

**С. О. Силантьєв**, канд. техн. наук,  
доцент кафедри менеджменту

## **КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ЦІНОУТВОРЕННЯ ПОХІДНИХ ФІНАНСОВИХ ІНСТРУМЕНТІВ**

*АНОТАЦІЯ. Проведено класифікацію моделей ціноутворення похідних фінансових інструментів (ПФІ), починаючи з часів створення першої моделі Л. Башельє у 1900 році і до сучасних моделей. Основою класифікації обрано об'єктно-орієнтований підхід, який дозволив визначити 10 класів моделей ціноутворення ПФІ для 77 широко розповсюджених моделей ПФІ.*

*КЛЮЧОВІ СЛОВА: Похідні фінансові інструменти, об'єктно-орієнтований підхід.*

*АННОТАЦИЯ. Проведена класификация моделей ценообразования производных финансовых инструментов (ПФИ), начиная с времен создания первой модели Л. Башелье в 1900 году. Основой классификации выбран объектно-ориентированный подход, который позволил определить 10 классов моделей ценообразования ПФИ для 77 широко распространённых моделей ПФИ.*

*КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: производные финансовые инструменты, объектно-ориентированный подход.*

*ANNOTATION. From the first 1900 year L.Bachelier option model to the modern derivatives pricing models are classified. The object-oriented method for defining 10 classes of models from 77 widely use modern derivatives pricing models was background.*

*KEYWORDS: derivatives, object-oriented method*

**Постановка проблеми.** Наукова проблема справедливого ціноутворення ПФІ, на прикладі європейського опціону CALL, з урахуванням ризик-нейтрального ціноутворення, відсутності арбітражу, самофінансованого портфелю, реплікації його функції доходності і безперервної безкоштовної торгівлі була розв'язаною в 1973 році Ф. Блеком, М. Шоулсом і Р. Мертоном [2, 10, 11]. Дійсно революційною ідеєю у розвитку ринку ПФІ була ідея, що виникла у середині 70-х років минулого сторіччя — заміна фізичного постачання продукції за контрактом, на основі ПФІ, — його грошовим еквівалентом. Реалізація цієї революційної ідеї, на практиці, сприяла суттєвому розвитку законодавства і, таким чином, ПФІ ініціювали інноваційний бурхливий розвиток фінансового ринку і світової фінансової системи у цілому, відповідно

до процесу, якій Р. Мертон, ще у 1992 році, назвав «спіраллю фінансових інновацій» [12]. За даними BIS, станом на 2010 рік, об'єм базових фінансових інструментів (БФІ) і ПФІ у світі за номіналом сягнув 212 трлн дол. США і 601 трлн дол. США відповідно, що складає 336 % і 953 % світового ВВП.

**Мета статті** — здійснення класифікації моделей ціноутворення похідних фінансових інструментів.

**Аналіз публікацій.** Онтологія розвитку моделей ціноутворення ПФІ, починаючи з часів вирішення проблеми ціноутворення ПФІ Ф. Блеком, М. Шоулсом і Р. Мертоном у 1973 році, наведена у широкодоступній літературі [2, 7, 10, 11, 13, 16, 17]. Але, завдяки «спіралі фінансових інновацій», стрілкового розвитку фінансових ринків, кількість моделей ціноутворення ПФІ протягом чотирьох десятиліть зростала пришвидшеними темпами. Останні десять років поглиблені дослідження авторів щодо ціноутворення ПФІ були спрямовані на вирішення конкретних проблем для різних БФІ, а саме: акцій, приватних і державних зобов'язань, банківських депозитів, відсоткових ставок, кредитних і синтетичних ПФІ, стратегічних інвестицій тощо [4, 6, 8, 15, 16].

**Виклад основного матеріалу.** На основі застосування об'єктно-орієнтованого підходу, найбільш популярні у фінансовій галузі 77 моделей ціноутворення ПФІ розділені на десять класів.

Класи моделей ціноутворення ПФІ:

I. Аналітичні моделі.

I-A. Узагальнені моделі Блека—Шоулса.

I-B. Розширення моделі Блека—Шоулса.

I-C. Попередні моделі Блека—Шоулса.

I-D. Моделі фрактального броунівського руху

II. Моделі чисельної апроксимації.

II-A. Біноміальні моделі.

II-B. Моделі на основі кінцевих різностей.

II-C. Моделі на основі Монте—Карло моделювання.

