

німально привабливих норм дохідності облігацій, які знаходять своє відображення у розмірах купонних ставок та величинах дисконтів від номінальної вартості цих боргових зобов'язань.

Наприкінці необхідно підкреслити, що розроблене програмне забезпечення дозволяє працювати не лише з окремими борговими цінними паперами, але й забезпечує об'єктивну незалежну експертну оцінку портфеля цінних паперів. Для кожного цінного паперу, який входить у портфель, можна отримати поточну вартість цінного паперу, вартість цінного паперу з урахуванням ризику неплатежу, отримати надійність кожного цінного паперу, величину потенційних фінансових втрат в кожний період виплат, і розрахувати ймовірність дефолту кожного цінного паперу.

Література

1. Долінський Л., Галкін А. Оцінка вартості облігацій з урахуванням ризику неплатежу // Вісник Національного банку України. — 2007. — № 7. — С. 46—49.
2. Долінський Л., Галкін А. Імовірнісні моделі оцінки ризику неплатежу та визначення вартості облігацій // Вісник Національного банку України. — 2007. — № 8. — С. 38—40.
3. Долінський Л., Галкін А. Оцінка вартості векселів із урахуванням ризику неплатежу // Фінанси України. — 2009. — № 6. — С. 41—50.
4. Равікович Є.І., Присенко Г.В. Макроекономічне прогнозування: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2002. — 172 с.

УДК 338.27

Д. Б. Кайданович, аспірант,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана»

ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ ФІНАНСОВИХ ПОКАЗНИКІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ЗУСТРІЧНОГО РОЗПОВСЮДЖЕННЯ

АНОТАЦІЯ. Автором статті розроблений принципово новий підхід до прогнозування розвитку фінансових показників, який ґрунтується на розпізнаванні образів динаміки фінансових даних, які свідчать про подальшу відповідну зміну аналізованого показника. У даному випадку розпізнавання образів здійснюється картою самоорганізації Кохонена, а інтерпретація результату кластеризації та віднесення до одного із встановлених класів змін показника здійснюється шаром Гроссберга.

ANNOTATION. There is developer by the author of article the essentially new approach to forecasting of developer of financial indicators which is based on recognition of patterns in structure of the price curves, testifying the further corresponding fluctuation of the analyzed financial indicator. The recognition images is carried out by a self-organizing map of Kohonen, and interpretation of clustering result and its reference to one of the established classes of changes of an indicator is carried out by Grossberg layer.

КЛЮЧОВІ СЛОВА. Штучні нейронні мережі, штучної нейронної мережі зустрічного розповсюдження, ваги синоптичних зв'язків, навчання з вчителем, навчання без вчителя, карта Кохонена, зірка Гроссберга.

Враховуючи тривалий кризовий період, який протягом останнього десятиріччя постійно дестабілізує світові фінансові ринки, а останнім часом і перекинувся на реальний сектор економіки більшості країн, завдання побудови адекватних та достовірних прогнозів набуває все більшої важливості та актуальності. На сьогодні розроблено широкий комплекс методів і моделей для передбачення майбутнього у сфері фінансів. Однак більшість реально-використовуваних моделей прогнозування розвитку фінансових систем ґрунтуються на класичному економетричному інструментарії, застосування якого передбачає розподіл аналізованих випадкових величин згідно нормального закону, статистичну незмінність зовнішніх умов тощо, чого насправді у реальній економіці немає.

Якщо здійснити аналіз причинно-наслідкових зв'язків такої поведінки фондових ринків як розвинутих країн, так і країн з перехідною економікою, то можна дійти висновків, що, з одного боку, наслідком відзначених різких коливань фінансових показників є неможливість їх адекватного прогнозування із використанням класичних математичних підходів. А, з іншого боку, саме зростаюча неспроможність широко розповсюджених економіко-математичних методів і моделей адекватно здійснювати аналіз та прогнозування розвитку фінансово-економічних систем стає однією з головних причин виникнення таких значних криз на фондових ринках.

Відповідно, виникає потреба у розробці та застосуванні для аналізу та прогнозування розвитку фінансових і економічних систем нових економіко-математичних методів та моделей, які відповідатимуть умовам сучасної економіки. Одним із таких напрямів моделювання є застосування інструментарію нейронних мереж.

