УДК 519.8(075)

Т. В. Манжос, канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

ПЕРЕВАГИ ЦЕНТРАЛІЗОВАНОГО УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ ПІДПРИЄМСТВ ЗА УМОВИ СТОХАСТИЧНОГО ПОПИТУ

АНОТАЦІЯ. Вивчається питання про порівняння мінімальних очікуваних витрат у випадках централізованого та децентралізованого управління запасами однопрофільних підприємств. Розглянуто одноперіодну однопродуктову модель, для якої доведено ефективність об'єднання підприємств у холдинг з точки зору мінімізації витрат на систему управління запасами.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: оптимальний розмір запасу, мінімізація витрат, одноперіодні моделі управління запасами.

АННОТАЦИЯ. Исследуется задача сравнения минимальных ожидаемых затрат в случаях централизованного и децентрализованного управления запасами однопрофильных предприятий. Доказано эффективность объединения предприятий в холдинг с точки зрения минимизации затрат на систему управления запасами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: оптимальный размер запаса, минимизация издержек, однопериодные модели управления запасами.

ANNOTATION. We study the question of comparison of minimal expected costs in cases centralized and decentralized inventory models if demand is stochastic.

KEY WORDS: optimal lot size, minimization of holding and stock-out costs, single-period inventory models.

Постановка проблеми. В нашій країні останнім часом з'являється багато холдингових структур. Об'єднуючись холдинги, підприємства мають певні цілі: укріплення позицій на ринку, отримання економічного виграшу. Разом з тим, одним з основних завдань, які розв'язуються в процесі створення холдингу, є оптимізація структури управління. Завдяки цьому керівництво головної компанії може зосередитись на розробці і розв'язанні стратегічних задач, які забезпечують перспективний розвиток усієї групи компаній. Однією з них є задача управління запасами. Колосальний обсяг оборотних коштів надає зазначеній проблемі пріоритетного значення. Адже надлишкові запаси, які і їх дефіцит, часто стають причиною багатьох невдач у бізнесі та втрат на виробництві і призводять до критичних ситуацій. Тому проблема ефективного управління запасами є досить актуальною як для окремих підприємств, так і для їх об'єднань. Крім того, важливим є питання порівняння витрат на систему управління запасами окремих підприємств і таких об'єднань, наприклад, як холдинги. Адже для того, щоб довести економічну ефективність створення холдингів з точки зору управління запасами, слід показати ефект зниження витрат при централізованому управлінні, про що піде мова в статті.

Аналіз основних джерел. Питання про порівняння витрат на управління запасами підприємств у випадках, коли весь закуповуваний матеріальний ресурс для задоволення сумарного попиту зберігається на одному складі, та окремо на складах підприємств для задоволення потреб кожного з них було розглянуто ще в 1979 р. Еппеном. У його роботі [1] вивчається одноперіодна модель з нормально розподіленим попитом на певний ресурс кожного з підприємств, якщо витрати на зберігання та дефіцитність для усіх підприємств однакові. Автором, зокрема, доведено, що у випадку централізації, очікувані витрати на управління запасами знижуються.

Чен і Лін [2, 3] розглянули аналогічну задачу, але без вимоги нормальності попитів кожного з підприємств. Крім того, ними було замінено лінійні функції витрат зберігання та дефіцитності на опуклі.

У роботі [4] Лін і Хванг узагальнили розглянуті вище випадки, додавши до розгляду витрати на перевезення та врахувавши можливу затримку поставок.

Широко розглянуте питання ризику об'єднання чи автономності підприємств у прийнятті рішень щодо замовлення та зберігання запасів з урахуванням зриву поставок у статті [5].

Та, незважаючи на достатньо різнопланове вивчення даного питання, випадок централізованого управління системою запасів, коли холдинг використовує певну стратегію для зменшення витрат у випадку недостачі ресурсу, досі не розглядався.

