

І. І. Стрельченко, аспірант,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет ім. Вадима Гетьмана»

ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ВІНЕРА-ХОПФА ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ОБМІННИХ КУРСІВ

АНОТАЦІЯ. У статті викладено методологічні аспекти використання інтегральних рівнянь для апроксимації динаміки валютних курсів. Розроблена економіко-математична модель на базі інтегрального рівняння Вінера-Хопфа, одержана імпульсна характеристика системи. Отримані результати дають можливість формувати стратегії гравців на валютному ринку.

ANNOTATION. Methodological aspects using of the integrated equations for approximation dynamics of exchange rates are offered in the article. The economic-mathematical model is developed on the basis of Wiener-Hopf integro-difference equation, the impulse response of system is received. The received results allow to form strategy of players in the currency market.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: обмінний курс, фундаментальний аналіз, технічний аналіз, інтеграл згортки, імпульсна характеристика системи, інтегральне рівняння Вінера-Хопфа, сплайн.

Стабільність курсу національної валюти — відчутна складова привабливості інвестиційного клімату. Наслідками нестабільності динаміки реального обмінного курсу є послаблення інтенсивності зовнішньої торгівлі та економічні втрати. Окрім цього, завищений або, навпаки, занижений рівень обмінного курсу здійснює деформуючий вплив на перерозподіл економічних ресурсів [1]. Тому для адекватної оцінки курсової динаміки та формування відповідної валютної політики важливо з'ясувати фактори формування валютного курсу.

На сьогодні існує багато досліджень та публікацій, у яких розглядається можливість передбачення поведінки рядів фінансових даних, зокрема валютних курсів [2—8]. Переважна частина цих досліджень ґрунтується на припущенні, що вся інформація необхідна для аналізу (зокрема вплив різноманітних макроекономічних показників) акумулюється у вихідних даних — власне курсах валют; а отже всі моделі, що розроблені, базуються виключно на рядах прямого котирування. Проте, згідно загальновідомих положень економічної теорії, при визначенні ціни (валюти) неможна нехтувати первинними показниками, якими є попит та пропозиція на ринку. У випадку ринку валюти сукупна

дія цих показників виражається в обсягах продажу в одиницю часу (лотах). Для обґрунтування припущення про залежність курсу валюти від об'єму її продажу, необхідно ідентифікувати наявність кореляції між ними за допомогою апарату математичного моделювання.

Для правильної і прибуткової роботи на будь-якому фінансовому ринку необхідно вміти прогнозувати рух цін (на FOREX — курсів валют). Більшість дослідників виділяють три основні підходи при прогнозуванні будь-якого фінансового ринку: фундаментальний, технічний та психологічний аналіз (аналіз очікувань та переваг учасників ринку) [2—4].

Фундаментальний аналіз — аналіз економічного стану країн походження валют, політичних подій і чуток. Складність використання багаточисельних та суперечливих макроекономічних показників не дозволяє робити однозначні висновки про напрямок руху валютного курсу [2, 5].

Технічний аналіз у цілому можна визначити, як метод прогнозування ціни, заснований на математичних, а не економічних міркуваннях. Даний підхід полягає в дослідженні цінової динаміки ринку за допомогою аналізу закономірностей зміни трьох ринкових факторів: ціни, об'єму й у випадку, якщо вивчається ринок термінових контрактів — відкритого інтересу (обсягу відкритих позицій) [2]. При цьому, первинними для аналізу вважаються ціни, а зміни інших факторів вивчаються для підтвердження правильності напрямку руху цін. У технічному аналізі виділяють два підходи: графічний і математичний (комп'ютерний аналіз). Графічний метод заснований на аналізі цінових діаграм — нанесення на графік зміни ціни за певний проміжок часу. Математичний метод заснований на використанні технічних індикаторів — математичних функцій, побудованих на основі даних ціни або обсягів продажів. Індикатори прийнято ділити на дві групи: індикатори тенденцій (підтверджують тенденції); осцилятори (підказують розвороту трендів) [4].

