Крім ефектів швидкої візуальної або іншої ідентифікації, бренд має ще одну властивість: для споживача він є своєрідною гарантією отримання доданої цінності, вигод, які відсутні у товарів підприємств-конкурентів.

Висновки з проведеного дослідження. Проведені нами дослідження ринку автозапчастин привели до висновку, що навіть найбільші торговельно-посередницькі підприємства відомі як продавці товарів певних товарних марок або брендів.

Для деяких оптових підприємств на ринку автозапчастин характерним є недостатня оперативність виконання замовлень (тобто загальний час на виконання замовлення перевищує готовність клієнта чекати). Для того, щоб своєчасно обслуговувати клієнтів підприємства має бути обслугований рівень товарних запасів.

Раніше у боротьбі за споживача перемагали товари, які відрізнялися за функціональними властивостями й технологією виробництва, то тепер головним інструментом безпосередньо диференціювання стає бренд. Але бренд необхідно розглядати не лише як набір компонентів, які дають можливість вирізнити товар або групу товарів. Актуальним на ринку автозапчастин в Україні на сьогоднішній день є створення образу фірми, репутації підприємства, підвищення лояльності споживачів. Бренд виступає найціннішим активом підприємства.

Література

1. *Аакер Д.* Создание сильних брендов / Д. Аакер. — М.: Издат. дом Гребенникова, 2003. — 440 с.

2. *Зозульов О. В.* Брендинг чи антибрендинг: Що вибрати в Україні? // Маркетинг в Україні. — № 4. — 2002. — 26—28 с.

3. *Окландер М. А.* Логістика: Підручник. — К.: Центр учбової літератури, 2008. — 346 с.

4. *Пилипчук В. П., Данніков О. В, Савич О. П.* Побудова системи продажу на принципах гармонізації // Вчені записки. — 2010. — № 12. — С. 139—145.

УДК 519.8(075)

Т. В. Манжос,
канд. фіз.-мат. наук,
доцент кафедри вищої математики,
О. М. Тертична,
канд. фіз.-мат. наук,
старший викладач кафедри вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗМІР ЗАПАСУ ПІДПРИЄМСТВА ЗА УМОВИ ГАММА-РОЗПОДІЛЕНОГО ПОПИТУ

Вивчається питання про оптимальний розмір товарного або виробничого запасу підприємства та мінімальні витрати на його закупівлю, зберігання і можливу дефіцитність у випадку, коли диференціальна функція розподілу ймовірностей попиту асиметрична й апроксимується кривою Пірсона третього типу. На основі статистичних даних знайдено таку криву, оптимальний розмір запасу і відповідні йому витрати для одного підприємства.

Исследуется задача определения оптимального резервного товарного или производственного запаса и минимальных издержек, связанных с его закупкой, дефицитностью и хранением. На основании статистических данных кривая плотности распределения вероятностей спроса аппроксимирована кривой Пирсона третьего типа и решена рассмотренная задача оптимизации для одного предприятия.

We study the question of optimal lot size that can minimize the carrying costs and stock-out costs, if demand is gamma distributed. This optimal size was found for one company on the basis of constructed probability density function according to statistic data.

Ключові слова: оптимальний розмір запасу, мінімізація витрат на закупівлю, витрати дефіцитності та зберігання, гамма-розподіл.

Ключевые слова: оптимальный размер запаса, минимизация издержек, гамма-распределение.

Key words: optimal lot size, minimization of carrying costs and stock-out costs, gamma distribution.

Постановка проблеми. Як відомо, правильне та науково обґрунтоване управління системою запасів може значно покращити конкурентоздатність і підвищити ефективність роботи як промислового підприємства, так і оптової компанії, підприємства роздрібної торгівлі та сфери послуг, банку, страхової компанії тощо. Тому теорія запасів не втрачає своєї актуальності та постійно поповнюється новими задачами, пов'язаними з появою нових вимог сучасного етапу соціально-економічного розвитку.

Задача про управління запасами виникає, коли для задоволення попиту на даному інтервалі часу необхідно створити матеріальні чи виробничі запаси. Основною проблемою ефективного управління ними є надлишок або недостача створеного запасу. Адже у першому випадку необхідні значні капіталовкладення, але дефіцит виникає рідко. І навпаки, при недостачі запасів капіталовкладення зменшуються, але це призводить до зростання ризику дефіциту. Для будь-якого з наведених випадків є характерними значні втрати. Таким чином, рішення щодо розміру партії закуповуваного товару можуть базуватись на мінімізації функції загальних витрат, що складаються з витрат на закупівлю, зберігання та дефіцитність.

