазвичай цінність об'єкту має грошову оцінку, але можливі ситуації, коли дослідники мають справу з негрошовою оцінкою;

2. вподобання i -го учасника торгів, які задаються функцією корисності, позначеної як $U_i(v)$;

3. наявні грошові та інші ресурси, які визначають його ресурсні обмеження;

4. витрати, пов'язані з його участю в аукціоні;

5. технологічні можливості учасника торгів;

6. поточне володіння субститутами або комплементарями об'єкту торгів;

7. інше.

в) Характеристики об'єкту торгів. Наприклад, економічна природа об'єкту або джерело його цінності для учасників торгів, цінність об'єкту для продавця, подільність та інше.

г) Інші екзогенні змінні, які, наприклад, можуть включати інтенсивність конкуренції в галузі, конфігурацію галузі, державне галузеве регулювання, політичні інтереси та вплив політичних груп та інше.

д) Всі можливі варіанти закінчення аукціону для учасників торгів. Тобто можливі конфігурації переможців аукціону, доходи продавця та суми, які повинні сплатити учасники торгів за результатами аукціону.

Глибинний аналіз економічного середовища підказує нам, що одне середовище від іншого відрізняється, головним чином, характеристиками учасників та об'єкту торгів. Слід зазначити, що характеристики об'єкту та характеристики учасників аукціону взаємодіють між собою через властивості розподілу цінності об'єкту та попередньої інформації серед учасників торгів. Значення мають дві властивості: перша — ступінь взаємо-

пов'язаності цінності об'єкту торгів серед їх учасників; друга — характер статистичної залежності попередньої інформації стосовно цінності об'єкту, якою володіють учасники аукціону.

За першою властивістю виділяють наступні типи об'єктів торгів:

1. об'єкти, які мають власну цінність для учасників торгів (англ. private values). В цьому випадку економісти-теоретики оперують поняттям власна цінність об'єкту торгів;

2. об'єкти, які характеризуються взаємозалежними цінностями серед учасників торгів (англ. interdependent values). Тобто цінність об'єкту торгів для i -го учасника залежить від його цінності для інших учасників торгів. В цьому та наступному випадках економісти-теоретики оперують поняттям сигналів або поняттям типів учасників торгів, тому що, в цій ситуації, до проведення аукціону, учасникам недостатньо інформації для визначення власної цінності об'єкту торгів;

3. об'єкти, які мають однакову цінність для всіх учасників торгів (англ. common values).

За другою властивістю також виділяють три можливі ситуації розподілу попередньої інформації:

1. незалежний розподіл ціннісної інформації серед учасників торгів;

2. афілійований розподіл інформації;

3. загальний розподіл інформації.

Взаємозв'язок цінності об'єкту торгів та розподілу попередньої ціннісної інформації серед їх учасників створюють унікальне економічне середовище, яке визначає поведінку учасників торгів під час їх проведення.

Тобто, наприклад, за одного й того ж самого формату проведення торгів учасники торгів, які мають власні та незалежні цінності, будуть використовувати інші стратегії формування цінових пропозицій ніж учасники з однаковими та афілійованими цінностями. Класифікацію типів економічного середовища за цими критеріями можна знайти в таблиці 1.

Хоча представлені в таблиці 1 змінні в теорії аукціонів традиційно вважаються визначальними, інші змінні також впливають на тип економічного середовища. Серед них особливо слід відмітити відношення учасників до ризику. Зазвичай, ступінь сприйняття ризику задається функцію корисності фон Неймана-Моргенштерна $U_i(v)$. Бюджетні обмеження впливають на поведінку учасників торгів, але тільки тоді, коли ці обмеження не дозволяють запропонувати оптимальну ціну.

