

НЕЧІТКО-МНОЖИННА АДАПТАЦІЯ ЙМОВІРНІСНИХ ПОКАЗНИКІВ СТУПЕНЯ РИЗИКУ

© 2017 КОЦЮБА О. С.

УДК 658:519.866

Коцюба О. С.

Нечітко-множинна адаптація ймовірнісних показників ступеня ризику

Мета статті полягає в розвитку нечітко-множинного інструментарію для вимірювання ризику на основі адаптації відповідних показників, напрацьованих у межах теоретико-ймовірнісної методології. Дослідження обмежене ситуаціями, коли економічний показник, який виконує функцію критерію прийняття рішення і який є об'єктом аналізу стосовно ступеня ризику, моделюється нечітким числом, де останнє слід розуміти як нечітку величину з нормальною і опуклою функцією належності. Також при цьому було прийнято інтервальний за рівнями належності спосіб опису нечіткої оцінки критеріального показника. В межах реалізації поставленої мети було послідовно розглянуто низку ймовірнісних показників ступеня ризику: середнє абсолютне відхилення, семівідхилення, коефіцієнт несприятливих відхилень, коефіцієнт сподіваних збитків (втрат). Для останнього коефіцієнта було запропоновано його модифікований варіант, в якому сподівані сприятливі і несприятливі відхилення значень критеріального показника оцінюються з урахуванням ймовірності їх настання, відповідно до чого він одержав назву коефіцієнта зважених сподіваних збитків. Для вихідної і модифікованої версії коефіцієнта сподіваних збитків було сформульовано дві нечітко-множинні адаптації. Згідно з відомою властивістю показника семівідхилення в ситуації ймовірнісної невизначеності значення коефіцієнта несприятливих відхилень і коефіцієнта зважених сподіваних збитків збігаються між собою. Якщо ж аналізований критеріальний показник описується нечіткою оцінкою, використання нечітко-множинних адаптацій зазначених коефіцієнтів у загальному випадку приводить до різних результатів. Також було виявлено, що нечітко-множинна адаптація коефіцієнта несприятливих відхилень збігається із показником ступеня ризику на основі комбінованого (гібридного) варіанта можливісної міри.

Ключові слова: невизначеність, нечіткість, міра ризику, середнє абсолютне відхилення, семівідхилення, коефіцієнт сподіваних збитків, коефіцієнт несприятливих відхилень.

Формул: 39. **Бібл.:** 24.

Коцюба Олексій Станіславович – кандидат економічних наук, доцент, докторант кафедри стратегії підприємств, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (просп. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

E-mail: kotsyuba@voliacable.com

УДК 658:519.866

UDC 658:519.866

Коцюба А. С. Нечетко-множественная адаптация вероятностных показателей степени риска

Kotsyuba O. S. The Fuzzy Adaptation of Probabilistic Risk Indicators

Цель статьи заключается в развитии нечетко-множественного инструментария для измерения риска на основе адаптации соответствующих показателей, разработанных в рамках теоретико-вероятностной методологии. Исследование ограничено ситуациями, когда экономический показатель, который выполняет функцию критерия принятия решения и который является объектом анализа относительно степени риска, моделируется нечетким числом, где последнее следует понимать как нечеткую величину с нормальной и выпуклой функцией принадлежности. Также при этом был принят интервальный по уровням принадлежности способ описания нечеткой оценки критеріального показателя. В рамках реализации поставленной цели был последовательно рассмотрен ряд вероятностных показателей степени риска: среднее абсолютное отклонение, полуотклонение, коэффициент неблагоприятных отклонений, коэффициент ожидаемых убытков (потерь). Для последнего коэффициента был предложен его модифицированный вариант, в котором ожидаемые благоприятные и неблагоприятные отклонения значений критеріального показателя оцениваются с учетом вероятности их наступления, в соответствии с чем он получил название коэффициента взвешенных ожидаемых убытков. Для исходной и модифицированной версии коэффициента ожидаемых убытков были сформулированы их нечетко-множественные адаптации. Согласно известному свойству показателя полуотклонения в ситуации вероятностной неопределенности значения коэффициента неблагоприятных отклонений и коэффициента взвешенных ожидаемых убытков совпадают между собой. Если же анализируемый критеріальный показатель описывается нечеткой оценкой, использование нечетко-множественных адаптаций указанных коэффициентов в общем случае приводит к разным результатам. Также было выявлено, что нечетко-множественная