Зазначимо, що одноетапні моделі, одна з яких розглянута в роботі, є проміжним етапом між статичними й динамічними імовірнісними моделями. Їхня цінність у тому, що вони можуть використовуватись для розробки відповідних динамічних моделей і календарного планування закупок.

Аналіз основних джерел. Перші спроби розв'язати за допомогою математичних методів сформульовані вище задачі управління запасами були зроблені ще в 20-х роках минулого століття. Формула Уілсона, яку ще називають простою формулою розмірів партії, була виведена на початку XX століття і залишається актуальною й досі.

Перша книга, повністю присвячена теорії запасів, була написана співробітником Массачусетського технологічного інституту Ф. Реймондом [1]. У ній розглянуто лише деякі детерміновані статичні моделі та зроблено спробу описати їх застосування на практиці.

Після закінчення другої світової війни почала активно розвиватись наука про методи управління та дослідження операцій. Саме тоді було звернуто увагу на те, що характер процесів управління запасами є випадковим. У 1953 р. Уайтином [2] була написана перша книга, в якій досить детально були описані ймовірнісні методи управління запасами.

З 1960-х років активно почали займатися теорією запасів і в Радянському Союзі. Серед перших найбільш активних дослідників слід відмітити О. В. Булинську, Ю. І. Рижикова [3].

На даний час інтерес до теорії закупок і запасів не зменшується. І, не дивлячись на те, що вченими розроблено багато методів управління запасами і розв'язано велику кількість пов'язаних з цим практичних задач, порушені питання все ще залишаються актуальними.

Виклад основного матеріалу дослідження. Ймовірнісні моделі управління запасами є надзвичайно актуальними в наш час, адже попит, як правило, є величиною випадковою. Причому важливу роль у побудові таких моделей відіграє комплексний і ґрунтовний статистичний аналіз, який повинен бути проведений до розв'язання задачі оптимізації.

Розглянемо відому задачу знаходження оптимального обсягу товарного чи сировинного запасу підприємства на один етап при миттєвому попиті. Це означає, що товар на певний період замовляється лише один раз і сумарний попит ς на нього відомий на початку періоду.

Нехай y — рівень запасу до моменту отримання замовлення, який у ряді частинних випадків може бути нульовим. Визначимо $f(\xi)$ як функцію щільності ймовірностей попиту на період часу, що розглядається; z і d — питомі витрати зберігання та дефіцитності відповідно (на одиницю продукції за етап), які не залежать від закупівельної ціни товару; c — ціна одиниці продукції.

Розв'яжемо задачу знаходження оптимального розміру замовлення через мінімізацію очікуваних витрат на управління запасами. За припущення неперервності величини попиту ς на даний період і відсутності витрат на оформлення замовлення обсягом x маємо таку функцію очікуваних витрат:

$$L(x) = c(x-y) + z\int_0^x (x-\xi) f(\xi) d\xi + d\int_x^\infty (\xi - x) f(\xi) d\xi . \qquad (1)$$

Для знаходження точки мінімуму знайдемо її похідну

$$\frac{dL}{dx} = c + z\int_0^x f(\xi) d\xi - d\int_x^\infty f(\xi) d\xi .$$

Враховуючи, що $\int_x^\infty f(\xi) d\xi = 1 - \int_0^x f(\xi) d\xi$, маємо $\frac{dL}{dx} = c - d + (z+d)\int_0^x f(\xi) d\xi$.

Щоб знайти точку екстремуму функції L, прирівняємо її похідну до нуля, звідки отримаємо рівняння:

$$\int_0^x f(\xi) d\xi = \frac{d-c}{d+z} . \qquad (2)$$

Розв'язавши його, отримаємо точку мінімуму $x = x$.

Дійсно, друга похідна функції L у точці x

$$\frac{d^2L}{dx^2} = (z+d) f(x^*) > 0,$$

а це означає, що розглядувана функція вгнута на усій області визначення, отже вона має єдиний мінімум у точці x.