Виклад основного матеріалу. Основна задача, що буде розв'язана в статті, полягає в порівнянні середніх очікуваних витрат на систему управління запасами у випадку, коли однопрофільні підприємства здійснюють закупівлі самостійно, залежно від власних потреб, та коли вони об'єднані в холдинг і управління запасами здійснюється централізовано. Розглянемо одноперіодну модель з миттєвим попитом, яка в літературі з теорії управління запасами відома як «задача продавця газет». Це означає, що матеріальний ресурс на певний період замовляється кожним з n підприємств лише один раз і попит X_i, $1 \le i \le n$, на цей ресурс, обумовлений виробничими планами *i*-того підприємства, відомий на початку періоду. Тоді сумарний попит на цей ресурс на даний період $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$. Нехай випадкові величини X_i, $1 \le i \le n$, — незалежні та нормально розподілені з параметрами відповідно $\left(\mu_i, \sigma_i^2\right)$. Тоді їх сума X теж має нормальний закон розподілу з параметрами $\mu = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$, $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2$ (див. [6], с. 237). Зазначимо, що для порівняння середніх витрат на придбання, зберігання та можливу недостачу ресурсу для випадку окремих підприємств і коли вони об'єднані в холдингову структуру, екзогенні фактори, які впливають на формування політики закупівель, слід вважати однаковими в обох випадках. Інакше кажучи, порівняємо середні витрати на систему управління запасами у двох вище описаних випадках за рівних зовнішніх умов.

Отже, сформулюємо задачу управління запасами відповідно до викладеного вище. Нехай потрібний для *n* однопрофільних підприємств матеріальний ресурс (наприклад сировина, матеріали тощо), зберігається на складі A. Введемо наступні позначення: c — ціна одиниці продукції; z і d_i — питомі витрати зберігання та дефіцитності для кожного підприємства відповідно (на одиницю продукції за етап), які не залежать від закупівельної ціни; c_i — питомі витрати на перевезення розглядуваного ресурсу від пункту *A* до *i*-того підприємства, $1 \le i \le n$. Зазначимо, що витрати дефіцитності кожного підприємства, які визначаються втраченим прибутком, виплатами штрафів тощо, можуть дещо різнитися між собою, тому в загальному випадку ми вводимо різні позначення для них. Без втрати загальності будемо вважати рівень запасу до моменту замовлення нульовим.

Розглянемо спочатку модель, коли кожне з підприємств здійснює політику формування запасів самостійно. Тоді за припущення неперервності величини розміру замовлення *Q* на даний період та відсутності витрат на його оформлення маємо таку функцію очікуваних витрат для кожного підприємства:

$$L_i(Q) = (c + c_i)Q + z\int_0^Q (Q - x) f_i(x)dx + d_i\int_Q^\infty (x - Q) f_i(x)dx, \qquad (1)$$

де $f_i(x)$ — щільність розподілу ймовірностей випадкової величини X_i, $1 \le i \le n$.

Знайдемо оптимальні розміри замовлення для кожного підприємства через мінімізацію функцій L_i. Для цього знайдемо похідні:

$$\frac{dL_i}{dQ} = c + c_i + z\int_0^Q f_i(x)dx - d_i\int_Q^\infty f_i(x)dx = c + c_i + z\int_0^Q f_i(x)dx -$$

$$- d_i\left(1 - \int_0^Q f_i(x)dx\right) = c + c_i + (z + d_i)F_i(Q) - d_i,$$

де $F(\cdot)$ — функції розподілу ймовірностей випадкових величин X_i, $1 \le i \le n$;

$$\frac{d^2 L_i}{dQ^2} = (z + d_i)f_i(Q) \ge 0, \ \forall Q.$$

Звідки, прирівнявши першу похідну до нуля, отримаємо рівняння для знаходження оптимального розміру замовлення:

$$F_i(Q) = \frac{d_i - c_i - c}{d_i + z}, \ \Phi\left(\frac{Q - \mu_i}{\sigma_i}\right) = \frac{d_i - c_i - c}{d_i + z} - \frac{1}{2} \text{ або, } 1 \le i \le n,$$

за припущення, що $d_i \ge c + c_i$ (тут $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ — інтегральна функція Лапласа).