Штучні нейронні мережі можуть змінювати свою поведінку залежно від зовнішнього середовища. Після пред'явлення вхідних сигналів вони самонастроюються, щоб забезпечувати необхідну реакцію. Ця властива їм здатність бачити образ крізь шум і спотворення життєво важлива для розпізнавання образів у реаль-

ному світі, зокрема розпізнавання образів у структурі цінових кривих. Вони відкривають шлях до системи, яка може мати справу з недосконалою чи не повною інформацією [2].

Нейронні мережі здатні самонавчатися, отримувати обґрунтований результат даних, які не зустрічалися в процесі навчання, знаходити оптимальні для даного інструменту індикатори і будувати на їх основі прогноз.

Використання нейронних мереж забезпечує наступні корисні властивості систем [3]: нелінійність відображення вхідної інформації у вихідну (зазначимо, що спочатку не існує жодної зумовленої статистичної моделі вхідних даних); адаптивність (здатність адаптувати свої синаптичні ваги до змін навколишнього середовища); очевидність відповіді (у контексті завдання класифікації образів нейромережа, збирає інформацію для визначення конкретного класу і для збільшення достовірності рішення, яке ухвалюється, ці дані можуть використовуватися для виключення сумнівних рішень); контекстна інформація (кожен нейрон мережі може підпадати під вплив усіх її нейронів) [3]; масштабованість [8].

Як відомо, в сучасній практиці розрізняють багато типів нейронних мереж. Основна їх відмінність полягає в кількості шарів нейронів (одношарові та багатошарові) та застосуванні алгоритмів навчання.

Унікальність апарату штучних нейронних мереж у першу чергу полягає в їхній здатності до навчання, яке відбувається за допомогою інтерактивного процесу корегування синаптичних ваг і порогів за допомогою моделювання середовища, в яке ця мережа вбудована [9].

Розрізняють алгоритми навчання з вчителем і без вчителя.

Алгоритм навчання без вчителя полягає в послідовній зміні синаптичних ваг нейронній мережі у відповідь на збудливі сигнали, які виробляються відповідно до певних правил, що повторюється до тих пір, доки не буде сформована остаточно конфігурація системи [10]. Процес навчання виділяє статистичні властивості множини для навчання і групує схожі вектори в класи. Пред'явлення на вхід вектора з даного класу дасть певний вихідний вектор, але до навчання неможливо передбачити, який вихід проведеться даним класом вхідних векторів. Отже, виходи подібної мережі повинні трансформуватися в деяку зрозумілу форму, обумовлену процесом навчання. Нейронна мережа навчається, подаючи послідовність вхідних образів разом з категоріями, яким ці образи належать.

До нейронних мереж, що навчаються без учителя, належать нейронні мережі зустрічного розповсюдження. У зустрічному розпо-

всюдженні об'єднані два відомих алгоритми: карта Кохонена і зірка Гроссберга. Їх об'єднання веде до властивостей, яких немає ні у одного з них окремо, прояв емерджентних властивостей системи.

Завдяки їх здатності до самонавчання, можливості використовувати вхідні дані будь-якої розмірності та самостійно виділити та розпізнати образи у структурі фінансових часових рядів автори статті акцентували увагу на цьому нейромережевому апараті.

Для вирішення задачі прогнозування розвитку фінансових показників розроблено математичну модель на основі двошарової штучної нейронної мережі зустрічного розповсюдження, що ґрунтується на синтезі карти самоорганізації Кохонена та шару нейронів Гроссберга (рис. 1).