ТИПИ ЕКОНОМІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ЗА РОЗПОДІЛОМ ІНФОРМАЦІЇ ТА ЦІННІСТЮ ОБ'ЄКТУ ТОРГІВ

Тип розподілу інформації Тип цінності об'єкту торгів	Незалежний розподіл ціннісної інформації	Афілійований розподіл ціннісної інформації	Загальний розподіл ціннісної інформації
Власна цінність об'єкту торгів	а) Розподіл цінностей: $F(v, s) = \prod_{i=1}^N F_i(v_i) \times F_0(s)$ б) Цінність об'єкту торгів ¹ : $v_i(v, s) = v_i$	а) Розподіл цінностей ² : $F(v, s) = \tilde{F}(v_1, v_1, \dots, v_N, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i(v, s) = v_i$	а) Загальний розподіл цінностей: $F(v, s) = F(v_1, v_1, \dots, v_N, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i(v, s) = v_i$
Взаємозалежна цінність об'єкту торгів	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = \prod_{i=1}^N F_i(t_i) \times F_0(s)$ б) Цінність об'єкту торгів ² : $v_i(t, s) = v_i(t_i, t_{-1}, s)$	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = \tilde{F}(t_1, t_1, \dots, t_N, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i(t, s) = v_i(t_i, t_{-1}, s)$	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = F(t_1, t_1, \dots, t_N, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i(t, s) = v_i(t_i, t_{-1}, s)$
Однакова цінність об'єкту торгів	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = \prod_{i=1}^N F_i(t_i) \times F_0(s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i = v$	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = \tilde{F}(t_1, t_1, \dots, t_N, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i = v$	а) Розподіл інформації: $F(t, s) = F(t_1, t_1, \dots, t, s)$ б) Цінність об'єкту торгів: $v_i = v$

Джерело: Розроблено автором самостійно

¹ v_i – це грошовий вираз цінності об'єкту торгів для i -го учасника, а s – вектор інформації, якою володіє продавець товару. Тобто, для побудови цієї таблиці ми припускаємо, що учасники торгів мають нейтральне відношення до ризику (англ. risk neutral).

² Афілійованість інформаційних змінних або типів учасників торгів (v, s) означає, що кумулятивна функція розподілу $\tilde{F}(v, s)$ задовольняє умові $\tilde{F}((v', s') \vee (v'', s'')) \times \tilde{F}((v', s') \wedge (v'', s'')) \geq \tilde{F}(v', s') \times \tilde{F}(v'', s'')$, де (v', s') та (v'', s'') – послепментний максимум, а $(v', s') \wedge (v'', s'')$ – послепментний мінімум [9].

³ Тут і надалі (t_1, t_2, \dots, t_N) – це, в термінології теорії ігор, вектор типів учасників торгів, або вектор інформації, яка доступна учасникам торгів до початку їх проведення.

Витрати на участь в аукціоні зменшують імовірність того, що потенційний учасник торгів взагалі прийматиме в них участь.

Одним з припущень стосовно економічного середовища, які часто використовуються в теорії аукціонів, виступає припущення симетричності учасників аукціонних торгів. Симетричність проявляється в двох вимірах: 1) однаковість функцій розподілу типів учасників торгів або $f_i(t, s) = f(t, s)$, для всіх $i = 1, \dots, N$, де $f(t, s)$, симетрична за N першими аргументами¹; 2) однаковість ціннісних функцій або $v_i(t, s) = v(t_1, t_{-1}, s)$, для всіх $i = 1, \dots, N$, де $v(t_i, t_{-i}, s)$ симетрична за $N-1$ інформаційними змінними конкурентів ($t-i$). Хоча в деяких економічних системах симетричність учасників може бути досить обмежуючим припущенням, вона часто дозволяє спростити вирішення системи рівнянь, яка описує функціонування відповідного аукціону.

Слід зазначити, що ефект складових економічного середовища буде по-різному проявлятися в поведінці учасників торгів за різних форматів їх проведення. Однак, окреме економічне середовище не має прямого зв'язку з форматом проведення торгів. Тобто, будь-який формат проведення торгів потенційно може використовуватися за будь-якого економічного середовища.

Моделювання формату проведення аукціону

До стандартних форматів проведення аукціонних торгів відносять одиничні та множинні торги, які можуть проводитися у відкритому та закритому вигляді. Відкриті торги поділяються на торги з підвищенням цінових пропозицій та зі зниженням цінових пропозицій [8]. Після того, як формат проведення торгів був вибраний, та чіткі правила проведення аукціону встановлені, дослідник може аналізувати та моделювати взаємодію між економічним середовищем та форматом проведення торгів.

Формат торгів, який складається з механізму внесення цінових пропозицій, механізму визначення переможця та механізму визначення ціни реалізації за певної поведінки учасників торгів, визначає імовірність вигравшу аукціону кожним з учасників, кількість виграного ним об'єкту торгів, його очікуваний прибуток, очікуваний дохід організатора торгів та інше. Таким чином, фор-

¹ Функція $f: T^N \rightarrow R$ симетрична за N першими аргументами, якщо для будь-якої перестановки $\sigma(\cdot)$ множини $\{1, 2, \dots, N\}$ та для будь-якого вектору $t \in T^N$, $f(t_1, t_2, \dots, t_N, s) = f(t, s) = f(t_{\sigma(1)}, t_{\sigma(2)}, \dots, t_{\sigma(N)}, s)$.