Таким чином, оптимальні розміри замовлень для кожного підприємства на даний період складають:

$$Q_i^* = \sigma_i \Phi^{-1}\left(\frac{d_i - c_i - c}{d_i + z} - \frac{1}{2}\right) + \mu_i, \quad 1 \le i \le n. \qquad (2)$$

Знайдемо сумарні очікувані витрати усіх підприємств на систему управління запасами у розглядуваному випадку (децентралізована модель).

Отже, з використанням формули

$L_i\left(Q_i^*\right) = (c + c_i)\mu_i + (z + d_i)\sigma_i \cdot \varphi\left(\frac{Q_i^* - \mu_i}{\sigma_i}\right)$ (див. [7]) і (2) отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i\left(Q_i^{*}\right)=c\mu+\sum_{i=1}^{n} L_i c\mu+\sum_{i=1}^{n}\left(z+d_i\right)\sigma_i\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{d_i-c_i-c}{d_i+z}-\frac{1}{2}\right)\right], \quad (3)$$

де $\varphi(\cdot)$ — щільність стандартного нормального розподілу ([6], ст. 608).

Тепер розглянемо централізовану модель: однопрофільні підприємства об'єднані в холдинг і управління запасами здійснюється централізовано.

Розв'яжемо задачу знаходження оптимального розміру замовлення через мінімізацію очікуваних витрат на управління запасами. За припущення відсутності витрат на оформлення замовлення обсягом Q функція очікуваних витрат буде сумою витрат на закупівлю, зберігання у випадку залишку, доставку товару до підприємств і витрат дефіцитності у випадку недостачі. Зрозуміло, що оскільки сумарний попит X виникає після отримання партії товару Q, то у випадку недостачі його слід розподілити між підприємствами так, щоб витрати, пов'язані з дефіцитністю, були мінімальними. Тому крім змінної рішень (decision variable) Q, введемо ще змінні $p_1, p_2, \ldots p_n$ (такі, що $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$, $p_i \geq 0$ для будь-якого $i=\overline{1,n}$), які будуть характеризувати у випадку загальної недостачі ресурсу після виникнення попиту розподіл недостач по підприємствах. У такому разі на i-те підприємство буде доставлено $x_i-(x-Q)p_i$ кількість ресурсу (тут x, x_i — реалізації випадкових величини X, X_i, $1 \leq i \leq n$, відповідно). Визначимо $f(x)$ — як функцію щільності розподілу ймовірностей сумарного попиту X.

Таким чином, цільова функція має вигляд:

$$L\left(Q, p_1, p_2, \ldots p_n\right)=cQ+z\int_0^Q (Q-x) f(x) dx+\left(\sum_{i=1}^{n} d_i p_i\right)\int_Q^{\infty}(x-Q) f(x) dx+V \quad (4)$$

за умов

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} p_i=1 \\ p_i \geq 0, \forall i=\overline{1,n}\end{cases} \quad (5)$$

У функції (4), введеній вище, $V=V\left(Q, p_1, p_2, \ldots p_n\right)$ — функція очікуваних витрат на перевезення. Для її побудови слід знайти математичне сподівання функції

$$V=\begin{cases}\sum_{i=1}^{n}c_iX_i, & X\le Q,\\ \sum_{i=1}^{n}c_i\left(X_i-(X-Q)p_i\right), & X\ge Q,\end{cases}$$

Таким чином,

$$V(Q,p_1,p_2,...p_n)=M(V)=\sum_{i=1}^{n}c_i\mu_i-\left[\sum_{i=1}^{n}c_ip_i\right]\cdot\int_Q^{\infty}(x-Q)f(x)dx\,. \quad (6)$$

Взявши до уваги рівність (6) цільова функція (4) набуде вигляду:

$$L(Q,p_1,...p_n)=cQ+z\int_0^Q(Q-x)f(x)dx+\sum_{i=1}^{n}c_i\mu_i+\left(\sum_{i=1}^{n}(d_i-c_i)p_i\right)\int_Q^{\infty}(x-Q)f(x)dx\,,$$

за виконання умов (5).