III. Моделі аналітичної апроксимації.

IV. Моделі часової структури відсоткової ставки.

V. Моделі реальних опціонів.

VI. Непараметричні моделі.

VII. Енергетичні, погодні, права на проведення викидів, паспортні, на волатильність свопів і ф'ючерсів.

VIII. Оцінювання безризикових зобов'язань.

IX. Кредитні ПФІ, ПФІ на забезпечені боргові зобов'язання, структуровані і синтетичні фінансові продукти.

X. Ціноутворення ПФІ на основі теорії ігор.

## КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ЦІНОУТВОРЕННЯ ПФІ

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
1. Башельє [1]	1900: I, I-C	Оригінальна проривна наукова робота. Л. Башельє називають батьком опціонної теорії. Перша формальна модель ціноутворення БФІ на основі безперервного стохастичного процесу (арифметичного броунівського руху). Використовувалася для моделювання ціноутворення акцій на Паризькій біржі і для визначення ціни опціону. Робота не отримала відповідної уваги до робіт А. Ейнштейна у 1906 році і П. Самуельсона 1965 року
2. Шпренкла [7]	1964: I, I-C	1: / Зроблено вивід основи формули Блека—Шоулса шляхом інтегрування функції доходності опціону при припущенні логнормального розподілу БФІ. Складовими частинами формули є очікувана доходність БФІ і ставка дисконтування, що коригована ступінню ризику. Для виводу формули К. Шпренкл не застосовує принцип арбітражу
3. Бонесса [3]	1964: I, I-C	1, 2: / Уточнює формулу К. Шпренкла для випадку коли інвестори є переважно ризик-нейтральними. Знову не використовується аргумент арбітражу, який може бути застосований для визначення ризик-нейтрального доходу
4. Самуельсона [7]	1965: I, I-C	1: / Саме у роботах П. Самуельсона було відновлено увагу до броунівського руху у якості інструменту моделювання і визначення ціни ПФІ
5. Блека—Шоулса (BSM) [1, 10, 11, 12]	1973: I, II	Оригінальна проривна наукова робота. 1, 2, 3, 4: / Ф. Блек і М. Шоулс вирішили проблему ціноутворення ПФІ шляхом застосування, по-перше, моделі ринкової рівноваги — моделі ціноутворення ринкових активів — CAPM і, по-друге, хеджування портфелю, запропонованого Р.Мертоні і П.Самуельсоном
6. Мертона [11]	1973: I, I-A, II	Оригінальна проривна наукова робота. 1, 2, 3, 4: / На основі ідеї реплікації портфелю розроблена теорія ціноутворення опціонів і знайдено паритет між ними

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
7. Блека [2]	1976: I, I-Б, II	5: / Виведено формулу Блека—Шоулса для опціонів на ф'ючерси, яка у практичній діяльності професіоналів фінансового ринку відома як «формула Блека». Є ринковим стандартом для оцінювання: послідовності опціонів call і floor на відсоткову ставку (з використанням у якості БФІ форвардної ставки LIBOR і її форвардної волатильності); свопціонів європейського типу (з використанням форвардної старт ставки для свопа у якості БФІ)
8. Ролла [8]	1977: I, I-Б, II, III	5: / Знайдене аналітичний вираз на основі апроксимації для ціноутворення американського опціону для акцій з визначеними дивідендами
9. Геске [13]	1979: I, I-Б, II, III	8: / Для виводу аналітичного рішення щодо визначення ціни опціону американського типу вперше застосовано складний опціон
10. Уейлі [13]	1981: I, I-Б, II, III	8, 9: / На основі апроксимації запропоновано, швидкий, з обчислювальною точкою зору, точний, не рекурсивний алгоритм для апроксимації американського опціону на акції. Алгоритм є дуже ефективним для опціонів з коротким терміном часу до експірації. Але, алгоритм не міг використовуватися для опціонів з тривалим часом до експірації завдяки тому, що потрібно було оцінювати багато можливостей виконання опціону до експірації
11. Джонсона	1983: I, I-Б, II, III	10: / Запропоновано апроксимаційне рішення для американського PUT опціону
12. Геске—Джонсона	1984: I, I-Б, II, III	11: / Запропоновано апроксимаційне рішення для американського PUT опціону
13. Макміллана	1986: I, I-Б, II, III	12: / Запропоновано на основі апроксимації, швидкий, з обчислювальною точкою зору, точний, не рекурсивний алгоритм для апроксимації американського опціону на акції. Алгоритм є дуже ефективним для опціонів з коротким терміном часу до експірації. Використання запропонованого методу направлено на формування ефективних торговельних стратегій
14. Бароне—Адезі—Уейлі	1987: I, I-Б, II, III	13: / Запропоновано на основі апроксимації, швидкий, з обчислювальною точкою зору, точний, не рекурсивний алгоритм для апроксимації американського опціону на акції. Алгоритм є дуже ефективним для опціонів з коротким терміном часу до експірації. Розширення моделі Л. Макміллана