The aim of the article is to develop fuzzy tools for measuring risk based on adaptation of corresponding indicators developed within the methodology of the probability theory. The study is limited to the situations where the economic indicator, which performs the function of a decision criterion and is an object of the analysis of the degree of risk, is modeled by a fuzzy number, and the latter is to be understood as a fuzzy value with a normal and convex membership function. Also in this case there applied the interval method, which describes fuzzy estimation of the criterion index by membership degrees. Within the framework of implementing the goal set, there consistently considered a number of probabilistic indicators of risk degree: mean absolute deviation, semideviation, coefficient of unfavorable deviations, ratio of expected losses (losses). For the latter, a modified version is proposed, in which the expected favorable and unfavorable deviations of the values of the criterion index are estimated taking into account the probability of their occurrence due to which it was called the weighted expected loss ratio. For the initial and modified version of the expected loss ratio, their fuzzy adaptations are formulated. According to the known property of the semideviation index, in the situation of probabilistic uncertainty the values of the coefficient of unfavorable deviations and the weighted expected loss ratio coincide. If the analyzed criterion index is described by a fuzzy estimate, the use of fuzzy adaptations of these coefficients in the general case leads to different results. It is also revealed that the fuzzy adaptation of the coefficient of unfavorable deviations coincides with the indicator of the degree of risk on the basis of a combined (hybrid) version of the possibility measure.

Keywords: uncertainty, fuzziness, measure of risk, mean absolute deviation, semideviation, expected loss ratio, coefficient of unfavorable deviations.

Formulae: 39. **Bibl.:** 24.

адаптация коэффициента неблагоприятных отклонений совпадает с показателем степени риска на основе комбинированного (гибридного) варианта возможностной меры.

Ключевые слова: неопределенность, нечеткость, мера риска, среднее абсолютное отклонение, полуклонение, коэффициент ожидаемых убытков, коэффициент неблагоприятных отклонений.

Формул: 39. **Библ.:** 24.

Коцюба Алексей Станиславович – кандидат экономических наук, доцент, докторант кафедры стратегии предприятий, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (просп. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

E-mail: kotsyuba@voliacable.com

Kotsyuba Oleksiy S. – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Candidate on Doctor Degree of the Department of Enterprises Strategy, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03068, Ukraine)

E-mail: kotsyuba@voliacable.com

Постановка проблеми. Невизначеність являє собою фундаментальну характеристику процесів прийняття рішень в економічних системах. Пелена невизначеності огортає процес управління на всіх рівнях, в усіх його складових, призводить до того, що суб'єкт управління не може бути впевненим ані в тому, що сформульовано правильні цільові настанови та способи їх досягнення, ані в наслідках прийнятих до виконання дій. Звідси раціональний підхід до управління підприємством, забезпечення його ефективного функціонування означає обов'язкове врахування невизначеності та породженого нею ризику.

Нині розв'язання (подолання) проблеми господарського ризику здійснюється через управління ним на засадах ризикології і ризик-менеджменту. Однією з ключових складових управління ризиком є кількісна оцінка його рівня, тобто вимірювання. Згідно з новітньою методологією, яка обґрунтовується і розвивається, зокрема, в роботах [1–3], найбільш загальний підхід до кількісного оцінювання ступеня ризику виходить з інтерпретації його міри як векторної величини, одна частина показників (компонентів) якої має об'єктивну природу, а інша – відбиває ставлення до ризику з боку його суб'єкта.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Віддаючи належне піонерним здобуткам і подальшому внеску західних учених у формування теоретичних засад науки про ризик та інструментальних засобів (показників, методів) його вимірювання, окремого згадування заслуговують напрацювання останніх десятиріч у цій сфері, які належать дослідникам країн пострадянського простору, у тому числі України: Р. М. Качалову [4], С. А. Смоляку [5], О. О. Недосекіну [6], О. В. Воронцовському [7], В. В. Вітлінському [2], О. І. Ястремському [8], П. І. Верченку [3], А. Б. Камінському [9] та ін.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. В сучасній економічній і управлінській науках поряд із невизначеністю, яка формалізується за допомогою теорії імовірностей, постулюється наявність і поширеність невизначеності іншої природи, яка інтерпретується як розпливчатість, розмитість, нечіткість і моделюється засобами теорії нечітких множин. Важливим завданням стосовно розвитку другого з названих підходів і побудови єдиної для всієї ризикології системи показників ступеня ризику є нечітко-множинна адаптація мір ризику, які були напрацьовані в межах теоретико-ймовірнісної методології. Хоча

проблематика взаємодії і взаємопроникнення теорії імовірностей і теорії нечітких множин вже традиційно є предметом систематичної уваги з боку дослідників [10–12], зазначене питання припускає свій продуктивний розвиток.