Основне завдання полягає у знаходженні умовного мінімуму функції $L(Q,p_1,p_2,...p_n)$. Оскільки розглядувана функція є лінійною відносно змінних p_1, $1\le i\le n$, то при кожному фіксованому значенні Q вона може досягати мінімуму в одній з вершин n-вимірного многогранника, заданого умовами (5): $B_1(1;0;0;...0)$, $B_2(0;1;0;...;0)$, $B_3(0;0;1;...0)$,…, $B_n(0;0;0;...1)$. Цей факт випливає з теореми лінійного програмування, відомої під назвою симплекс-методу ([8], ст. 100). Неважко переконатись, що функція $L_Q(p_1,...,p_n)$ буде досягати мінімуму в точці $B_{i*}\in\{B_i|\cdot 1\le i\le n\}$ такій, що $d_{i*}-c_{i*}=\min\{d_i-c_i|\cdot 1\le i\le n\}$.

Звідси випливає природний висновок: усю кількість недостачі, яка викликана тим, що сумарний попит X виявився більшим від розміру замовленої партії Q, слід «спроектувати» на підприємство з номером $i*$, для якого різниця $d_{i*}-c_{i*}$ мінімальна.

Зафіксуємо такий номер $i*$. Розв'яжемо тепер задачу мінімізації функції.

$$L(Q)=L(Q,p_1,...,p_n)|B_{i*}=cQ+z\int_0^Q(Q-x)f(x)dx+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}c_i\mu_i+(d_{i*}-c_{i*})\int_Q^{\infty}(x-Q)f(x)dx \quad (7)$$

Для цього знайдемо похідні:

$$\frac{dL}{dQ}=c+z\int_0^Q f(x)dx-\left(d_{i*}-c_{i*}\right)\int_Q^\infty f(x)dx=c+z\int_0^Q f(x)dx-$$

$$-\left(d_{i*}-c_{i*}\right)\left(1-\int_0^Q f(x)dx\right)=c-d_{i*}+c_{i*}+\left(z+d_{i*}-c_{i*}\right)\int_0^Q f(x)dx\,,$$

$$\frac{d^2L}{dQ^2}=z\cdot f(Q)+\left(d_{i*}-c_{i*}\right)f(Q)\geq 0,\ \forall Q\,.$$

Таким чином, щоб знайти точку мінімуму функції $L(Q)$, прирівняємо її першу похідну до нуля: $c-d_{i*}+c_{i*}+\left(z+d_{i*}-c_{i*}\right)\int_0^Q f(x)dx=0$.

Звідси отримаємо таке рівняння відносно Q:

$$F(Q)=\frac{d_{i*}-c_{i*}-c}{d_{i*}-c_{i*}+z},\ \text{або}\ \Phi\left(\frac{Q-\mu}{\sigma}\right)=\frac{d_{i*}-c_{i*}-c}{d_{i*}-c_{i*}+z}-\frac{1}{2}\,,$$

де $F(\cdot)$ — функція розподілу ймовірностей випадкової величини *X*.

Отже, оптимальний розмір замовлення ресурсу на етап для холдингу

$$Q^*=\sigma\cdot\Phi^{-1}\left(\frac{d_{i*}-c_{i*}-c}{d_{i*}-c_{i*}+z}-\frac{1}{2}\right)+\mu\,. \tag{8}$$

Аналогічно до випадку одного підприємства (див. [7]) можна показати, що мінімальні очікувані витрати на управління запасами для холдингу будуть складати:

$$L\left(Q^*\right)=c\mu+\sum_{i=1}^{n}c_i\mu_i+\left(z+d_{i*}-c_{i*}\right)\sigma\varphi\left[\Phi^{-1}\frac{d_{i*}-c_{i*}-c}{d_{i*}-c_{i*}+z}-\frac{1}{2}\right]. \tag{9}$$

Отже, очікувані мінімальні витрати на етап для обох моделей — децентралізованої та централізованої — знайдено. Для того, щоб їх порівняти, сформулюємо та доведемо допоміжну лему.