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
15. Штульця	1981: I, I-Б, II	5: / Одні із перших робіт по екзотичним опціонам. У роботі розширяється динамічна реплікація функції доходності опціону, коли його ціна залежить від двох БФІ
16. Джонсона	1987: I, I-Б, II	15: / Модель з визначення ціни екзотичних опціонів, ціноутворення яких залежить від максимальних і мінімальних історичних значень портфелю (декількох) БФІ
17. Голдмана—Сосіна—Гатто	1979: I, I-Б, II	5: / Модель присвячена використанню логіки моделі Блека-Шоулса для визначення ціни нестандартних або екзотичних опціонів. Формула, що вперше виведена у цій роботі відома під назвою ціноутворення «зворотних опціонів» (Lookback) і виведена для мінімальної ціни виконання протягом життя опціону. Підхід розроблений у цій статті, з'явився дуже корисним для інших опціонів, де ціна виконання була середньою ціною, бар'єрних опціонів тощо
18. Гармана	1987: I, I-Б, II	17: / Оригінальний вивід формули типу Блека-Шоулса для зворотних опціонів на іноземні валюти
19. Кемні—Ворста	1990: I, I-Б, II	18: / При припущенні логнормального розподілу геометричної усередненої ціни БФІ, знайдено аналітичний вираз для оцінювання азійського опціону. Автори довели, що більш відомий опціон на усереднену ціну БФІ вимагає чисельного оцінювання. Для оцінювання опціону у кожній вершині дерева кількість потенційних середніх цін зростає експоненційно з часом. К. Роджерс і З. Ші представили інтерполяційну модель, що суттєво спростило задачу обчислення азійського опціону
20. Рубінштейна—Рейнера [13]	1991: I, I-Б, II	18: / Робота призначена для визначення ціни бар'єрних опціонів, причому було знайдено аналітичне рішення для оцінювання їх вартості у безперервній моделі. З'ясувалося, що для дискретних моделей розмір бар'єру суттєво впливає на точність оцінювання. Ф.Бойл і С.Лау запропонували чисельний метод, який є домінуючим для оцінювання вартості такого типу опціонів
21. Блека [2]	1976: I, I-Б, II	5: / Вперше були визначені європейські опціони на ф'ючерсні контракти. Обчислення зроблені при припущенні, що ціноутворення ф'ючерсного контракту слідує логнормальному процесу

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
22. Граббе—Гармана—Колхагена	1983: I, I-Б, II	5: / Вивід, по аналогії з формулою Блека—Шоулса, формули для оцінювання опціонів європейського типу на іноземні валюти з використанням форвардної відсоткової ставки (модель О. Граббе) і спотової відсоткової ставки (модель Гармана—Колхагена)
23. Марграбе	1978: I, I-Б, II, IV	5: / Одна із перших робіт по оцінюванню екзотичних опціонів, де розширюється формула Блека—Шоулса у напрямку випадкових страйків, які (у термінах ризик-нейтральності) мають спільно з БФІ багатовимірну логнормальну функцію розподілу. Отримане аналітичне рішення для вартості європейського і американського опціонів при заміні одного ринкового активу на інший
24. Геске	1979: I, I-Б, II	5: / Оригінальний вивід формули типу Блека—Шоулса для складних (екзотичних) опціонів, для яких у якості БФІ розглядається інший опціон. Напроти моделі BSM, де волатильність є константою, автор припустив, що вона залежить від рівня ціни акцій (фундаментально від ринкової вартості фірми). Тому, модель Р. Геске, у порівнянні з BSM, надавала підвищені значення опціонів, що знаходяться глибоко «зовні грошей» і біля експірації, та зменшені значення для опціонів, що знаходяться глибоко «у грошах»
25. Болла—Торруса	1983: I, I-Б, II, IV	5: / Розроблена модель ціноутворення опціонів на облігації. Застосовано припущення про те, що ціноутворення облігації розпочинається і закінчується на визначеному рівні. Для моделювання динаміки ціноутворення облігації був застосований броунівський міст. До експірації ціноутворення облігації у броунівському мості здійснюється випадково, а цілеспрямованість її вартості здійснюється до визначеного рівня
26. Шаєфера—Шварця	1984: I, I-Б, II, IV	25: / Запропонована двох факторна модель часової структури відсоткової ставки і апроксимація рішення. Волатильність облігації запропоновано вважати пропорційною тривалості обігу інструменту на ринку

