

VI. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ

УДК 519.866: 33.13

Ю. В. Коляда, доц. кафедри
економіко-математичних методів,
КНЕУ імені Вадима Гетьмана

ПРО ДИНАМІКУ НЕФОРМАЛЬНОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ ПОПУЛЯЦІЇ

Розглянуті більш загальні, ніж відомі в літературі, математичні моделі (ММ) динаміки неформальної економічної популяції. На підґрунті їх аналізу описано сценарії розвитку подій.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модель, логістичне рівняння, стійкість.

У країнах пострадянського простору досить часто спостерігається явище, коли ядро ринку деякого товару формується не стільки економічними законами, скільки визначається системами багаторазового мережевого маркетингу або іншими причинами. При цьому відбувається тиск на індивідуалів з латентною схильністю до споживання продукту або своєрідне формування потреби впливати саме на такий продукт, маніпулюючи фізіологічними та психологічними особливостями людини.

Розповсюдження зазначеного вище товару уподібнюється [1] епідемії, коли частина членів суспільства перетворюється в стійку економічну неформальну популяцію: інформація поширюється контактно — від попереднього споживача (він вже і розповсюджувач) до наступного. Має місце явище масового характеру, спостерігається аналогія з поширенням інфекційної хвороби — ланцюгове відтворення собі подібних. При цьому щільність населення і ступінь комунікативності членів суспільства істотно впливають на швидкість розповсюдження хвилі хвороби.

У припущенні однорідності простору середовища потенційних споживачів і нульового насичення ринку ММ розвинення неформальної економічної популяції для короткострокового періоду записується як відоме рівняння Мальтуса:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\phi} N, \quad (1)$$

де N — число задіяних у бізнесі, $\frac{dN}{dt}$ — динаміка становлення мережі, величина ϕ_0 — середній час навернення одного клієнта мережевої структури.

У розв'язку $N(t) = N_0 \cdot \exp\left(\frac{t}{\phi_0}\right)$ рівняння (1) відтворюється стрибкоподібний ріст числа клієнтів (споживачів) для малих значень ϕ_0 .

Із врахуванням стану насиченості ринку динаміка процесу становлення неформальної економічної популяції описується відомим у біології рівнянням Ферхюльста:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\phi_0 K} N(K - N), \quad (2)$$

де K — ємність середовища (сума потенційних і задекларованих споживачів). Аналітичний розв'язок ММ (2) має вигляд

$$N = \left(KN_0 \cdot \exp\left(\frac{t}{\phi_0}\right) \right) / \left(K - N_0 + N_0 \cdot \exp\left(\frac{t}{\phi_0}\right) \right),$$

де N_0 — початкова умова.

Але функціонування неформальної економічної популяції межує з тіньовою діяльністю і в окремих випадках вкрай негативно впливає на загальний стан справ в суспільстві. Саме тому держава покликана регулювати згадувану бізнес-структуру, обмежуючи її діяльність. Такого роду прагнення відображається [1] ММ

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\phi_0 K} N(K - N) - P, \quad (3)$$

так званою логістичною моделлю з відловом, де величина P відповідає сумарному убутку, природного походження чи викликаного певним тиском держави. Стійкість розв'язку ММ (3) визначається нерівністю $\left(4P \cdot \frac{\phi_0}{K}\right) \leq 1$, тобто ефект зменшення популяції досягається комбінацією величин P і ϕ_0 , зокрема ріст ϕ_0 відповідає жорсткості покарання. По-іншому, зусиллями держави неформальну економічну популяцію можна скоротити не більше, ніж наполовину від ємності середовища.

У статті [1] наголошується, що величина P принципово не може бути постійною. Саме ця теза детально розглядається в даній праці.

Попередньо зазначимо, що можна вказати момент часу, до якого відбувається ріст чисельності неформальної економічної популяції. Дійсно, прирівнюючи нулю другу похідну $\frac{d^2N}{dt^2}$ рівняння (2), тобто $\ddot{N} = \frac{1}{\phi} - \frac{2}{\phi K}N$ і $\ddot{N} = 0$, та враховуючи аналітичний розв'язок ММ (2), після очевидних алгебраїчних перетворень отримується формула $t^* = \phi \ln\left(\frac{K - N_0}{N_0}\right)$. Отже, на інтервалі $[0, t^*]$ відбувається зростання швидкості чисельності неформальної економічної популяції, а потім падає на відрізку $[t^*, \infty)$.

Зрозуміло, що отримана формула має місце для ММ (3).

На завершення розгляду неперервної ММ неформальної економічної популяції зазначимо, що добре відоме в економіці запізнення процесів відображається в найпростішому варіанті логістичним рівнянням з лагом h наступного вигляду

$$\dot{N} = r \cdot N \cdot (K - N(t - h)),$$

де $r = 1/\phi K$.

Скориставшись розвиненням функції $N(t - h)$ у ряд Тейлора $N(t - h) = N(t) - h\dot{N}(t) + \dots$, ММ приймає вигляд звичайного диференціального рівняння

$$\dot{N} = \frac{r \cdot N(K - N)}{1 - KrN},$$

аналітичний розв'язок якого також знаходиться відокремленням змінних і записується:

$$N(K - N)^{\left(\frac{h}{\tau_0}\right)^{-1}} = C \cdot e^{\left(\frac{t}{\tau_0}\right)}$$

як загальний інтервал, де C — довільна стала. Для $t = 0$ вона є $C = N_0(K - N_0)^{\left(\frac{h}{\tau_0}\right)^{-1}}$.