Як бачимо, розв'язок рівняння (2) залежить від закону розподілу попиту. Для деяких конкретних видів розподілу оптимальний розмір замовлення знайдено, наприклад, у [3, ст. 151—155]. Але на практиці закон розподілу попиту не завжди можна апроксимувати одним із класичних ймовірнісних законів. Крім того, оцінка кривої щільності розподілу ймовірностей повинна бути змістовною. Таким чином, у кожному конкретному випадку на практиці необхідно підібрати такий закон розподілу попиту, який би достатньо точно відображав реальну ситуацію і щільність якого мала б зручний і простий аналітичний вираз для подальшого розв’язання задачі оптимізації, сформульованої вище.

Отже, розглянемо задачу апроксимації емпіричного закону розподілу однією з відомих кривих. Нехай маємо незалежні дані значень попиту, отримані в результаті спостережень за певний період. За цими емпіричними даними можна обчислити перші чотири початкових моменти: $\tilde{\nu}_r = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} x_j^r n_j$, $1 \le r \le 4$.

К. Пірсон, англійський математик і статистик, увів систему кривих щільності (див. [4,5]), які є розв’язками диференціального рівняння виду

$$y' = \frac{x+a}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2} y. \tag{1}$$

У літературі ці криві називають *кривими Пірсона*. Сталі цього рівняння виражаються через перші чотири емпіричних початкових моменти.

Розв’язки рівняння (3) класифікуються за коренями квадратного тричлена, що стоїть у знаменнику. Таким чином, значення знайдених моментів повністю визначають тип розподілу випадкової величини. Крива, отримана з рівняння (3), визначає щільність розподілу, який має таке ж математичне сподівання, стандартне відхилення, коефіцієнти асиметрії та ексцесу, як і даний емпіричний ряд розподілу.

Вибір із системи кривих Пірсона потрібної кривої визначається значенням показника

$$\kappa = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)}, \tag{2}$$

де $\beta_1 = (As)^2 = \frac{\tilde{\mu}_3^2}{\tilde{\mu}_2^3}$, $\beta_2 = Ex + 3 = \frac{\tilde{\mu}_4}{\tilde{\mu}_2^2}$, $\tilde{\mu}_i$ — емпіричний початковий момент *i*-того порядку (див., наприклад [5, ст. 376)]. Величина *k* називається критерієм Пірсона (каппа Пірсона), і різні її значення відповідають різним типам кривих.

Більш детально про систему кривих Пірсона описано, наприклад, у [6]. Ми ж розглянемо частинний випадок, коли $\kappa = \pm\infty$ і функція щільності ймовірностей є кривою III типу. Така крива є асиметричною, що нерідко зустрічається на практиці — переважають, наприклад, менші ніж середнє значення попиту. Тоді функція щільності має вигляд:

$$f(\xi) = A(\xi - \eta)^{\lambda-1} e^{-\alpha\xi}, \ \xi > \eta, \ \alpha > 0, \ \lambda > 0, \tag{3}$$

де константи A, η, λ, α визначаються першими чотирма емпіричними центральними моментами розподілу. Формули для їх знаходження наведемо нижче при розгляді конкретного прикладу застосування цього теоретичного матеріалу до знаходження оптимального розміру запасу. Неважко переконатись, що частинним випадком кривої III типу є гамма-розподіл.

Перейдемо до розв’язання сформульованої вище оптимізаційної задачі у випадку, коли розподіл попиту на основі статистичних даних задається щільністю (5). Для знаходження оптимального розміру замовлення слід розв’язати рівняння (2), яке у нашому випадку матиме вигляд:

$$\int_{\eta}^{x} f(\xi)d\xi = \frac{d-c}{d+z}. \tag{4}$$

Врахувавши рівність $\int_{\eta}^{x} f(\xi)d\xi = 1 - \int_{x}^{\infty} f(\xi)d\xi$, рівняння (6) перепишемо так:

$$\int_{x}^{+\infty} f(\xi)d\xi = \frac{c+z}{d+z}. \qquad (5)$$

Розглянемо інтеграл, що стоїть у лівій частині рівняння (7). На практиці найчастіше значення λ є дробовими, а в цьому випадку розглядуваний інтеграл є таким, що «не береться». Тому виконавши деякі перетворення зведемо його до неповної гамма-функції, значення якої є в спеціальних таблицях (див., наприклад, таблиці Слуцького [7]). Крім того, для знаходження цих значень можна скористатися одним із сучасних математичних або статистичних пакетів програм (наприклад, *Wolfram Mathematica*).