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
27. Джа-мшидіана	1990: I, I-Б, II	26, 49: / Розширення аналітичного рішення моделі Васічека щодо оцінювання вартості європейського опціону на портфель облигацій з нульовим купоном. Автор довів, що опціон на портфель облигацій з нульовим купоном є еквівалентним портфелю опціонів, кожен із яких на відповідну дисконтну облигацію. Таким чином, модель Васічека була розширеною включаючи оцінювання опціонів на купонні облигації.
28. Лонгстафа	1990: I, I-Б, II	27, 49, 51: / Запропонована модель для оцінювання опціонів з нестандартними строками експірації (довгострокові LEAPS опціони).
29. Торпа	1973: I, I-А, II	6: / Розширення моделі Блека—Шоулса у напрямку практичного використання для хеджування ринкових інструментів. Для реалізації цієї ідеї можливий короткий продаж БФІ
30. Кокса—Росса [5]	1976: I, I-А, II	29: / Опціон оцінений на основі реплікації його доходності динамічною торговельною стратегією з самофінансуванням. Складовими стратегії є БФІ і облигація, торгівля якою здійснюється у ризик-нейтральній економіці спільно з опціоном. Запропоновано альтернативу броунівському руху у ціноутворенні БФІ — процес з постійною еластичністю варіації
31. Мертона [10,11,12]	1976: I, I-А, II	29: / Узагальнення формули Блека—Шоулса з врахуванням можливих стрибків (розподіл Пуасону) у ціноутворенні БФІ. Застосовується ризик-нейтральний підхід, у якому припускаються некорельовані стрибки у ціні БФІ. Ціна опціону є середнє зваженою вартістю опціону у моделі Блека—Шоулса з урахуванням усіх стрибків БФІ до експірації опціону
32. Інгерсолла, Леланда	1976: I, I-А, II	6, 29: / З метою управління кредитним ризиком, Дж. Інгерсолл запропонував оцінювати конвертовані облигації на основі моделі умовних зобов'язань, подібної моделі Р. Мертона. Конвертовані і інші зобов'язання компанії розглядаються у якості умовних зобов'язань відносно ринкової вартості активів компанії (БФІ). Опціонна модель запропонована Дж. Інгерсоллом вже враховувала постійний рівень податку на дивіденди, що сплачуються на акції. А опціонна модель Х. Леланда буда розширеною у напрямку врахування операційних витрат компанії

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
33. Яррова—Рудда, Бойла	1982: I, I-A, II	30, 31, 32: / Автори моделі дослідили стрибкові стохастичні процеси з постійною еластичністю варіації з метою визначення ціни опціону. Автори подолали недоліки BSM моделі шляхом підгонки до неї розділених часових періодів з логнормальним розподілом БФІ і істинним (випадковим) законом розподілу
34. Халла—Уайта	1987: I, I-A, II	33: / Одна із перших аналітичних моделей для оцінювання опціонів з випадковою локальною волатильністю, яка не корелює з ціноутворенням БФІ. На основі використання ризик-нейтрального припущення вартість опціону визначається середнє зваженою вартістю опціону по Блеку—Шоулсу, яка визначається для кожного рівня волатильності до експірації опціону. Розширення моделі при кореляції локальної волатильності з ціноутворення БФІ надруковано у 1988 році
35. Скотта	1987: I, I-A, II	33: / Модель оцінювання опціонів на акції при умовах стохастичної волатильності
36. Віггінса	1987: I, I-A, II	33: / Модель оцінювання опціонів на акції при умовах стохастичної волатильності
37. Шарпа	1978: II-A	6: / Формування ідеї щодо біноміальної моделі оцінювання вартості опціону. Засновано на припущенні, що у кожний момент часу до експірації опціону ціна БФІ може рухатися або вверх або вниз
38. Кокса—Росса—Рубінштейна (CRR) [13]	1979: I, II-A	37, 30, 31, 32: / Класична робота, у якій розроблена біноміальна модель оцінювання вартості опціону. Авторами доведено, що для граничного випадку, у безперервному часі ця модель має формулу Блека—Шоулса. Сформульовані переваги біноміальної моделі при оцінюванні американського опціону
39. Рендлемана—Барттера	1979: II-A	38: / Менш популярна модель, але відкрита незалежно і одночасно з моделлю Кокса—Росса—Рубінштейна. Перша спроба використання біноміальної моделі для оцінювання опціону на облігацію. Доведення зроблене при припущенні, що короткострочова спотова доходність облігації слідує рекомбінованому біноміальному процесу, а облігації з різним терміном експірації мають однакову очікувану доходність у наступному біноміальному періоді



Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
40. Шварця	1977: II-Б	6: / Перше застосування чисельної моделі на основі кінцевих різностей для чисельного вирішення диференційного рівняння оцінювання вартості опціону
41. Коуртадона	1982: II-Б	40: / Застосування уточненої чисельної моделі на основі кінцевих різностей для визначення ціни опціону
42. Хо—Лі (HL) [9]	1986: II-А, II-Б	39, 41: / Модель основана на короткостроковій відсотковій ставці. Перша модель ціноутворення опціону на облігації з різними періодами експірації. Має форму безризикової арбітражної біноміальної моделі для короткострокової безризикової облігації. Однофакторна модель (фактор: короткострокова відсоткова ставка) у якій розглядається зміна часової структури у цілому, але не конкретні зміни відсоткової ставки. Загальне біноміальне дерево моделі може використовуватися для оцінювання широкого спектру умовних зобов'язань включаючи відзивні облігації. Наслідком у припущенні щодо нормального розподілу короткострокової відсоткової ставки є існування можливості негативних відсоткових ставок
43. Халла—Уайта [7]	1990: II-А, II-Б	42, 50, 51: / Модель основана на короткостроковій відсотковій ставці. Авторами доведено, що однофакторна модель Васічека і Кокса—Інгерсолла—Росса може бути розширеною у дусі моделі Хо—Лі для суміщення з поточною часовою структурою відсоткової ставки з метою екзогенної оцінки поточної волатильності відсоткової ставки (або екзогенної оцінки поточної волатильності) і форвардної волатильності короткострокової відсоткової ставки. Негативні риси моделі: короткострокова відсоткова ставка має можливість негативних значень завдяки застосуванню нормального закону її розподілу
44. Блека—Дермана—Тоя (BDT) [7]	1990: II-А, II-Б	42, 50, 51: / Розроблена однофакторна біноміальна модель (фактор: короткострокова спотова відсоткова ставка) для ПФІ фіксованої доходності. Подолані недоліки моделі Хо—Лі щодо негативних значень відсоткової ставки шляхом застосування логнормального її розподілу. В основі моделі середньореверсивна динаміка ціноутворення з зменшенням волатильності до часу експірації. Калібрування дерева моделі здійснюється у напрямку суміщення з поточною часовою структурою відсоткової ставки і екзогенного оцінювання волатильності

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
45. Блека—Карасінського (БК) [7]	1991: II-A, II-B	42, 43, 50, 51: / Модель основана на короткостроковій відсотковій ставці. У порівнянні з моделлю Халла—Уайта і Блека—Дермана—Тоя ця модель допускає тільки позитивну короткострокову відсоткову ставку завдяки використанню логнормального закону розподілу для короткострокової відсоткової ставки
46. Хіта—Яррова—Мортон (НМ)	1992: II-A, II-B	Оригінальна проривна наукова робота практичного спрямування. 42, 50, 51: / Модель основана на форвардній відсотковій ставці. Запропонована багатofакторна безперервна модель для оцінювання вартості ПФІ з фіксованою доходністю, так що попередні моделі цього класу є її окремими випадками. У дузі моделі Хо—Лі ця модель є сумісною з поточними цінами усіх облигацій з нульовим купоном і безпосередньо враховує екзогенну стохастичну волатильність на основі еволюції миттєвої форвардної відсоткової ставки. Надає гнучкий методологічний підхід щодо створення широкого класу моделей з часовою структурою форвардної відсоткової ставки і припущень відносно її еволюції
47. Бойла	1977: II-C	6: / Вперше запропоновано метод Монте—Карло для оцінювання вартості європейського опціону. Для підвищення швидкості проведення обчислень використані керовані змінні
48. Тіллей	1993: II-C	8, 9, 10, 47: / Вперше запропоновано метод Монте—Карло для оцінювання вартості американського опціону з використанням процедури обмеження (шляхом об'єднання) способів виконання опціону до експірації. Більш сучасні моделі оцінювання вартості опціонів використовують більш швидкі з обчислювальної точки зору методи: регресійного аналізу (Дж. Каррієре) і функціональної оптимізації (Л. Андерсен)
49. Васичека	1977: IV	5: / Перша публікація про модель оцінювання зобов'язань на основі дифузійного процесу, побудованого на основі короткострокової відсоткової ставки. Модель має принципову рису: локальний очікуваний дохід для будь-якої облигації розділений на її волатильність (ринкова ціна ризику) є однаковим незалежно від часу експірації облигації. Спеціальний випадок цієї моделі з постійною ціною ризику (модель Орнштейна—Уленбека) має один фактор (короткострокову безризикову відсоткову ставку, постійну волатильність і процес відносно середнього значення, завдяки аналітичному рішення для визначення поточної ціни облигації з нульовим купоном