Лема 1. Функція $T(x)=x\cdot\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]$, $a>0$, $a=const$, $x\in\left[a,+\infty\right)$ є монотонно зростаючою на всій області визначення.

Доведення. Знайдемо похідну

$$\frac{dT}{dx}=\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]-x\cdot\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\cdot\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]\cdot$$

$$\cdot\frac{1}{\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]}\left(-\frac{a}{x^2}\right)=\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{a}{x}\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right).$$

Покажемо, що $\frac{dT}{dx}\geq 0$, $\forall x\in[a,+\infty)$. Слід зазначити, що функція $T_1(t)=\varphi(t)+t\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)$, $t\in(-\infty,+\infty)$ при $t=\Phi^{-1}\left(\frac{a}{x}-\frac{1}{2}\right)$ є тотожною $\frac{dT}{dx}$. Тому достатньо довести, що $T_1(t)$ — додатна на своїй області визначення.

Дійсно, оскільки $\frac{dT_1}{dx}=-t\varphi(t)+\Phi(t)+t\varphi(t)+\frac{1}{2}=\Phi(t)+\frac{1}{2}\geq 0$ і $=\lim\limits_{t\to-\infty}-\frac{\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)^2}{\varphi(t)}=\lim\limits_{t\to-\infty}-\frac{2\left(\Phi(t)+\frac{1}{2}\right)\varphi(t)}{-t\varphi(t)}=\lim\limits_{t\to-\infty}\frac{2\Phi(t)+1}{t}=0$ (для знаходження границі було двічі використано правило Лопіталя), то функція $T_1(t)$ монотонно зростаюча на області визначення та $\lim\limits_{t\to-\infty}T_1(t)=0$. Тоді неважко показати, що вона є додатною $\forall t\in R$. Звідси й випливає справедливість твердження леми.

Зауваження. Функція $T_2(x)=x\cdot\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2}-\frac{a}{x}\right)\right]\equiv T(x)$. Це випливає з непарності функції Φ^{-1} та парності функції φ.

Сформулюємо основне твердження даної роботи.

Теорема 1. Якщо X_i, $1\leq i\leq n$, — незалежні та нормально розподілені випадкові величини, то є справедливою нерівність:

$$\sum_{i=1}^{n}L_i(Q_i^*)>L(Q^*)\cdot$$

Доведення. З використанням формули (3), леми 1 і зауваження одержимо:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i(Q_i^*) = c\mu + \sum_{i=1}^{n} c_i\mu_i + \sum_{i=1}^{n} (z + d_i)\sigma_i\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{d_i - c_i - c}{d_i + z} - \frac{1}{2}\right)\right] >$$

$$> c\mu + \sum_{i=1}^{n} c_i\mu_i + \sum_{i=1}^{n} (z + d_i - c_i)\sigma_i\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{d_i - c_i - c}{d_i - c_i + z} - \frac{1}{2}\right)\right] =$$

$$= c\mu + \sum_{i=1}^{n} c_i\mu_i + \sum_{i=1}^{n} (z + d_i - c_i)\sigma_i\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{z + c}{d_i - c_i + z}\right)\right] >$$

Оскільки $\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 = \sigma^2$, то $\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \geq \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2} = \sigma$. Тому з викладеного вище і формули (9) випливає:

$$\sum_{i=1}^{n} L_i(Q_i^*)$$

$$> c\mu + \sum_{i=1}^{n} c_i\mu_i + (z + d_{i*} - c_{i*})\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2} - \frac{z + c}{d_{i*} - c_{i*} + z}\right)\right]\sum_{i=1}^{n} \sigma_i \geq$$

$$\geq c\mu + \sum_{i=1}^{n} c_i\mu_i + (z + d_{i*} - c_{i*})\sigma\varphi\left[\Phi^{-1}\left(\frac{d_{i*} - c_{i*} - c}{d_{i*} - c_{i*} + z} - \frac{1}{2}\right)\right] = L(Q^*)\cdot$$

Теорему доведено.