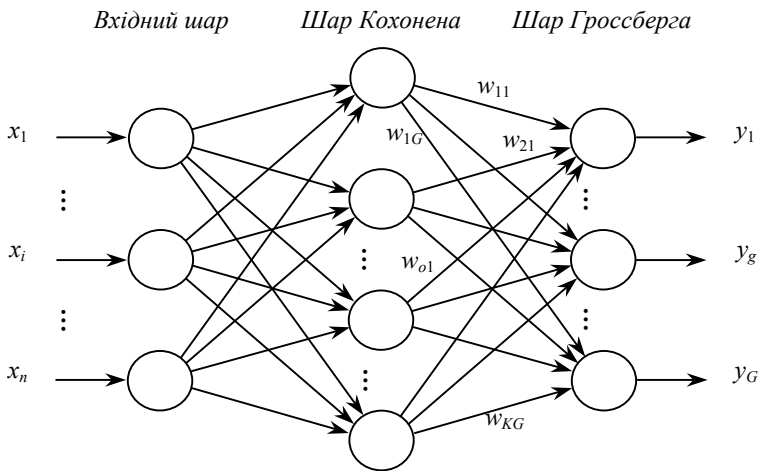


Рис. 1. Структура нейронної мережі зустрічного розповсюдження

На рис. 1. x_1, x_2, \dots, x_n — вектори, які містять вхідні дані фінансового показника (образи). Нейрони вхідного шару служать лише точками розгалуження і не виконують обчислень. Кожен нейрон вхідного шару сполучений з кожним нейроном шару Кохонена синаптичним зв'язком. Аналогічно нейрони шару Кохонена сполучені з нейронами шару Гроссберга синаптичним зв'язком, де w_{KG} — вага синаптичного зв'язку між K -им нейроном шару та G -им нейроном шару Кохонена.

В роботі розроблено принципово новий підхід до прогнозування розвитку фінансових показників, який ґрунтується на розпізнаванні образів у структурі цінних кривих, які свідчать про подальшу відповідну зміну аналізованого фінансового показника.

У даному випадку розпізнавання образів здійснюється картою самоорганізації, а інтерпретація результату кластеризації та віднесення до одного із встановлених класів змін показника здійснюється шаром Гроссберга.

Суть роботи полягає в тому, щоб розробити нейронну мережу, яка визначатиме прогнозне значення фінансового показника на прогнозний період.

Об'єктом дослідження виступає динаміка розвитку фінансових показників на прикладі динаміки індексу S&P500. Поданий ряд динаміки розбивається на групи послідовних значень, а нейронна мережа розпізнає їх як відвідні вхідні образи і на їх основі здійснює прогноз приросту показника на наступний період. Розпізнавання прикладів формально визначається як процес, у якому образ/сигнал повинен бути віднесений до одного із визначених класів (категорій), таким чином визначаючи його приріст.

Щоб створити відповідну нейронну мережу, необхідно пройти ряд важливих етапів та налаштувати її вільні параметри, тобто синаптичні зв'язки.

Як вже було зазначено, нейронна мережа зустрічного розповсюдження формується із таких шарів: вхідний шар (подані на вхід, відповідним чином підготовлені данні), нейронів Кохонена та нейронів шару Гроссберга.

Перший етапи представляють собою задачу представлення знань. До питань представлення знань відносяться наступні: яку інформацію необхідно зберігати і як цю інформацію представити фізично для її подальшого використання.

Отже необхідно визначитись із фінансовим показником, відповідно до якого буде здійснено прогнозування, та вибрати динаміку його значень за певний період. В якості досліджуваного показника фінансового часового ряду взято такий відомий фінансовий інструмент як індекс котирувань акцій S&P500. Динаміка індексу S&P 500 за 11 місяців.

Для ефективного функціонування нейронної мережі необхідно подати обрані дані у придатному для використання вигляді. Якщо вхідні дані містять розрізнену інформацію (коефіцієнти разом і з показниками тощо), їх неодмінно слід нормалізувати. Для можливості подання на нейромережу індексу S&P 500 створено вхідні образи.

Створення таких навчальних даних є зануренням часового ряду. Теорема Такенса стверджує, що послідовність певної кількості значень із загального фінансового часового ряду дає можливість спрогнозувати наступне значення: $(X_{t-d}, X_{t-d-1}, \dots, X_{t-1}) \rightarrow X_t$.

Для прогнозування значення на наступний день сформовано ряд прикладів із значеннями індексу S&P500 за п'ять днів таким чином, що кожний наступний приклад починатиметься із другого значення попереднього прикладу, а закінчуватиметься прогнозним значенням для попереднього:

x_{t-5}	x_{t-5+1}	...	x_{t-5+n}
⋮	⋮		⋮
x_t	x_{t+1}	...	x_{t+n}

Основною метою шару Кохонена є перетворення векторів-сигналів довільної розмірності, що подаються на нейронну мережу, в одно, або двомірну дискретну карту, здійснюючи таким чином їх кластеризацію і розпізнавання. Це досягається за допомогою такого підстроювання ваг шару Кохонена, що близькі вхідні вектори активують один і той же нейрон даного шару. Потім завданням шару Гроссберга є отримання необхідних виходів.