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
50. Бреннана—Шварця	1979: IV	49, 5, 6: / Розширення моделі Блека-Шоулса для оцінювання корпоративних зобов'язань. Припущеннями моделі є конвертація корпоративних зобов'язань у БФІ і відзивна облігація, що емітована компанією. У подальшому модель була узагальненою
51. Кокса—Інгерсолла—Росса (CIR) [5]	1985: IV	50: / Виведене аналітичне представлення формули Кокса-Інгерсолла-Росса для оцінювання вартості опціону на БФІ з фіксованою доходністю з використанням моделі загальної рівноваги. Ціноутворення опціону базується на основі однофакторного (фактор: поточна короткострокова безризикова відсоткова ставка ) дифузійного середне-реверсивного процесу ціноутворення БФІ і позитивної локальної волатильності, залежної від БФІ через логарифм кореню другого ступеню
52. Лонгстаффа—Шварця (LS)	1992: IV	51: / Двохфакторна модель часової структури відсоткової ставки з загальною рівновагою. Двома факторами моделі є: короткострокова відсоткова ставка і її волатильність. Приводить до аналітичного рішення щодо ціноутворення опціонів на облігації
53. Хестона	1993: I, I-A, II	34, 35, 36: / Узагальнення моделі стохастичної волатильності Халла-Уайта, Скотта, Вігінса у 1987 році. Модель дозволяє випадкову кореляцію між ціною БФІ і його волатильністю, стохастичну відсоткову ставку тощо. Для вимірювання ризику перевага надається волатильності (ціна ризику волатильності), яка розглядається у якості параметру для всіх опціонів з однаковим часом експірації для однакового БФІ. Отримала визнання серед моделей з стохастичною волатильністю у всіх учасників ринку
54. Флесакера, Хагстона	1996: IV	46: / Специфікація додаткових рис багатофакторної НМ моделі у напрямку існування лише позитивних відсоткових ставок

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
55. Брейса—Гатарека—Мусієлі (BGM), Джамшидіана	1997: IV	5, 6, 7, 46, 52: / Модель основана на форвардній відсотковій ставці. НІМ версія для форвардних відсоткових ставок реальних інтервалів (три, шість і т.ін місяців). На основі дискретних даних реальних інтервалів ціноутворення на фінансовому ринку, які не можна прямо оцінювати, створена безперервна модель безризикової дисконтної облигації і миттєвої форвардної відсоткової ставки з метою ціноутворення екзотичних ПФІ на відсоткову ставку. Привабливість цієї моделі серед учасників ринку пов'язана з її сумісністю зі стандартною ринковою моделлю («формула Блека») для ціноутворення послідовності опціонів <i>call</i> і <i>floor</i> . Ф. Джамшидіан розробив аналогічну модель тільки для ринку свопів. БФІ у моделі є відсоткова старт-ставка форвардного свопу
56. Меркुरіо—Морадела, Морадела—Ворста	2001: IV	5, 6, 18, 51, 52: / Запропоновані моделі короткострокової відсоткової ставки, які дозволяють використовувати параметричну структуру волатильності
57. Ребонато	2002: IV	5, 6, 55: / Вирішені практичні проблеми застосування моделей оцінювання екзотичних опціонів на відсоткову ставку, при умовах коли параметри моделей безпосередньо не можна бачити
58. Пелсера	2007: IV	5, 6, 55: / Робиться висновок про те, що посмішка волатильності, при аналізі імпліцитної волатильності опціонів свідчить про те, що припущення про логнормальний розподіл ціноутворення БФІ є не адекватним. Для вирішення проблеми посмішки імпліцитної волатильності опціонів з метою моделювання часової структури відсоткової ставки пропонуються Марківські функціональні моделі
59. Дерев імпліцитної волатильності Дермана—Кані, імпліцитних біноміальних дерев Рубінштейна	1994: VI	5, 6, 30: / Використання імпліцитних біноміальних дерев для непараметричного представлення імпліцитної волатильності БФІ з метою визначення його динаміки. Марк Рубінштейн, Емануель Дерман, Ірай Кані і Бруно Дупіре запропонували метод калібрування волатильності БФІ у часі таким чином, щоб модель ціноутворення опціонів відповідала ринковим цінам опціонів