До індикаторів тенденцій відносять ковзні середні, які згладжують коливання досліджуваної величини шляхом усереднення по деякому історичному періоді. Ковзні середні розрізняються методом усереднення (прості, зважені й експонентні). Всі ковзні середні мають інертність, у силу чого сигнал про продовження тенденції систематично запізнюється [4, 6]. На практиці використовують комбінацію двох або трьох ліній-індикаторів.

Осцилятори використовують як основний сигнал — дивергенцію. Це ситуація, коли напрямок руху ціни й технічних індикато-

рів не збігається. Дивергенція вважається сильною ознакою розвороту тренда [2, 4].

Окрім перерахованих методів технічної аналітики використовують теорію Фібоначчі, а також хвильову теорію Еліота. На фінансових ринках коефіцієнти Фібоначчі використовуються різним способом, зокрема, вони є інструментом прогнозування ціни й розрахунку рівнів закриття збиткової позиції (stop-loss). Теорія Еліота являє собою систему емпірично виведених правил для інтерпретації поведінки ринку. Відповідно до теорії Еліота, при прямуванні ринку відбувається періодично повторюване, з однаковим ритмом чергування п'яти хвиль у напрямку основного тренда й трьох хвиль у протилежному напрямку.

Останнім часом здобуває все більшу популярність теорія детермінованого хаосу [7]. Теорія хаосу пропонує нові концепції й алгоритми для аналізу часових рядів, що може привести до більш повного розуміння природи сигналів. Ця теорія представляє широкий вибір потужних методів, включаючи відновлення аттрактора в лаговому фазовому просторі, обчислення показників Ляпунова, узагальнених розмірностей та ентропій, нелінійне передбачення й редукцію шумів, а також статистичні тести на нелінійність. Поряд з цим, слід відмітити відсутність точних алгоритмів застосування методів нелінійної динаміки та стандартних числових процедур для розрахунку основних показників, необхідних для прогнозу. Тому отримані результати можуть містити суб'єктивний вплив дослідника.

Одним із перспективних напрямів аналізу валютного ринку є застосування до часових рядів методів спектрального аналізу та цифрової фільтрації. Зокрема, розроблено адаптивний метод слідування за тенденціями та ринковими циклами (AT&CF-метод), який засновано на використанні фільтрів нижніх частот для визначення тренду [8]. Також існують приклади використання сплайнової апроксимації [9].

Спільним для всіх вищезгаданих методик є використання для аналізу єдиного часового ряду в якості вхідної та вихідної інформації — валютного курсу. Таким чином, зроблені спроби дослідити результат, а не причину.

Дана робота має на меті:

- для ідентифікації моделі розробити алгоритм розрахунку інтегрального рівняння Вінера-Хопфа з використанням пакету MatLab 6.5;
- перевірити адекватність отриманого апарату моделювання через ідентифікацію функціональної залежності з заданими характеристиками;

- для обраного часового ряду обмінного курсу визначити імпульсну характеристику та зробити висновки щодо можливості використання обраної методики для ідентифікації залежності курсу валюти від обсягу продажу.

Залежність між вхідним сигналом $x(t)$, характеристиками процесу та вихідним сигналом $y(t)$ у часі для лінійної динамічної системи являє собою інтеграл згортки [10]:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau, \quad (1)$$

де $h(\tau)$ — імпульсна характеристика, яка є реакцією системи на вхідну послідовність типу дельта-функції:

$$\delta[t] = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}. \quad (2)$$

Імпульсна характеристика є основною характеристикою лінійної системи і повністю визначає її поведінку.

Аналогом інтеграла згортки у дискретних системах є дискретна часова згортка. Її отримують шляхом заміни $t \rightarrow nT$, $\tau \rightarrow mT$, $d\tau \rightarrow 1$, $\int \rightarrow \sum$:

$$y(n) = \sum_0^n h(m)x(n-m). \quad (3)$$

Якщо довжина вхідної послідовності N , довжина імпульсної характеристики — M , тоді при підстановці цих даних у рівняння згортки ми отримаємо вихідну реакцію системи довжиною $L = N + M - 1$.