мат проведення аукціону проявляє себе в моделі через відповідні математичні вирази для кожного, цікавого досліднику, економічного показника функціонування торгів.

Цей компонент моделі також передбачає визначення ендогенних або залежних змінних, які, за правилами проведення аукціону, знаходяться під контролем або вибираються їх учасниками. В результаті моделювання формату торгів, дослідник отримує математичні вирази відповідних показників, які залежать від контрольованих учасниками торгів змінних. Поведінка учасників торгів проявляється саме через вибір конкретних значень ендогенних змінних. Тому, наступний компонент моделі аукціону відповідає за визначення (оптимальної) поведінки учасників аукціону під час торгів.

Розглянемо аукціон першої ціни. Для початку припустимо, що економічне середовище характеризується власними цінностями об'єкту торгів, незалежним розподілом ціннісної інформації та нейтральними до ризику симетричними учасниками торгів. Витрати на підготовку цінових пропозицій дорівнюють нулю, а бюджетних обмежень немає. Продавець не має невідомої інформації стосовно об'єкту торгів.

За правилами аукціону першої ціни, учасники аукціону одночасно в запечатаних конвертах подають цінові заявки, в яких вказують максимальну ціну, яку вони згодні заплатити за виставлений на торги об'єкт. Організатор торгів відкриває конверти та порівнює цінові пропозиції. Аукціон виграв учасник, який запропонував найвищу ціну. Реалізаційна ціна дорівнює ціні, яку запропонував переможець торгів.

Припустимо також, що цінові пропозиції учасників залежать від цінності об'єкту торгів, тобто ціна, яку запропонує i -й учасник, може бути представлена у вигляді функції $b_i : [\underline{v}, \bar{v}] \rightarrow R_+$, визначеної на області всіх потенційно можливих цінностей об'єкту торгів. В такому випадку, використовуючи таблицю 1, ми можемо отримати необхідні математичні вирази. Так, імовірність виграти аукціон першої ціни i -м учасником, якщо його цінність дорівнює v_i , складає:

$$P(i \text{ виграв аукціон} | V_i = v_i) = P(b_i(v_i) \geq \max_{i \neq j} \{b_j(v_j)\} | V_i = v_i),$$

де імовірнісна міра визначається сукупним розподілом $F(v)$. Необхідно зазначити, що імовірність виграти аукціон визначається

не тільки розподілом цінностей об'єкту торгів, а й поведінкою учасників торгів, яка характеризується саме стратегіями визначення цінкових пропозицій $b_i(\cdot)$, $i = 1, \dots, N$. Прибуток i -го учасника дорівнює

$$\pi_i(v_i, v_{-i}) = \begin{cases} v_i - b_i(v_i), & \text{якщо } b_i(v_i) > \max_{i \neq j} \{b_j(v_j)\} \\ 0, & \text{якщо } b_i(v_i) \leq \max_{i \neq j} \{b_j(v_j)\} \end{cases}$$

Очікуваний прибуток i -го учасника, з цінністю об'єкту v_i , дорівнює $\pi_i(v_i) = E[\pi_i(v_i, v_{-i}) | v_i]$ або

$$\pi_i(v_i) = (v_i - b_i(v_i))P(b_i(v_i) \geq \max_{i \neq j} \{b_j(v_j)\} | V_i = v_i), \quad 1$$

а сума, яку він, в цьому випадку, очікує сплатити організатору аукціону, дорівнює $c(v_i) = b_i(v_i)P(b_i(v_i) \geq \max_{i \neq j} \{b_j(v_j)\} | V_i = v_i)$.

Очікуваний дохід організатора аукціону від i -го учасника торгів дорівнює $\Pi_i = E[c(v_i)]$, а загальний очікуваний дохід $\Pi = \sum_{i=1}^N E[c(v_i)]$. Подальший аналіз зазначених вище показників потребує більш детальної інформації стосовно $b_i(v_i)$ або поведінки учасників під час торгів.

Підхід до вирішення проблеми

Попередній аналіз підказує, що а ні економічне середовище, а ні формат проведення торгів безпосередньо не визначають поведінку учасників аукціону. Тобто цінкові пропозиції встановлюються самими учасниками торгів, виходячи з доступної їм інформації, власних цілей, можливостей, правил проведення аукціону та інших факторів.

Наукові підходи до вивчення фактичної та оптимальної, з економічної точки зору, поведінки або стратегій участі у відповідному в аукціоні можуть бути різним, але, в парадигмі моделювання економічних систем Гурвіца, поведінка учасників торгів визначається вибором підходу до вирішення проблеми. Припущення, на яких базується підхід до вирішення проблеми, надають економічного змісту та математичного вигляду функціональній залежності між доступною учаснику аукціону попередньою інформацією та його поведінкою під час торгів.