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
60. Ліптона, МакГі (VV)	2002: IV, VI	15, 16, 17, 18, 23, 59: / Запропоновання методу Vanna—Volga (VV) для виводу імпліцитної волатильності на основі трьох доступних котирувань опціонів і оцінювання імпліцитної волатильності опціонів з будь-якою дельтою. Завдяки інтуїтивності і спрощеній реалізації методу, результати, що отримуються завдяки розрахункам, мають адекватну економічну інтерпретацію, що забезпечило ефективне використання методу для визначення вартості екзотичних опціонів
61. Хагана, Кумара, Леснієвського, Вудварда (SABR)	2002: IV, VI	53, 59: / Стохастична модель альфа, бета, ро (SABR). Двох факторна модель стохастичної волатильності, що встановлює зв'язок між БФІ і його волатильністю. SABR, спільно з моделями ринку LIBOR, є стандартом для визначення ціни звичайних ПФІ і складних продуктів на основі ПФІ на відсоткову ставку
62. Кіжими, Танаки, Вонга	2007: IV,	5, 6, 53, 59: / Проблема була сформульованою у передкризові часи, коли М. Хенрард визначив, що форвардні ставки інструментів фінансового ринку з різними строками експірації поведуться так, що у них БФІ є різними. Завдяки нововведенням, у середині літа 2010 року був дисконтований з новими вимогами портфель своїх на відсоткову ставку у розмірі \$218 трлн дол. США
63. Мадана—Мілне, Карра—Гемана—Мадана—Йора (VG)	1991: I-Б	5, 6, 30, 31, 32, 33: / Моделі відрізняються узагальненням динаміки ціноутворення БФІ, так що до опціонної моделі введена варіація гамми (VG) опціону (дельта дельти опціону)
64. Даса, Дюрхама, Бузіані	2008: I-Д	5, 6, 53: / У післякризові часи особливої актуальності набула проблема визначення ціни ПФІ з врахуванням стріккової компоненти у ціноутворенні БФІ. Застосуванням швидкого інверсного фрактального перетворення Фур'є здійснюється обчислення багатьох цін ПФІ для визначеного спектру страйків
65. Ширавеа, Мішурі, Ростака	2009: I, I-Д	5, 6: / Розширення параметричних моделей визначення ціни опціонів у напрямку узагальнення процесів, які є основою створення класичних моделей. Розробка моделей оцінювання ПФІ на основі фрактального броунівського руху

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
66. Майерса [15]	1997: V	5, 6: / На основі аналізу ризик інвестиційних рішень, пов'язаних з неможливістю їх повернення, підвищеної невизначеності фінансових потоків, з метою гнучкого аналізу стратегічних рішень введений термін «реальні опціони»
67. Піндайка [15]	1988: V	5, 6: / Запропоновано приймати до уваги нові риси інвестицій щодо неможливості їх повернення, підвищеної невизначеності у майбутньому, яка суттєво впливає на вартість компанії і їх застосування для аналізу реальних опціонів
68. Трегоргиса [15]	1996: V	5, 6: / Запропоновано використовувати на практиці реальні опціони для прийняття стратегічних рішень і розподілу дефіцитних ресурсів
69. Шварця—Муна	2001: V	5, 6: / На основі реальних опціонів, методу Монте—Карло і стохастичного процесу для моделювання історичної вартості компанії розроблені моделі зростання для компаній eBay, Amazon.com, Goggle. Модель Шварця—Муна використана для визначення ринкових цін на акції цих компаній
70. Бакші, Аїт—Сахалія	1997: VI	5,6: / Застосування непараметричних методів для оцінювання вартості опціонів для подолання недоліків щодо припущень класичних моделей Ф. Блека, М. Шоулса і Р. Мертона
71. Гібсона—Шварця	1990: VII	5, 6: / Енергетичні ПФІ були запровадженими для торгівлі на відкритих ринках у зв'язку з дерегулюванням енергетичних ринків і приватизацією. Особливість ринку пов'язана з тим, що для такого товару як електроенергія обмежені можливості для зберігання, а ринок попиту і споживання повинен бути збалансованим в усі години дня. Крім того, ускладнена природа ціноутворення на енергетичному ринку, у порівнянні з фінансовими ринками, характеризується багатьма технологічними факторами. Ці фактори та пикові навантаження, що відбуваються протягом дня вимагають створення спеціальних моделей ціноутворення ПФІ на електроенергію
72. Погодні ПФІ	1996: VII	5, 6: / Погодні ПФІ забезпечують управління і хеджування ризиків енергетичних і неенергетичних бізнесів
73. ПФІ на права проведення викидів	2005: VII	5, 6: / ПФІ на право проведення емісійних викидів виконують завдання зменшення емісійних викидів у процесі вирішення проблеми глобального потепління. Справедливе ціноутворення ПФІ такого типу повинно забезпечувати збалансований перехід до енергетично ефективного суспільства шляхом скорочення емісійних викидів