Доведено, що задача визначення імпульсної характеристики системи, оптимальної за критерієм найменших квадратів, зводиться до вирішення інтегрального рівняння Вінера-Хопфа:

$$R_{xy}(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)R_x(t-\tau)d\tau, \quad (4)$$

де $R_x(t-\tau)$ — автокореляційна функція вхідного ряду $x(t)$, $R_{xy}(t)$ — взаємно кореляційна функція вихідного $y(t)$ та вхідного ряду $x(t)$. Тобто лінійна система, яка дає найкращу апроксимацію залежності вихідного $y(t)$ та вхідного ряду $x(t)$ повністю визначається її взаємно та автокореляційними функціями.

Для розв'язку інтегрального рівняння Вінера—Хопфа застосовують чисельні методи і переходять до системи лінійних рівнянь, яка записується у матричному вигляді:

$$R_{XY} = H \cdot R_{XX}, \quad (5)$$

де R_{XX} — автокореляційна квадратна матриця порядку $N+1$ вхідних відліків ряду; для стаціонарного процесу кореляційна матриця має вигляд матриці Тепліца, тобто на її діагоналях стоять однакові величини. R_{XY} — вектор взаємно кореляційної функції розміром $N \times 1$. H — вектор оптимальних коефіцієнтів фільтра, що забезпечує мінімум виразу:

$$E[e^2(n)] = E[y(n) - H^T X(n)]^2. \quad (6)$$

Інтегральне рівняння Вінера—Хопфа дає оптимальне (за критерієм МНК) рішення для знаходження коефіцієнтів цифрового фільтра з кінцевою імпульсною характеристикою [11].

Визначивши автокореляційну матрицю та вектор взаємної кореляції можна знайти імпульсну характеристику системи:

$$H = R_{XX}^{-1} R_{XY}. \quad (7)$$

За допомогою матричної лабораторії MatLab 6.5 було розроблено програмне забезпечення для визначення імпульсної характеристики системи, що вивчається. Для регуляризації отриманих результатів використаний алгоритм сплайнової апроксимації [12]. Перевірка роботи отриманого фільтра проводилась за допомогою наступного прикладу.

З ряду «білий шум» формується вхідний сигнал $x(t)$ із заданою автокореляційною функцією:

$$R(t) = A \exp(-bt), \quad (8)$$

де $A > 0$ і $b > 0$ деякі коефіцієнти. Вихідний сигнал $y(t)$ отримуємо шляхом фільтрації $x(t)$ за відомою імпульсною характеристикою:

$$H(t) = K / T \exp(-t/T), \quad (9)$$

де K і T — деякі параметри. Тоді теоретична взаємно кореляційна функція для $x(t)$ та $y(t)$ має бути:

$$P(t) = \frac{2AKTb}{b^2 T^2 1} \exp(-t/T) - \frac{KA}{bT - 1} \exp(-bT). \quad (10)$$

Задаючи конкретні значення параметрів, отримуємо ряд $x(t)$, $y(t)$ (рис. 1, 2).