Перші спроби аналізу поведінки учасників аукціону зробив Л. Фрідман в своїй роботі «Конкурентні стратегії участі в аукціонних торгах» [4], в якій він довів необхідність, при формулюванні власної цінової пропозиції, прийняття учасником аукціону до уваги (історичного) розподілу запропонованих конкурентами цін на подібні товари.

Наступним кроком в розумінні поведінки учасників аукціонів стало усвідомлення того, що учасники торгів під час визначення цінової пропозиції, повинні прямо враховувати інформацію, якою володіють їх конкуренти до початку торгів та реакцію конкурентів на власні дії під час торгів. Так, В. Вікрі запропонував розглядати аукціон як гру, а в якості підходу до вирішення проблеми використовувати концепції рівноважної поведінки гравців-учасників аукціону, які в теорії ігор використовуються для визначення стратегій учасників гри [12].

Згодом в теорії аукціонів, в якості підходу до вирішення проблеми, найбільшого поширення набули концепції рівноваги в домінуючих стратегіях та рівноваги Байєса–Неша. Головна ідея даних концепцій рівноважної поведінки полягає у тому, що кожен учасник аукціону під час формування власної цінової пропозиції поводить себе стратегічно. Тобто, він визначає цінову пропозицію таким чином, щоб вона максимізувала його власний «прибуток» від участі в торгах, за умови врахування аналогічної стратегічної поведінки з боку його конкурентів. Формальне визначення відповідних концепцій можна знайти у підручниках з теорії ігор Р. Мейрсона [10] або Д. Фанденберга та Я. Тіроля [5]. Застосування концепції рівноваги Баєса-Неша для моделювання аукціону першої ціни можна знайти нижче.

За умовами аукціону першої ціни кожен учасник сам визначає цінову пропозицію, а концепція рівноваги Баєса-Неша передбачає, що він вибирає власну цінову пропозицію b_i , яка максимізує його очікуваний прибуток $\pi_i(v_i)$. Симетричність учасників аукціону та незалежність їх цінностей означає, що $b_i(\cdot) = b_j(\cdot) = b(\cdot)$ для всіх $i, j = 1, \dots, N$. Більш того, строго зростаюча рівноважна стратегія $b(\cdot)$ існує, вона неперервна та навіть диференційована [див. 8]. Таким чином, вираз (1) можна записати як:

$$\pi_i(v_i, b_i, b(\cdot)) = (v_i - b_i) \prod_{j \neq i}^N P(b(v_j) \leq b_i)$$

Строга монотонність $b(\cdot)$ означає, що кожному b_i відповідає унікальний $x_i \in [\underline{v}, \bar{v}]$ такий, що $b_i = b(x_i)$. Таким чином, замість b_i учасник може вибирати x_i , а прибуток дорівнюватиме $\pi_i(v_i, x_i, b(\cdot)) = (v_i - b(x_i))F(x_i)^{N-1}$. Умови першого порядку для максимуму повинні виконуватися в точці $x_i = v_i$:

$$v_i - b(v_i))(N-1)f(v_i)F(v_i)^{N-2} - b'(v_i)F(v_i)^{N-1} = 0$$

Тобто, оптимальна стратегія поведінки учасника аукціону першої ціни визначається звичайним диференціальним рівнянням першого порядку з граничною умовою $b(\underline{v}) = \underline{v}$. Рішенням даного рівняння є рівноважна стратегія участі в аукціоні згідно концепції Баеса-Неша. Рівноважна оптимальна стратегія i -го учасника торгів має наступний вигляд:

$$b(v_i) = \underline{v} + (N-1) \int_{\underline{v}}^{v_i} \frac{xf(x)F(x)^{N-2}}{F(v_i)^{N-1}} dx$$

Тобто, учасник аукціону з власною цінністю v_i повинен запропонувати ціну, яка дорівнює очікуваній цінності об'єкту торгів для індивідууму з другою максимальною цінністю за умови, що v_i це максимальна цінність серед усіх учасників аукціону. Очікуваний дохід організатора аукціону дорівнює:

$$\begin{aligned} \prod N \int_{\underline{v}}^{v_i} b(x)F(x)^{N-1} f(x)dx &= \underline{v} + \\ + N(N-1) \int_{\underline{v}}^{v_i} xF(x)^{N-2} [1 - F(x)]f(x)dx \end{aligned}$$

Таким чином, знаючи оптимальну поведінку учасників торгів, можна не тільки визначити імовірність виграшу відповідного учасника торгів, його прибуток, доходи організатора аукціону, а й передбачити вплив екзогенних змінних на результати проведення аукціону.