Назва моделі	Рік створення: Клас моделі	Удосконалення моделі: / Характеристика моделі
74. Паспортні опціони, опціони на волатильність БФІ	1997: VII	5, 6: / Паспортний опціон є CALL опціоном, що дозволяє використовувати його для залучення додаткових коштів на рахунок шляхом автоматичного виконання, при умовах позитивного балансу рахунку. Опціони на волатильність свопових і ф'ючерсних контрактів є позабіржовими ПФІ, за допомогою яких можна здійснювати хеджування ризиків на основі прогнозування динаміки волатильності БФІ
75. Оцінювання безризикових зобов'язань	кінець 90- років: VIII	5, 6: / Науковий напрямок, пов'язаний з практичним застосуванням опціонної теорії для визначення кредитних спредів ризикових і безризикових ринкових активів. Основні підходи зосереджені на визначенні ймовірності дефолту, визначенні рейтингу і відповідного кредитного спреду ПФІ або визначення часової структури відсоткової ставки доходності. Опціонні методи доведені до програмної реалізації використовуються як ноу-хау усіма рейтинговими компаніями для присвоєння кредитного рейтингу компаніям, муніципальним, державним зобов'язанням, кредитним ПФІ, структурованим і синтетичним фінансовим продуктам
76. Кредитні ПФІ, структуровані, синтетичні фінансові продукти []	кінець 90- років: IX	5, 6: / Застосування опціонної теорії для визначення ціни кредитних ПФІ, структурованих фінансових продуктів, кредитних нот (CLN), забезпечених боргових зобов'язань (CDO), кредитних дефолтних свопів (CDS), забезпечених облігацій (CBO), забезпечених ссуд (CLO), синтетичних кредитних дефолтних свопів (CDS). Для створення структурованих і синтетичних фінансових продуктів використовується ключові інновації фінансової економіки: секьюритизація і траншинг. Структуровані фінансові продукти, кредитні ПФІ, синтетичні ПФІ зіграли суттєву роль у фінансовій і економічній кризі 2007—2008 року завдяки недосконалому регуляторному законодавству.
77. Ціноутворення ПФІ на основі теорії ігор	кінець 90- років: X	5, 6: / Напроти класичного визначення ПФІ, з врахуванням асиметрії інформації і достатньої розвинутості ринків, при умовах, коли існує вторинний ринок, ринок ПФІ, вартість активу визначається безпосередньо із процесу конкурентної взаємодії учасників ринку. Складність ринкового активу для визначення його справедливої ціни не має значення.

*Висновки.* На основі застосування об'єктно-орієнтованого підходу представлена онтологія розвитку і універсальна класифікація моделей ціноутворення ПФІ. Відповідно до запропонованої універсальної класифікації, найбільш розповсюджені 77 моделей, складають 10 класів моделей.

### **Література**

1. *Bachelier L.* Th'eorie de la Sp'eculation // *Annales de l'Ecole Normale Superieure.* — 1900. — V. 17. — P. 21—86.
2. *Black F., Scholes M.* The Valuation of Option Contracts and a Test of Market Efficiency // *Journal of Finance.* — May 1972. — № 27. — P. 399—418.
3. *Black F., Derman E., Toy W.* A One Factor Model of Interest Rates and its Application to Treasury Bond Options // *Financial Analysts Journal.* — 1990. — № 46. — P. 33—39.
4. *Chisholm A.M.* Derivatives Demystified: A Step-by-Step Guide to Forwards, Futures, Swap and Options. — Chichester: 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons Ltd., 2010. — 286 p.
5. *Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M.* Option Pricing: A Simplified Approach // *Journal of Financial Economics.* — October 1979. — № 7. — P. 229—264.
6. *Douglas R.* Credit Derivatives Strategies: New Thinking on Managing Risk and Return. — New York: Bloomberg Professional, 2010. — 223 p.
7. *Халл Дж. К.* Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. — М.: ООО «И.Д.Вильямс», 2007. — 1056 с.
8. *Hunt P.J., Kennedy J.E.* Financial Derivative in Theory and Practice. — Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2004. — 469 p.
9. *Ho T.S.Y., Lee S.* Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims // *Journal of Finance.* — 1986. — Vol. 41. — № 5. — P. 1011—1029.
10. *Merton R. C.* Theory of Rational Option Pricing // *Bell Journal of Economics and Management Science.* — Spring 1973. — № 4. — P. 141—183.
11. *Merton R. C.* The Relation between Put and Call Prices // *Comment, Journal of Finance.* — March 1973. — № 28. — P. 183—184.
12. *Merton R.C.* Financial Innovation and Economic Performance // *Journal of Applied Corporate Finance.* — Winter 1992. — Vol. 4. — № 4. — P. 12—22.
13. *Rubinstein M.* Rubinstein on Derivatives. — London; Chicago: Risk Book, 1999. — 485 p.
14. *Rubinstein M.* Implied Binomial Tree // *Journal of Finance.* — July 1994. — Vol. 49. — № 3. — P. 771—818.
15. *Smit H.T.J., Trigeorgis L.* Strategic Investment: Real Options and Games. — Princeton; New Jersey: Princeton University Press, 2004. — 472 p.
16. *Willmott P., Dewynne J., Howison S.* Option Pricing. — Oxford: Oxford Financial Press, 1993. — 465 p.
17. *Силантьев С.О.* Менеджмент похідних фінансових інструментів: Навчальний посібник. — К.: КНЕУ, 2010. — 279 с.

Стаття надійшла до редакції 01.09.2011 р.