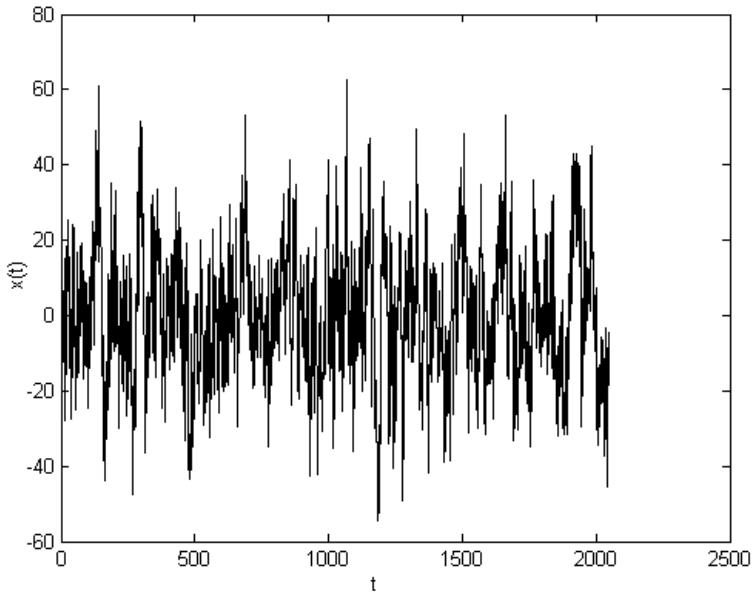


Рис. 1. Ряд вхідних даних $x(t)$ із заданою автокореляційною функцією

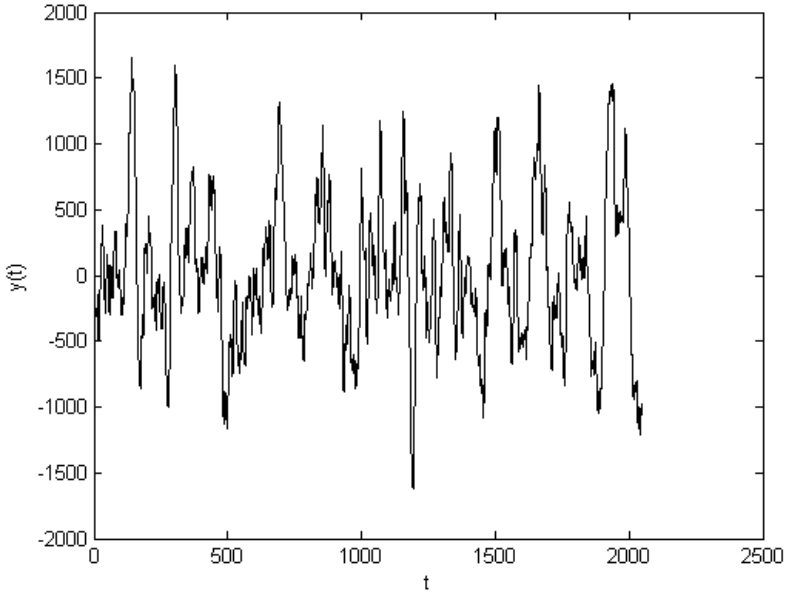


Рис. 2. Ряд вихідних даних $y(t)$ із заданою імпульсною характеристикою

За допомогою розробленого алгоритму розраховуємо взаємно кореляційну функцію та порівнюємо її із теоретичною (рис. 3). Отримані результати підтверджують можливість використання програмної реалізації рівняння Вінера-Хопфа для ідентифікації реальних даних.