Алгоритм Кохонена ґрунтується на методиці навчання без вчителя. Він не потребує відповідного ідеального вектора виходу, а тому його використання є дуже актуальним для даного завдання та багатьох економічних задач.

Істотними характеристиками алгоритму Кохонена є наступні:

- безперервний вхідний простір образів активації, які генеруються відповідно до деякого розподілу ймовірності;
- топологія мережі у формі решітки, що складається з нейронів. Вона визначає дискретний вихідний простір;
- залежна від часу функція сусідства, яка визначена в радіусі нейрона переважає;
- параметр швидкості навчання, для якого задається початкове значення і який поступово зменшується в часі, але ніколи не досягає нуля [6].

При конструюванні шару Кохонена необхідно визначитися із кількістю нейронів, які він міститиме. Це один із ключових показників моделі. Саме через нейрони здійснюється виділення ключових статистичних властивостей із множини вхідних образів та подальша кластеризація вхідних образів. Для реалізації нейронної мережі при моделюванні динаміки фінансових показників основою є узагальнення здійснені шаром Кохонена.

За рекомендацією Тейво Кохонена, якщо є більш менш однорідна множина прикладів, то нейронів потрібно обрати менше ніж записів [1].

Алгоритм, відповідальний за формування карт, що самоорганізуються, і шару Кохонена, починається з ініціалізації синаптичних ваг мережі. Всім вагам мережі перед початком навчання слід надати початкові значення. Звичайне привласнення відбувається за допомогою призначення синаптичним вагам значень, сформованих генератором випадкових чисел.

Значення ваг не повинні мати дуже великого діапазону розкиду. Якщо нейрони Кохонена будуть надмірно далекі від вхідних векторів, то завжди матимуть нульовий вихід. Більш того, ваг, що залишилися і дають найкращі відповідності, може бути мало, щоб розділити вхідні вектори на класи, які розташовані близько. Початкова щільність вагових векторів у просторі векторів навчання не повинна бути і дуже мала. Інакше виявиться неможливим розділити схожі класи через те, що не буде достатньої кількості ваг щоб приписати по одному з них кожному класу вхідних векторів. Якщо ж щільність вагових векторів дуже висока поблизу групи дещо відмінних вхідних векторів, то кожен вхідний вектор може активувати окремий нейрон Кохонена. В даному випадку шар Гроссберга може відобразити різні нейрони Кохонена в один і той же вихід [7].

Необхідно визначитись із ключовими елементами механізму функціонування шару Кохонена, такими як: міра подібності, топологічний окіл, вибір функції сусідства та фактору швидкості навчання.

В розробленій моделі мірою подібності виступає Евклідова відстань, топологічний окіл задається кількістю нейронів шару Кохонена, а функція сусідства — Гаусовою функцією. Відповідно до налаштувань здійснюється корекція ваг нейросинаптичних зв'язків у процесі навчання.

Результати навчання шару Кохонена можна представити у вигляді карти Кохонена (рис. 2).

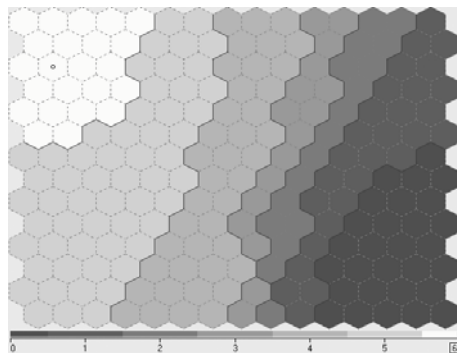


Рис. 2. Карта Кохонена — результат розпізнавання вхідних образів.

Як видно з рис. 2 нейрони шару Кохонена розбили множину вхідних образів приблизно на сім кластерів (Кластери 0-6).

Шар Гроссберга встановлює відповідність ваг вихідних з нейрона зв'язків до певних вузлів, у яких формуються значення вихідних сигналів. Особливістю нейронів у формі зірок Гроссберга є локальність пам'яті. Кожен нейрон у формі вхідної зірки пам'ятає «свій» образ, що відноситься до нього, ігнорує останні [5].

Навчання шару Гроссберга — це навчання з вчителем, алгоритм має в своєму розпорядженні бажаний вихід, по якому він навчається.