Як у випадку рівняння (3) ММ, якою враховується лаговий характер процес існування неформальної економічної популяції, приймає вигляд

$$\dot{N} = \frac{r \cdot N(K - N)}{1 - KrN} - P.$$

Точки рівноважного стану ($\dot{N} = 0$) знаходяться як корені квадратного рівняння $N^2 - K(P+1)N + \frac{P}{r} = 0$ і після нескладних перетворень записуються

$$N_{1,2}^* = \frac{K[1+P]}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{P}{r} \cdot \frac{4}{K^2(1+P)^2}} \right].$$

Очевидно, має виконуватися нерівність

$$\frac{P}{r} \cdot \frac{4}{K^2(1+P)^2} \leq 1.$$

Перейдемо від неперервного (2) до дискретного варіанту ММ досліджуваного явища, що краще відповідає реаліям. Заміною похідної різницею відношенням $\dot{N} = \frac{r \cdot N(K - N)}{1 - KrN}$, де нижній індекс свідчить про точку незалежної змінної t , а $\dot{N} = \frac{r \cdot N(K - N)}{1 - KrN}$ є приріст, та очевидними алгебраїчними перетвореннями отримується

$$N_{n+1} = N_n(a - bN_n) \quad (4)$$

дискретна ММ неформальної економічної популяції, де покладено $a = 1 + \frac{\Delta t}{\phi_0}$; $b = \frac{\Delta t}{\phi_0 K}$.

Дискретний варіант неперервної ММ (3) записується

$$N_{n+1} = N_n(a - bN_n) - P. \quad (5)$$

У науковій літературі, наприклад [2, 3], він називається логістичною моделлю з так званим відловом (відбором), за допомогою якої вивчається поведінка соціологічних об'єктів та біологічних

популяції в умовах насичення процесів та наявності постійно діючих факторів.

Для подальшого вивчення існування неформальної економічної популяції зручно скористатися відомими щодо логістичного рівняння факторами в синергетичній літературі, наприклад [4].

Дискретна модель (5) володіє двома стаціонарними станами

$$N_{n+1} = N_n(a - bN_n),$$

причому стійкому відповідає корінь x_1^* рівняння зі знаком «+» перед радикалом, а нестійкому стану — знак мінус.

При квоті відлову $N_{n+1} = N_n(a - bN_n)$ виконується $x_1^* = x_2^* = \frac{(a-1)}{2b}$: якщо із-за певних причин популяція стане меншою зазначеної величини, то з часом вона гине.

Для ситуації перелову, тобто $P > \frac{(a-1)^2}{4b}$, неформальну економічну популяцію чекає загибель при будь-яких стартових умовах, чому сприяли постійно діючі фактори.

Напевне, квота про відлов має враховувати поточний стан досліджуваної системи, цим самим відмовляючись від адміністративного способу прийняття рішень. По-іншому, покладаючи $P = k \cdot N$, ММ у нашому випадку набуває вигляду

$$N_{n+1} = N_n(a - bN_n). \quad (6)$$

Таким чином, на відміну від апріорної величини відлову ($N_{n+1} = N_n(a - bN_n)$) в ММ (6) використовується більш гнучкий — апостеріорний спосіб її вибору, що відповідає знаному в техніці прийому зворотного зв'язку.

Широкомасштабний обчислювальний експеримент над рівнянням (6) свідчить, що при довільних початкових (стартових) умовах траєкторії збігаються до стаціонарного стану.

Слід зауважити, що деяким вибором параметрів a , b та k ММ (6) можна отримати хаотичні режими існування неформальної економічної популяції. Отже, постає проблема визначення областей змінюваності параметрів, при яких досліджуване явище поводить себе стійко. Не менший інтерес викликає стратегія управління режимами, переслідуючи мету досягнути бажаного результату якнайкраще. Варто знати межі числових параметрів, щоб встановити ступінь їх взаємозв'язку та межу їх взаємовпливу на кінцевий результат моделювання.

Література

1. *Вавенко И. Н., Кузин И. А.* Динамика неформальной экономической популяции в России // Экономика и матем. методы. — 2003. — Т. 39. — № 1. — С. 120—122.
2. Динамическая теория биологических популяций / Под ред. Р. А. Полуэктова. — М.: Наука, 1974.
3. *Плотинский Ю. М.* Модели социальных процессов: Учебное пособие для вузов. — М.: Логос, 2001. — 296 с.
4. *Пугачева Е. Г., Соловьев К. Н.* Самоорганизация социально-экономических систем: Учебное пособие. — Иркутск: БГУЭП, 2003. — 172 с.

Стаття надійшла до редакції 07.12.2007

УДК: 336.71: 004.73

Є. А. Труш, аспірант кафедри
ІСЕ, КНЕУ імені Вадима Гетьмана

ДЕЯКІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СППР У БАНКІВСЬКІЙ СПРАВІ

В даній статті розкрито питання застосування інтелектуальних СППР у банківській справі. Висвітлено, що в банках при створенні та розробці інформаційних систем виокремлюють два класи систем, а відповідно і два класи задач: OLTP-системи та OLAP-системи. Коротко описано напрями застосування інтелектуальних СППР у банківській діяльності та визначено, що перспективною щодо впровадження в банках є технологія інтелектуального аналізу даних — Data Mining.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інтелектуальні СППР, OLTP, OLAP, бази даних, сховища даних, Data Mining, експертні системи, ринковий ризик, кредитний ризик, профіль споживача, банківська система, інформаційна система, багатовимірний аналіз, транзакція.

Прийняття рішення — це найважливіший аспект діяльності будь-якої організації. Дуже часто, рішення повинно бути прийнятим у найкоротші строки та за умов недостатньої інформації. Виникає необхідність у створенні таких систем, за допомогою яких інформація буде накопичуватись, зберігатись у великому обсязі,