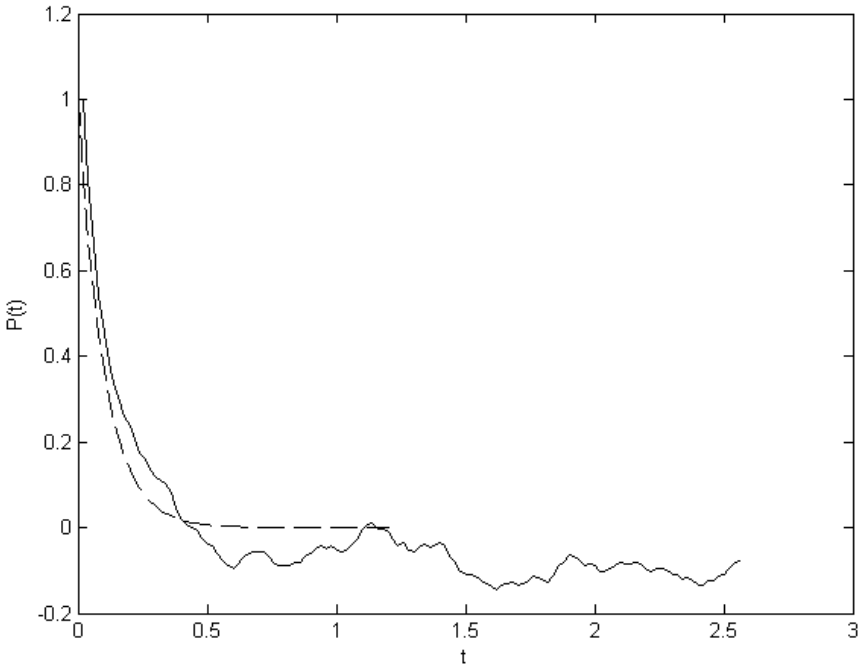


Рис. 3. Теоретична (пунктирна лінія) та емпірична (неперервна лінія) взаємно кореляційна функція для $x(t)$ та $y(t)$

Для перевірки розробленого алгоритму, в якості вихідних даних використаємо ряд згрупованих по днях щохвилинних прямих котирувань євро/долар США та відповідних обсягів продажу (рис. 4).

За допомогою описаного алгоритму визначаємо взаємно та автокореляційні функції системи, її імпульсну характеристику (рис. 5), (рис. 6). Використовуючи алгоритм згортки, відновлюємо вихідний сигнал — обмінний курс євро/долар США та порівнюємо з фактичними даними (рис. 7).

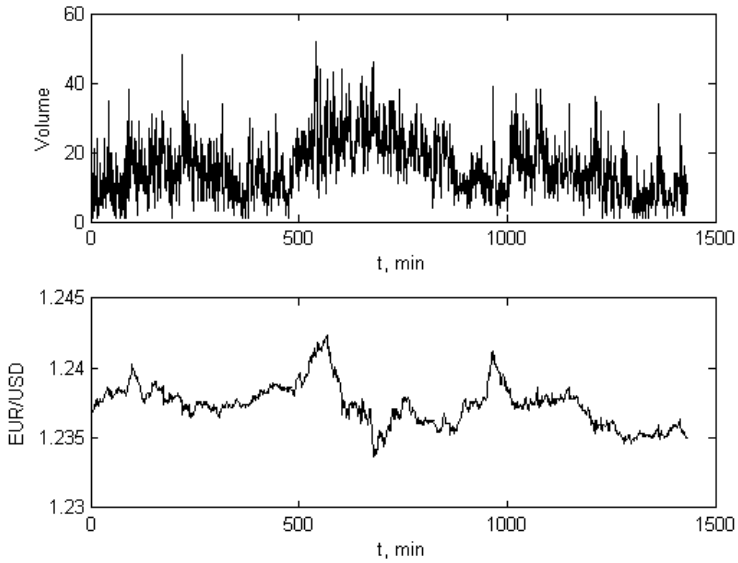


Рис. 4. Обсяг продажу та відповідний курс євро/долар США за один день тижня

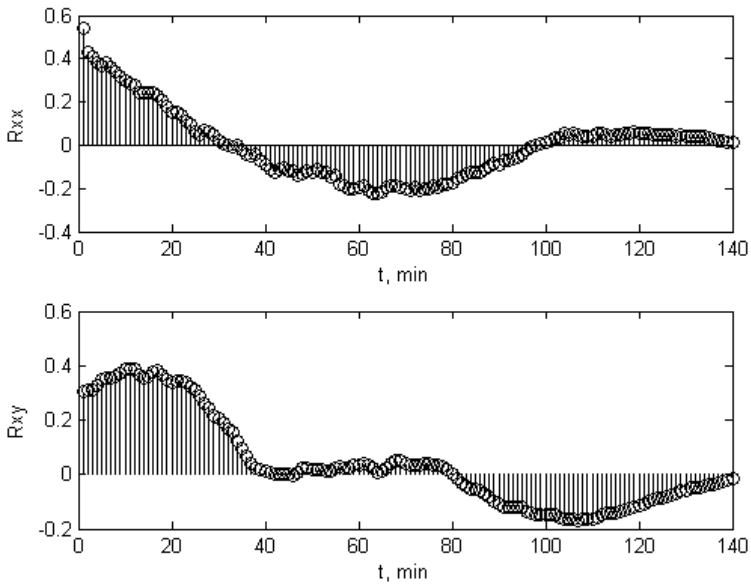


Рис. 5. Автокореляційна ($R_{xx}(t)$) та взаємно кореляційна $R_{xy}(t)$ функції системи «обсяг продажу — курс євро/долар США»