Шар Кохонена, що самоорганізується, дає виходи в недетермінованих позиціях. Вони відображаються в бажані виходи шаром Гроссберга. Знаходження правильного кластеру для кожного вектору із множини навчальних даних реалізується шаром Кохонена, а лінійний шар відносить їх до відповідних класів.

Так, при здійсненні розподілу об'єктів на визначені класи виходом того нейрону шару Гроссберга, що відповідає класу, в який потрапляє досліджуваний об'єкт, буде одиниця. Інші нейрони шару Гроссберга для такого об'єкту дорівнюватимуть нулю. Таким чином шар Кохонена може утворити до S1 кластерів (S1 менше або рівне числу нейронів шару), а шар Гроссберга співвідносить їх до S2 класів, при чому S2 не перевищує S1 [5].

Конструювання шару Гроссберга зводиться до вибору класів, на які він розбиває розпізнані шаром Кохонена образи. І відповідно до цього визначитися із кількістю нейронів шару Гроссберга. Для моделі прогнозування динаміки фінансових показників розроблено класи, кожен з яких буде відповідати певному ступеню приросту індексу S&P500.

Для того, щоб створити систему розпізнавання значень фінансових показників, необхідно брати до уваги діапазон трансформацій сигналу [4]. Відповідно основною вимогою при розпізнаванні образів є створення такого класифікатора, який інваріантний до цих трансформацій. Іншими словами, на результат класифікації не повинні робити впливу трансформації вхідного сигналу, що поступає від об'єкту спостереження. Тобто приклади навчального масиву даних, що мають приблизно однакові ознаки і приріст, відноситимуться до одного класу.

Для розробленої нейронної мережі формуються класи, які відповідають рівню приросту показника (наприклад, перший клас — приріст більше 5 %; другий — 2—5 %; незначна зміна показника в діапазоні від -2 % до 2 %; четвертий клас — змен-

шення показника на 2—5 %; п'ятий — спад індексу більше ніж на 5 %). Критеріями для вибору класів є потреби вирішуваної задачі, характер фінансових даних та оптимізація роботи нейронної мережі.

Зустрічне розповсюдження функціонує в двох режимах: у нормальному режимі, при якому приймається новий вхідний у приклад і видається вихідний вектор, який складається із нулів та одиниць (де одиниця вказує на клас до якого віднесено образ); і в режимі навчання [2].

При навчанні на нейронну мережу подаються сформовані образи із відомим значеннями їх приросту, на основі яких сформовано класи, і ваги коректуються, щоб дати необхідний вихідний вектор.

Множину вхідних значень можна представити у вигляді рис. 3.1, де кожна лінія відповідає певному образу із масиву даних для навчання нейронної мережі. Шкала Y — значення показника, шкала X — кількість вхідних образів, Z — кількість значень показника в одному прикладі вхідних даних. Таке розміщення вхідних образів відображає також і динаміку індексу S&P500. Проте з першого погляду не можливо визначити, які з прикладів вказують на приріст, які на спад, чи будь-який прогноз їх значень.

Можна уявити, яким чином сприймає цю інформацію нейронна мережа. На рис. 3.2 відображено як нейромережа формує представлення про вхідні образи, на основі яких було здійснено її навчання.

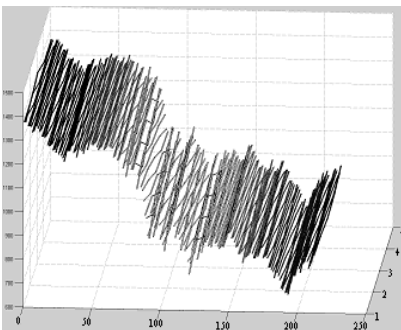


Рис. 3.1. Множина векторів образів, що подаються на входи нейронної мережі

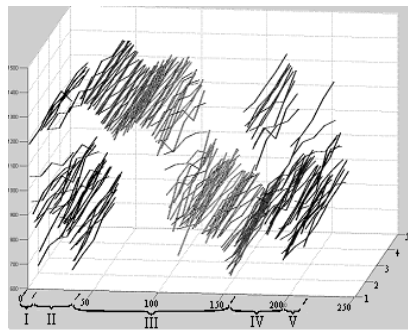


Рис. 3.2. Представлення векторів образів мережею після навчання

Таким чином нейронною мережею групуються приклади навчальної вибірки відповідно до класів прогнозу. Класи приросту індексу зазначені римськими цифрами.