Таким чином,

$$\int_{x}^{+\infty} f(\xi)d\xi = A\int_{x}^{+\infty} (\xi-\eta)^{\lambda-1} e^{-\alpha\xi} d\xi = \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda-1}} \int_{x}^{+\infty} (\alpha(\xi-\eta))^{\lambda-1} e^{-\alpha(\xi-\eta)} d\xi =$$

$$= \begin{vmatrix} \alpha(\xi-\eta) = t \\ d\xi = \dfrac{dt}{\alpha} \end{vmatrix} = \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda}} \int_{\alpha(x-\eta)}^{+\infty} t^{\lambda-1} e^{-t} dt = \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda}} \Gamma(\lambda,\ \alpha(x-\eta)), \qquad (6)$$

де $\Gamma(\lambda,\ \alpha(x-\eta))$ — неповна гамма-функція.

Отже, рівняння (7) рівносильне такому:

$$\Gamma(\lambda,\ \tilde{t}) = R, \qquad (7)$$

де невідома $\tilde{t} = \alpha(x-\eta)$, константа $R = \dfrac{c+z}{d+z} \cdot \dfrac{\alpha^{\lambda} e^{\alpha\eta}}{A}$.

Розв’язати рівняння (9) можна, наприклад, скориставшись пакетом програм *Wolfram Mathematica* [8].

Так, функція InverseGammaRegularized [a,s] дає розв’язок *z* рівняння $s = Q(a,z)$, де $Q(a,z) = \dfrac{\Gamma(a,z)}{\Gamma(a)}$.

У нашому випадку розв’язок рівняння (9) знаходиться за алгоритмом:

In[1]:= InverseGammaRegularized[λ, R/Gamma[λ]]

Out[1]= $\tilde{t}_0$

Підставивши отримане значення $\tilde{t}_0$ в рівняння $\tilde{t} = \alpha(x-\eta)$, знайдемо шуканий оптимальний розмір замовлення $x = x^* = \dfrac{\tilde{t}_0}{\alpha} + \eta$.

Знайдемо витрати, що відповідають оптимальному обсягу замовлення *x*:

$$L(x^*) = c(x^* - y) + z\int_{\eta}^{x^*} (x^* - \xi) f(\xi)d\xi + d\int_{x^*}^{\infty} (\xi - x^*) f(\xi)d\xi =$$

$$= c(x^* - y) + zx^* \int_{\eta}^{x^*} f(\xi)d\xi - z\int_{\eta}^{x^*} \xi f(\xi)d\xi + d\int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi - dx^* \int_{x^*}^{\infty} f(\xi)d\xi \, .$$

Оскільки $\int_{\eta}^{x^*} f(\xi)d\xi = 1 - \int_{x^*}^{\infty} f(\xi)d\xi$ та $\int_{\eta}^{x^*} \xi f(\xi)d\xi = \tilde{v}_1 - \int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi$ (друга рівність випливає з означення математичного сподівання неперервної випадкової величини та з рівності емпіричних і теоретичних моментів до четвертого порядку включно), маємо

$$L(x^*) = c(x^* - y) + zx^* \left(1 - \int_{x^*}^{\infty} f(\xi)d\xi\right) - z\tilde{v}_1 + (z+d)\int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi - dx^* \int_{x^*}^{\infty} f(\xi)d\xi \, .$$

Далі врахувавши, що

$$\int_{x^*}^{\infty} f(\xi)d\xi = \frac{c+z}{d+z} \, , \tag{1}$$

отримаємо

$$L(x^*) = (z+d)\int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi - z\tilde{v}_1 - cy \, . \tag{2}$$

Покажемо, як інтеграл у правій частині рівності (11) виразити через від омі функції.

Отже,

$$\int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi = A\int_{x^*}^{+\infty} \xi(\xi-\eta)^{\lambda-1} e^{-\alpha\xi} d\xi = A\int_{x^*}^{+\infty} (\xi-\eta)^{\lambda} e^{-\alpha\xi} d\xi +$$
$$+\eta A\int_{x^*}^{+\infty} (\xi-\eta)^{\lambda-1} e^{-\alpha\xi} d\xi = A\int_{x^*}^{+\infty} (\xi-\eta)^{\lambda} e^{-\alpha\xi} d\xi + \eta\int_{x^*}^{+\infty} f(\xi)d\xi \cdot$$

Здійснюючи перетворення, аналогічні (8), можна показати, що

$$A\int_{x^*}^{+\infty} (\xi-\eta)^{\lambda} e^{-\alpha\xi} d\xi = \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda+1}} \Gamma(\lambda+1, \ \alpha(x^*-\eta)) \, .$$