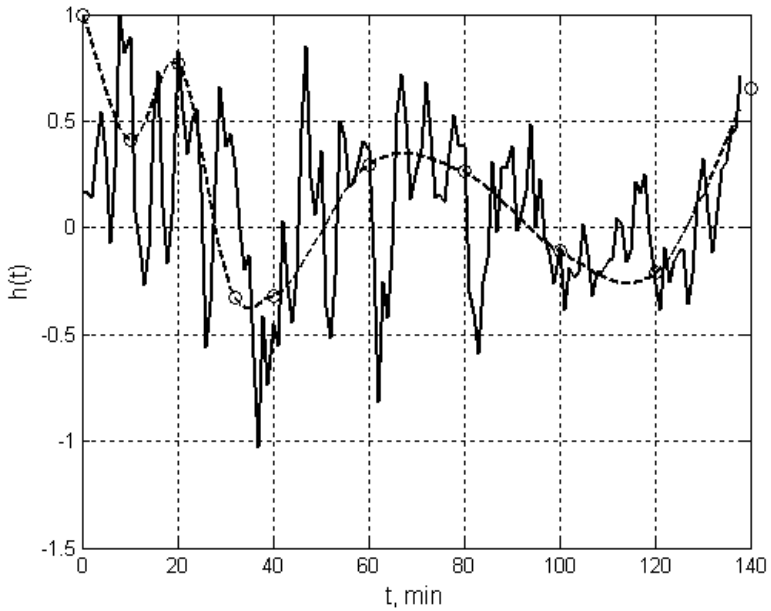


Рис. 6. Імпульсна характеристика системи ($H(t)$)

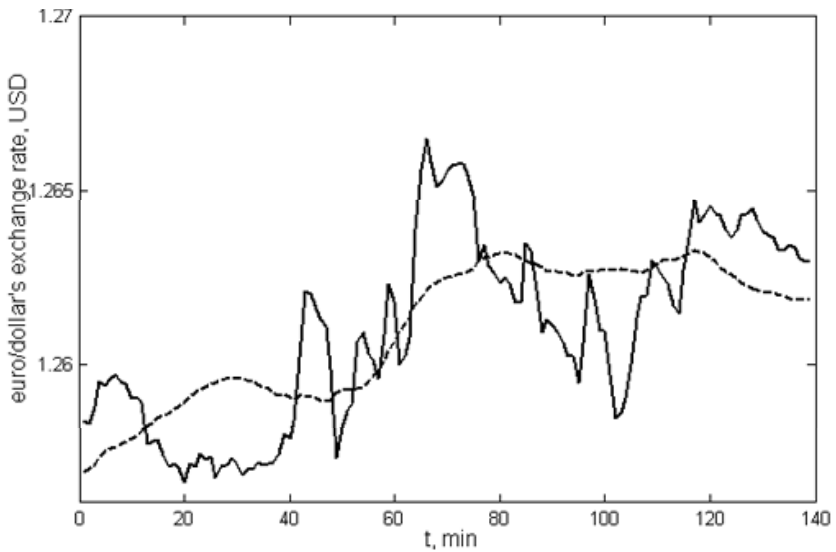


Рис. 7. Відновлений ряд обмінного курсу євро/долар США (пунктирна лінія) та фактичні дані (неперервна лінія)

На основі отриманих результатів робимо висновок, що залежність обмінного курсу євро/долар США від обсягу продажу визначається імпульсною характеристикою. Для її адекватної оцінки доцільним є використання інтегрального рівняння Вінера—Хопфа. Описаний алгоритм справедливий для систем, які задовольняють наступним умовам:

- стаціонарність, тобто форма її реакції на довільну вхідну послідовність не залежить від вибору початку відліку часу;
- лінійність (вихідна реакція на лінійну комбінацію вхідних послідовностей співпадає з лінійною комбінацією вихідних реакцій на кожну окрему вхідну послідовність);
- причино обумовленість (значення вихідного ряду у довільний момент часу залежить від значень вхідного ряду у більш ранні моменти часу до поточного моменту включно).