Після навчання на вхід нейронної мережі подається образ сформований таким же чином, як і вхідні дані, тобто динаміка індексу S&P500 за п'ять днів. Після чого нейронна мережа розпізнає його і відносить до певного класу, який характеризує приріст на наступний день. Вхідний вектор порівнюється із вагами нейронів і, відповідно до його наближення до певного кластеру, відноситься шаром Гроссберга до класу приросту.

У рамках дослідження було сконструйовано нейронні мережі різної конфігурації та проведено низку експериментів.

При застосуванні даної нейромережевої моделі для тестового масиву прикладів рівень вірно визначених прогнозних значень досягає 70 %.

Результати проведених експериментів зазначено в табл. 1.

Таблиця 1

ЕФЕКТИВНІСТЬ РЕАЛІЗАЦІ РОЗРОБЛЕНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Конфігурація нейромережі	% вірно визначених образів із тестового масиву даних	% вірно визначених образів із усього масиву даних
NNW1	70	65,09
NNW2	40	63,28
NNW3	13,33	33,59
NNW4	73,33	66,04
NNW5	66,67	65,09
NNW6	70	65,09
NNW7	53,33	62,7
NNW8	36,67	25,47

Можна навести приклад прогнозу розробленого на основі запропонованої моделі. На рис. 4 проілюстровано вірно прогнозований значний спад індексу S&P500. Тестовий образ $z = \{930,09, 954,09, 968,75, 966,3, 1005,75\}$ віднесено нейронною мережею до класу 5.

Значення показника — 1005,75. Значення на наступний день — 952,77. Спад склав — 5,27 %, відповідно при симуляції нейронна мережа визначила клас значного спаду для даного вектора вхідних значень.

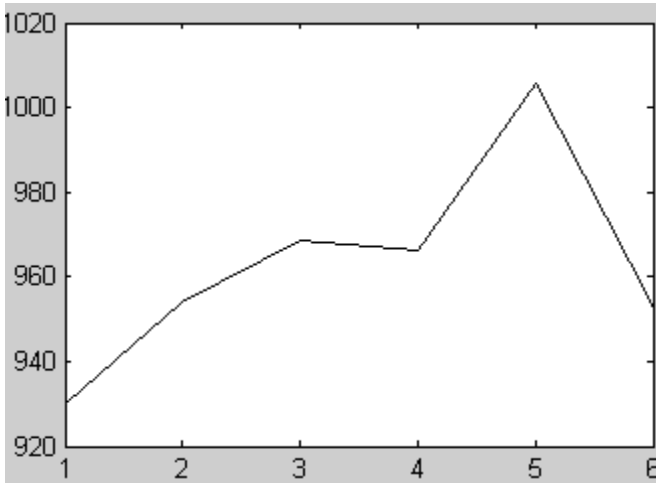


Рис. 4. Поданий на мережу образ (динаміка показника за 5 днів) із тестової множини даних та його подальша зміна

Висновки зроблені на основі проведених експериментів вказують на те, що кількість нейронів шару Кохонена має істотний вплив на якість прогнозу. Було визначено, що при моделюванні кількість нейронів карти Кохонена повинна бути меншою за кількість вхідних прикладів.

При збільшенні кількості епох навчання ефективність прогнозу збільшується. Варіація кількості епох навчання довела, що перевищення за 1000 ітерацій у рамках даної моделі не дає ефекту. Можна стверджувати, що покращити таким шляхом прогноз нейронної мережі вже не можливо. Кількість епох навчання — це показник, який впливає на силу корекції ваг нейронів як шару Кохонена, так і шару Гроссберга. Якщо при збільшенні кількості епох навчання немає помітної зміни в результативності мережі, це означає що корекція ваг нейронів вже настільки мала, що є неістотною. Ваги нейронів підстроюються в залежності від фактору швидкості навчання, який у свою чергу прямує до 0 із збільшенням епох навчання. Тобто можна стверджувати, що мережа навчена.

Зі збільшенням точності прогнозу відповідно процент вірно визначених класів падає. Це можна пояснити тим, що нейрони які відповідають образам різних класів приросту розміщені поряд на карті Кохонена (та у евклідовому просторі) і тестові значення часто виявляються ближчим до нейронів які відповідають іншому класу.