Таким чином, з урахуванням (8), (10) і рекурентного співвідношення для неповної гамма функції ([9, ст. 956]) остаточно одержимо

$$\int_{x^*}^{\infty} \xi f(\xi)d\xi = \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda+1}} \Gamma(\lambda+1, \ \alpha(x^*-\eta)) + \eta\frac{c+z}{d+z} =$$
$$= \frac{A}{e^{\alpha\eta}\alpha^{\lambda+1}} \left(\lambda\Gamma(\lambda, \ \alpha(x^*-\eta)) + \frac{\alpha^{\lambda}(x^*-\eta)^{\lambda}}{e^{\alpha(x^*-\eta)}}\right) + \eta\frac{c+z}{d+z} =$$
$$= \left(\frac{\lambda}{\alpha} + \eta\right)\frac{c+z}{d+z} + \frac{A(x^*-\eta)^{\lambda}}{\alpha e^{\alpha x^*}} \, .$$

Підставляючи отриманий вираз в (11), отримаємо формулу для обчислення мінімальних витрат на управління запасами:

$$L(x^*) = \left(\frac{\lambda}{\alpha} + \eta\right)(z+c) + \frac{A(x^* - \eta)^{\lambda}(z+d)}{\alpha e^{\alpha x^*}} - z\tilde{\nu}_1 - cy \cdot \tag{3}$$

Проілюструємо викладений теоретичний матеріал прикладом застосування у випадку конкретного підприємства. Меблева фабрика закуповує певний вид цінного матеріалу для декору на певний період часу. На основі попереднього досвіду за результатами спостережуваних значень попиту було знайдено емпіричні моменти: $\tilde{\nu}_1 = 200$, $\tilde{\mu}_2 = 625$, $\tilde{\mu}_3 = 21875$, $\tilde{\mu}_4 = 2320312,5$. Питомі витрати зберігання та дефіцитності цього матеріалу складають відповідно $z = 28$ ум. гр. од. та $d = 65$ ум. гр. од. і не залежать від його ціни.

Розрахуємо обсяг партії, яку слід закупити фабриці на даний етап, щоб очікувані витрати на управління запасами були мінімальними, якщо ціна одиниці товару складає $c = 45$ ум. гр. од. На початку етапу рівень запасу був нульовим.

Спочатку переконаємося, що емпіричний розподіл можна апроксимувати кривою III типу системи Пірсона.

Для цього знайдемо показник *k* за формулою (4):

$$\beta_1 = \frac{\tilde{\mu}_3^2}{\tilde{\mu}_2^3} = As^2 = \frac{21875^2}{625^3} = 1,96\,; \quad \beta_2 = \frac{\tilde{\mu}_4}{\tilde{\mu}_2^2} = \frac{2320312,5}{625^2} = 5,94\,;$$

$$\kappa = \frac{1,96 \cdot (5,94+3)^2}{4(2\cdot 5,94 - 3\cdot 1,96 - 6)(4\cdot 5,94 - 3\cdot 1,96)} = 2,466\cdot 10^{15} \cdot$$

Відомо, що вже при $|\kappa| > 4$ емпіричний розподіл досить добре апроксимується кривою III типу. Як бачимо, в нашому випадку $\kappa >> 4$, отже апроксимація такою кривою виправдана.

Знайдемо параметри функції щільності розподілу ймовірностей ([6, ст. 286]):

$$\eta = \tilde{\nu}_1 - \frac{2\sigma}{As} = 200 - \frac{2\sqrt{625}}{1,4} = 164,2857\,; \quad \alpha = \frac{2}{\sigma \cdot As} = \frac{2}{25\cdot 1,4} = 0,057143\,;$$

$$\lambda = \frac{4}{As^2} = \frac{4}{1,96} = 2,040816 \cdot$$

Параметр *A* для спрощення обчислень можна знайти з умови нормування. Отже, знайдемо інтеграл

$$\int_{164,2857}^{+\infty} (\xi - 164,2857)^{1,040816} e^{-0,057143x} d\xi\,,$$

скориставшись системою *Wolfram Mathematica*:

In[1]:= Integrate[(x-164.2857)^1.040816□(Exp[-0.057143x]), {x,164.2857,Infinity}]

Out[1] = 0.029341

Звідки стала $A = \dfrac{1}{0,029341} = 34,082$.