Висновки та перспективи подальших досліджень. В рамках проведеного дослідження ми запропонували загальний підхід до моделювання аукціонів. Цей підхід передбачає поділ моделі аукціону на три відносно незалежні компоненти: а) моделювання

економічного середовища проведення аукціонних торгів; б) моделювання реалізаційного механізму або правил проведення торгів; в) підхід до вирішення проблеми або моделювання поведінки учасників торгів. Для кожного з компонентів ми надали його загальну характеристику. Запропонований нами підхід дозволяє проведення глибинного аналізу та оцінки функціонування різноманітних форматів проведення аукціонних торгів. В наступних дослідженнях планується використання цього підходу для оцінки ефективності аукціонів цінних паперів.

Література

1. *Athey S. Nonparametric Approaches to Auctions/ Athey S., Haile P.A.* — In: Heckman, J.J., Leamer, E. (Eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. 6A., Elsevier (Chapter 62), 2007, p. 3849–3965.
2. *Bolton, P. Contract Theory/ Bolton, P., Dewatripont M.F.*, — the MIT Press, 2004, p. 744.
3. *Borgers, T. An Introduction to the Theory of Mechanism Design/ Borgers, T.* — Oxford University Press, USA, 2015, p. 272.
4. *Friedman, F. A Competitive Bidding Strategy/ Friedman, F.* — *Operations Research*, 1956, 4, p. 104–112.
5. *Fudenberg, D. Game Theory/ Fudenberg, D., Tirole, J.* — the MIT Press, 1991, p. 603.
6. *Hong, H. An Introduction to the Structural Econometrics of Auction Data/ Hong, H., Paarsch, H. J.* — the MIT Press, Cambridge, 2006, p. 448.
7. *Hurwicz, L. The Design of Mechanisms for Resource Allocation/ Hurwicz, L.* — *American Economic Review*, 63(2), p. 1–30.
8. *Krishna, V. Auction Theory/ Krishna, V.* — Academic Press, 2002, p. 303.
9. *Milgrom, P. A Theory of Auctions and Competitive Bidding/ Milgrom, P., Weber, R.* *Econometrica*, 50, p. 1089–1122.
10. *Myerson, R. Game Theory: Analysis of Conflict/ Myerson, R.* — Harvard University Press, 1997, p. 600.
11. *Myerson, R. Optimal Auction Design/ Myerson, R.* — *Mathematics of Operations Research*, 6, 1981, p. 58–73.
12. *Vickrey, W. Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders/ Vickrey, W.* — *Journal of Finance*, American Finance Association, vol. 16(1), 1961, p. 8–37.

References

1. *Athey S. Nonparametric Approaches to Auctions/ Athey S., Haile P.A.* — In: Heckman, J.J., Leamer, E. (Eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol. 6A., Elsevier (Chapter 62), 2007, p. 3849–3965.

2. *Bolton, P. Contract Theory/ Bolton, P., Dewatripont M.F., — the MIT Press, 2004, p. 744.*
3. *Borgers, T. An Introduction to the Theory of Mechanism Design/ Borgers, T. — Oxford University Press, USA, 2015, p. 272.*
4. *Friedman, F. A Competitive Bidding Strategy/ Friedman, F. — Operations Research, 1956, 4, p. 104–112.*
5. *Fudenberg, D. Game Theory/ Fudenberg, D., Tirole, J. — the MIT Press, 1991, p. 603.*
6. *Hong, H. An Introduction to the Structural Econometrics of Auction Data/ Hong, H., Paarsch, H. J. — the MIT Press, Cambridge, 2006, p. 448.*
7. *Hurwicz, L. The Design of Mechanisms for Resource Allocation/ Hurwicz, L. — American Economic Review, 63(2), p. 1–30.*
8. *Krishna, V. Auction Theory/ Krishna, V. — Academic Press, 2002, p. 303.*
9. *Milgrom, P. A Theory of Auctions and Competitive Bidding/ Milgrom, P., Weber, R. Econometrica, 50, p. 1089–1122.*
10. *Myerson, R. Game Theory: Analysis of Conflict/ Myerson, R. — Harvard University Press, 1997, p. 600.*
11. *Myerson, R. Optimal Auction Design/ Myerson, R. — Mathematics of Operations Research, 6, 1981, p. 58–73.*
12. *Vickrey, W. Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders/ Vickrey, W. — Journal of Finance, American Finance Association, vol. 16(1), 1961, p. 8–37.*