Існує значна залежність якості прогнозу від обсягу прикладів, на яких навчається нейронна мережа. Така залежність має прямо пропорційний характер: чим більша множина навчальних прикладів, тим якісніше розпізнавання нових образів та здійснення прогнозу (див. рис. 5).

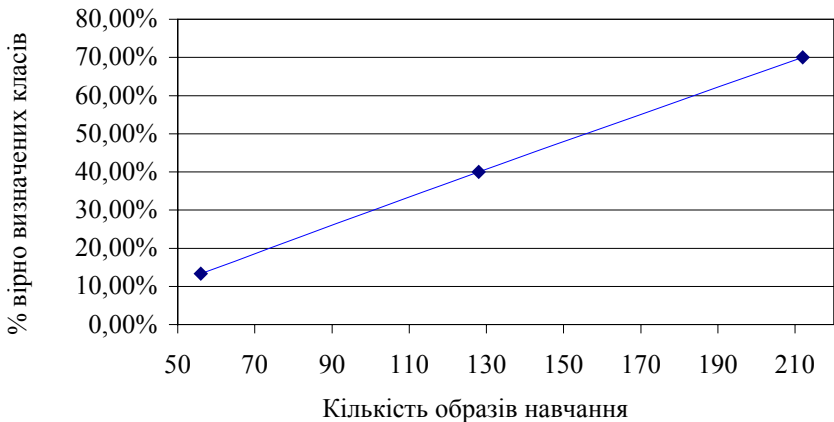


Рис. 5. Залежність якості прогнозу від обсягу прикладів для навчання

Для покращення прогнозу необхідно розробляти систему класифікації образів достатньо широкою для врахування можливих меж трансформації показника. Із результатів реалізованих нейронних мереж, успішніше виконували задачу ті, в яких було більше класів, що відображали певний діапазон приросту значень показника. Також із деталізацією прогнозу відсоток вірно визначених образів зменшується. Проте кількість класів та їх значення визначається в першу чергу потребами задачі, яка стоїть перед розробником.

Проте відзначимо, що нейронна мережа при навчанні починає «тяжіти» до формування на виході тих сигналів, які найчас-

тіше зустрічаються у множині даних, на яких вона навчається. Множину цих даних при можливості бажано формувати таким чином, щоб розподіл вхідних сигналів мав рівномірний характер.

Зазначимо, що авторські дослідження у цьому напрямку будуть продовжені. І у першу чергу увагу буде зосереджено на розробці класифікатора, інваріантного до трансформацій при розпізнаванні образів. Актуальним також залишається включення до моделі не тільки значення досліджуваного показника, а й можливості врахування супутніх екзогенних та ендогенних чинників, які мають істотний вплив на динаміку фінансового показника. Таким чином можливо забезпечити точність ефективності фундаментального прогнозу, який базується на багатьох факторах.

Використані джерела

1. Дебок Г., Кохонен Т. Анализ финансовых данных с помощью самоорганизующихся карт.— М.: Издательский Дом «АЛЬПИНА», 2001.— 317 с.
2. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика. — М.: Мир, 1992. — 184 с.
3. Хайкин, Саймон. Нейронные сети: полный курс, 2е издание: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. — 1104 с
4. Barard E. and O. Casasent. Invariance and neural nets // IEEE Transactionson Neural Networks, 1991, vol. 2, P. 498-508.
5. Grossberg S. Some networks that can learn, remember and reproduce any number of complicated space-time patterns. // Journal of Mathematics and Mechanics, 1969, № 19. — P. 53-91.
6. Kohonen T. Self organizing maps. 3d ed. New-York: Springer, 2001.— 501 p.
7. Kohonen T. Things you haven't heard about the self-organizing map. // Proceedings of the IEEE International conference on Neural Networks. — San Francisco, 1993. — P. 1147-1156.
8. Mead C.A. Analog VLSI and Neural Systems, Reading. — MA: Addison Wesley, 1989
9. Mendel J.M. and R.W. McLaren. Reinforcement learning control and pattern recognition systems. // J.M. Mendel and K.S. Fu, eds., Adaptive, Learning and Pattern Recognition Systems: Theory and Applications. — New York: Academic Press, 1970, vol. 66. — P. 287-318.
10. Turing A.M. The chemical basis of morphogenesis. // Philosophical Transactions of the Royal Society, 1952, vol. 237.— 572 p.