Таким чином, функція очікуваних витрат на управління запасами буде мати вигляд:

$$L(x) = 45x + 28\int_0^x (x-\xi) f(\xi) d\xi + 65\int_x^\infty (\xi - x) f(\xi) d\xi,$$

де $f(\xi) = 34{,}082(\xi - 164{,}2857)^{1{,}040816} e^{-0{,}057143x}$, $\xi \ge 164{,}2857\cdot$

Перейдемо до розв'язання задачі оптимізації. Щоб розв'язати рівняння (9), знайдемо константу

$$R = \frac{c+z}{d+z} \cdot \frac{\alpha^\lambda e^{\alpha\eta}}{A} = \frac{45+28}{65+28} \cdot \frac{0{,}057143^{2{,}040816} e^{9{,}387777}}{34{,}082} = 0{,}799033\cdot$$

Розв'язок рівняння (9):
In[2]:=InverseGammaRegularized[2.040816,0.799033/Gamma[2.040816]]
Out[2] = 0.894177
Знайдемо шуканий оптимальний розмір замовлення:

$$x^* = \frac{\tilde{t}_0}{\alpha} + \eta = \frac{0{,}894177}{0{,}057143} + 164{,}2857 = 179{,}9338\cdot$$

За формулою (12) розрахуємо мінімальні витрати, що відповідають знайденому оптимальному обсягу товару:

$$L(179{,}9338) = \left(\frac{\lambda}{\alpha} + \eta\right)(z+c) + \frac{A(179{,}9338-\eta)^\lambda (z+d)}{\alpha e^{\alpha x^*}} - z\tilde{v}_1 - cy = 9005{,}6\cdot$$

Таким чином, у розглянутому випадку оптимальний розмір замовлення складає 179,93 одиниці, відповідні йому витрати на систему управління запасами становлять 9005,6 ум. гр. од.

Висновки з проведеного дослідження. У роботі описано алгоритм знаходження оптимального обсягу запасу підприємства та відповідні йому витрати у випадку одноетапної моделі з миттєвим попитом. Для цього було детально розглянуто алгоритм побудови функції щільності ймовірностей попиту у випадку асиметричного розподілу, а саме кривої Пірсона третього типу, частинним випадком якої є крива гамма-розподілу. На прикладі одного підприємства знайдено таку криву та обчислено оптимальний обсяг замовлення і відповідні йому витрати. Для розв'язання задачі оптимізації було використано систему *Wolfram Mathematica*, що дозволило виконати об'ємні та складні обчислення з задовільною точністю і уникнути громіздких символьних перетворень.

Подальшими дослідженнями у цьому напрямку можуть стати розв'язання аналогічних задач для інших типів кривих розподілу попиту, а також дослідження випадків, коли витрати зберігання та дефіцитності залежать від ціни.

Література

1. *Raymond F. E.* Quantity and Economy in Manufacture.[Text] / F. E. Raymond. — McGraw-Hill, Chicago, 1931. — 375 p.

2. *Whitin T. W.* The Theory of Inventory Management. [Text] / T. W. Whitin. — Princeton University Press, Princeton, N. J., 1953. — 234 p.

3. *Рыжиков Ю. И.* Теория очередей и управление запасами. [Текст] / Ю. И. Рыжиков. — СПб.: Питер, 2001. — 384 с.

4. *Кобзарь А. И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. [Текст] / А. И. Кобзарь. — М.: Физматлит, 2006. — 816 с.

5. *Крамер Г.* Математические методы статистики. [Текст] / Г. Крамер; пер. с англ. А. С. Монина, А. А. Петрова; под ред. акад. А. Н. Колмогорова. — М.: Мир, 1975. — 648 с.

6. *Митропольский А. К.* Техника статистических вычислений. [Текст] / А. К. Митропольский. — М.: Наука, 1977. — 576 с.

7. *Слуцкий Е. Е.* Таблицы для вычисления неполной Γ-функции и функции вероятности χ^2. [Текст] / Е. Е. Слуцкий; под ред. акад. А. Н. Колмогорова — М.: Изд-во Академии наук СССР, 1950. — 70с.

8. http://www.wolfram.com/mathematica/ [Електронний ресурс]

9. *Градштейн И. С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. [Текст] / И. С. Градштейн, И.М. Рыжик. — М.: Физматлит, 1963. — 1100 с.