Таким чином, доведено доцільність об’єднання підприємств у компанії холдингового типу, адже середні сумарні витрати на управління запасами в такому разі зменшуються. Зазначимо, що цей результат було отримано лише для нормального розподіленого попиту на ресурс. Це виправдано тим, що на практиці цей закон розподілу зустрічається найчастіше, адже на попит впливає значна кількість незалежних факторів. Результат, отриманий в теоремі 1, є природнім, адже за рахунок управлінських рішень холдингу можна зменшити витрати, наприклад, на перевезення у випадку недостачі. Крім того, є можливість врахувати різницю витрат підприємств, пов’язаних з дефіцитністю, що також допомагає зменшити очікувані витрати.

Продемонструємо на прикладі, як зменшуються середні витрати на систему управління запасами при об'єднанні підприємств. Нехай три дочірніх однопрофільних підприємства ($n=3$) холдингу використовують певний вид сировини, що закуповується і зберігається на складі. На основі попереднього досвіду за результатами спостережуваних значень попиту було встановлено, що на розглядуваний вид сировини попит i-го підприємства на даний період (X_i, $i=1,2,3$) розподілений нормально, а саме: $X_1 \sim N(200;\ 680)$; $X_2 \sim N(285;\ 594)$; $X_3 \sim N(360;\ 900)$; випадкові величини X_1, X_2, X_3 — незалежні. Питомі витрати зберігання та дефіцитності цього матеріалу складають відповідно $z=18$ ум. гр. од. та $d_1=65$, $d_2=82$, $d_3=57$ ум. гр. од.

Розрахуємо обсяг очікуваних витрат на управління запасами при закупівлі оптимальної партії сировини, якщо ціна одиниці сировини складає $c=25$ ум. гр. од., питомі витрати її доставки зі складу на i-те ($i=1,2,3$) підприємство такі: $c_1=4,5$, $c_2=8,4$, $c_3=10,2$ ум. гр. од. На початку етапу рівень запасу був нульовим.

Спочатку знайдемо i^*, тобто номер підприємства, яке у разі недостачі недоотримає сумарну кількість невистачаючої сировини зі складу. Отже,

$$\min\{d_i - c_i \mid\ i=1,2,3\} = \min\{65-4,5;\ 82-8,4;\ 57-10,2\} =$$
$$= \min\{60,5;\ 73,6;\ 46,8\} = 46,8,\ i^*=3.$$

За формулою (9) обчислимо очікувані оптимальні витрати на управління запасами холдингу:

$$L(Q^*) = 25\cdot 845 + 4,5\cdot 200 + 8,4\cdot 285 + 10,2\cdot 360 +$$
$$+(18+46,8)\cdot 46,6\cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(-0,1636\right)\right] = 29193 \text{ ум. гр. од.}$$

Знайдемо тепер аналогічні сумарні середні витрати у випадку, коли підприємства здійснюють політику управління запасами децентралізовано. Отже, за формулою (3) маємо

$$\sum_{i=1}^{n} L_i(Q_i^*) = 25\cdot 845 + 4,5\cdot 200 + 8,4\cdot 285 + 10,2\cdot 360 + 2164,4\cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(-0,0723\right)\right] +$$
$$+2437,2\cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(-0,014\right)\right] + 2250\cdot \varphi\left[\Phi^{-1}\left(-0,2093\right)\right] = 30683 \text{ ум. гр. од.}$$

Таким чином, різниця між витратами у випадках децентралізованої та централізованої моделей складає майже 1500 ум. гр. од. Це підтверджує переваги централізованого управління запасами підприємств.

Висновки з проведеного дослідження. У роботі розглянуто одноперіодні однопродуктові моделі управління запасами з централізованим (холдинг) і децентралізованим управлінням. Зокрема було доведено, що ефект об'єднання підприємств з точки зору планування закупівель та створення запасів є позитивним. Зазначимо, що в розглянутій задачі ціна одиниці закуповуваного ресурсу не залежала від обсягу партії. Зрозуміло, що за надання закупівельних знижок позитивний ефект централізованого управління запасами може збільшитись, тому перспективним напрямком подальших досліджень є порівняння очікуваних витрат, за умов надання різних видів знижок при закупівлі. Крім того, важливо оцінити, на скільки зменшуються такі витрати при переході від децентралізованого управління до централізованого.