Обчислення імпульсної характеристики дозволяє визначати реакцію валютного ринку на відповідний вплив у вигляді зростання або зменшення пропозиції грошей, а, отже, формувати стратегію управління валютними позиціями.

Література

1. *Вахненко Т.* Визначальні фактори формування обмінних курсів // Вісник НБУ. — 2004. — № 8. — С. 31—37.
2. *Мерфи Дж.* Технический анализ фьючерсных рынков: теория и практика.—М.: Диаграмма, 2000. — 592 с.
3. *Якимкин В. Н.* Финансовый дилинг. Книга 1. — М: ИКФ Омега-Л, 2001. — 496 с.
4. *Швагер Дж.* Технический анализ. Полный курс. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2006. — 806 с.
5. *Пермяков А.* Фундаментальная сторона рынка.// Валютный спекулянт. — 2000. — № 4. — С. 62—65.
6. *Смирнов А., Гизатулин А.* Новый метод сглаживания ценовых графиков // Валютный спекулянт. — 2002. — № 12. — С. 38—40.
7. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. — М.: Мир, 2000. — 333 с.
8. *Кравчук В.* Новый адаптивный метод следования за тенденцией и рыночными циклами.// Валютный спекулянт. — 2002. — № 12. — С. 48—53.
9. *Доровской В. А., Шелевицкий И. В.* Оперативный сплайн прогноз валютных курсов // Придніпровський науковий вісник: Дніпропетровськ. — 1998. — № 129. — С. 72—83.
10. *Грон Д.* Методы идентификации систем.—М.: Мир, 1979. — 302 с.

11. Солонина А. И., Уласович Д. А., Арбузов С. М., Соловьева Е. Б. Основы цифровой обработки сигналов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 768 с.

12. Шелевицький І. В. Методи та засоби сплайн-технології обробки сигналів складної форми: Наукове видання. — Кривий Ріг: Європейський університет, 2002. — 304 с.

УДК 336.713:330.131.7

Н. К. Водзянова, старший викладач,
В. М. Водзянова, аспірант,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

КОНЦЕПТУАЛЬНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ОПЕРАЦІЙНИМ РИЗИКОМ КОМЕРЦІЙНОГО БАНКУ

АНОТАЦІЯ. В статті розглянуто теоретичні аспекти моделювання та управління операційним ризиком комерційного банку та охарактеризовано основні підходи до його оцінки, запропоновані Базельським комітетом з питань банківського нагляду. Також описано ряд стратегій управління операційним ризиком з врахуванням таких факторів, як частота несприятливих подій та їх величина у грошовому еквіваленті.

SUMMARY. Theoretical aspects of operational risk modeling and management in banking institutions are reviewed and major measurement approaches for operational risk introduced by Basel Committee on Banking Supervision are characterized in the article. A number of techniques of dealing with operational risk considering such factors as loss frequency and loss severity are described.

КЛЮЧОВІ СЛОВА. операційний ризик, комерційний банк, моделювання, управління, модель, Базель II, збитки, резервування капіталу, чистий дохід.

Комерційні банки усвідомили виключну роль використання математичних методів в управлінні кредитним та ринковим ризиками, а останнім часом звертають все більшу увагу на можливість їх застосування при управлінні операційним ризиком. Сучасні математичні методи та програмні комплекси забезпечують ризик-аналітиків усіма необхідними засобами для моделювання операційних ризиків та оцінки їх наслідків.

Моделювання розглядається банківськими установами як ключовий етап у процесі управління операційним ризиком, оскільки його результати дозволяють надати керівництву вичерпну інформацію щодо величини операційного ризику, на який банк нара-