Також напрямками подальших досліджень можуть стати розв'язання задач, аналогічних до розглянутої в статті, за умов, коли випадкові величини X_i, $1 \le i \le n$, — залежні або/і мають відмінні від нормального закони розподілу.

Література

1. *Eppen G.D.* Effects of centralization on expected costs in a multi-location newsboy problem [Text] / G.D. Eppen // Management Science. — 1979. — Vol. 25. — P. 498—501.

2. *Chen M.S.* Effects of centralization on expected costs in a multi-location newsboy problem [Text]/ M.S. Chen, C.T. Lin // The Journal of the Operational Research Society. — 1989. — v.4. — P. 597—602.

3. *Chen M.S.* An example of disbenefits of centralized stocking [Text]/ M.S. Chen, C.T. Lin // The Journal of the Operational Research Society. — 1990. — v.41. — P. 259—262.

4. *Lin C.T.* A generalization of Chang and Lin's model in a multi-location newsboy problem [Text]/ C.T. Lin, S.N. Hwang // Information and Management Sciences. — 1998. — v.9. — P.11-18.

5. *Schmitt A.J.* Centralization versus decentralization: Risk pooling, risk diversification, and supply uncertainty in a one-warehouse multiple-retailer system [Електронний ресурс]/ A.J. Schmitt, L.V. Snyder, Z.M. Shen. — Режим доступу: http://www.ieor.berkeley.edu/~shen/webpapers/V.17.pdf

6. *Крамер Г.* Математические методы статистики [Текст]/ Г. Крамер; пер. с англ. А. С. Монина, А. А. Петрова; под ред. А.Н. Колмогорова. — М.: Мир, 1975. — 648 с.

7. *Манжос Т.В*. Вплив знижок при закупівлі на оптимальний розмір запасу підприємства в умовах невизначеності [Текст]/ Т.В. Манжос, О.М. Тертична // Формування ринкових відносин в Україні. — 2012. — № 2 (129). — С. 133—139.

8. *Ланге О*. Оптимальные решения [Текст]/ О. Ланге; пер. с пол. В.Д. Меникера. — М.: Прогресс, 1967. — 287 с.

Стаття надійшла до редакції 30.05..2012 р.

УДК 517.9: 330.42

О. І. Неня, канд. фіз.-мат. наук,
старш. викладач, кафедра вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

УМОВИ ПЕРМАНЕНТНОЇ ПОВЕДІНКИ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ РОЗВИТКУ ПІДПРИЄМСТВА

АНОТАЦІЯ. У публікації досліджується проблема побудови умов перманентної поведінки динамічної моделі розвитку підприємства в умовах відсутності кредитування та короткотривалих зовнішніх впливів на виробництво.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: динамічна система, імпульсне диференціальне рівняння, нелінійне запізнення, перманентність.

АННОТАЦИЯ. В публикации исследуется проблема построения условий перманентности динамической модели развития предприятия в условиях отсутствия кредитирования, а также при кратковременных внешних воздействий на производство.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: динамическая система, импульсное дифференциальное уравнение, нелинейное запаздывание, перманентность.

ANNOTATION. In article we analyse the problem of studying the conditions of permanence of the dynamic model of enterprise development in the conditions of the absence of crediting and of external influences on the production.

KEYWORDS: dynamical system, impulsive differential equetion, nonconstant delay, permanence.

Постановка задачі. У даній роботі досліджується рівняння нелінійної динамічної моделі розвитку підприємства в умовах відсутності кредитування та наявності короткотривалих зовнішніх впливів на виробництво. Аналогічна лінійна модель при умові існування зовнішнього кредитування розглядається в публікаціях [1, 2] і описується рівнянням

$$A'(t) = -a(t)A(t) + c(t)R(g(t)) + I(t), \qquad (1)$$