Постановка завдання. Отже, метою цієї роботи є подальша нечітко-множинна адаптація теоретико-ймовірнісних показників для кількісного оцінювання ступеня ризику.

Виклад основного матеріалу дослідження. Для потреб пропонованого дослідження покладемо, що економічний показник, який виконує функцію критерію прийняття рішення і який є об'єктом аналізу стосовно рівня ризику, моделюється нечітким числом, де останнє слід розуміти як нечітку величину з нормальною і опуклою функцією належності [13, с. 71]. Також будемо виходити з інтервального за рівнями належності способу опису нечіткої оцінки критеріального показника. В цьому разі зазначену оцінку можна розглядати як не просто нечітку, а нечітко-інтервальне число.

Відповідно до оговорених гіпотез структуру нечіткої (нечітко-інтервальної) оцінки критеріального економічного показника (критерію) визначають співвідношення.

Для дискретного (дискретно-інтервального за рівнями належності) представлення нечіткої оцінки критерію:

$$1) \max\{\alpha_i \mid \alpha_i = \Delta\alpha \times i, \Delta\alpha > 0, i = \overline{0, n}\} = 1$$

$$\text{(звідси } \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n}\text{);}$$

$$2) \tilde{K} = \bigcup_{i=0}^n [K^{\alpha_i}, \bar{K}^{\alpha_i}], \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n};$$

$$3) \underline{K}^{\alpha_i} < \bar{K}^{\alpha_i}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n-1};$$

$$4) \underline{K}^{1,0} \leq \bar{K}^{1,0};$$

$$5) \underline{K}^{\alpha_i} \leq \underline{K}^{\alpha_{i+1}}, \bar{K}^{\alpha_{i+1}} \leq \bar{K}^{\alpha_i}, \alpha_i = i/n, i = \overline{0, n-1},$$

де K – критеріальний економічний показник (критерій);

\tilde{K} – нечітке число (оцінка) критерію K ;

i – індекс інтервалу достовірності в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткого критерію K ;

n – кількість кроків дискретизації в дискретно-інтервальному за рівнями належності представленні нечіткого критерію K ;

α_i – значення функції належності для i -го інтервалу достовірності;

$\underline{K}^{\alpha_i}, \bar{K}^{\alpha_i}$ – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах інтервалу для нечіткої оцінки критерію K , який відповідає рівню належності α_i .

Для неперервної (неперервно-інтервальної за рівнями належності) постановки:

$$1) \max\{\alpha | [\underline{K}^\alpha, \bar{K}^\alpha] \subset \tilde{K}, \alpha \in [0, 1]\} = 1;$$

$$2) \tilde{K} = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} [\underline{K}^\alpha, \bar{K}^\alpha];$$

$$3) \underline{K}^\alpha < \bar{K}^\alpha, \alpha \in [0, 1];$$

$$4) \underline{K}^{1,0} \leq \bar{K}^{-1,0};$$

$$5) \forall \{\alpha^*, \alpha^{**}\} \in [0, 1]:$$

$$\alpha^* < \alpha^{**} \Rightarrow \underline{K}^{\alpha^*} \leq \underline{K}^{\alpha^{**}} \ \& \ \bar{K}^{\alpha^{**}} \leq \bar{K}^{\alpha^*},$$

де $\underline{K}^\alpha, \bar{K}^\alpha$ – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах інтервалу для нечіткої оцінки критерію K , який відповідає рівню належності α .

Ґрунтуючись на показниках ступеня ризику в системі теоретико-ймовірнісної методології [1–3], для тих з них, де це ще не було зроблено, або одержані результати не набули вичерпної повноти, побудуємо або розвинемо їх нечітко-множинні аналоги (адаптації). При цьому, як вже зазначалося вище, виходитимемо з оперування нечітко-інтервальною оцінкою критеріального показника (відповідно, в межах здійснюваного аналізу можна говорити про нечітко-інтервальні аналоги або адаптації, а не просто нечітко-множинні). Також обмежимося концептуальним підходом до вимірювання ризику, який спирається на трактування міри ризику як ступеня мінливості (варіабельності, коливання) результату (критерію).

В системі теоретико-ймовірнісної методології як величина ризику в абсолютному вираженні використовується середньозважене модуля відхилення (середнє абсолютне відхилення, Mean Absolute Deviation) економічного показника (критерію) відносно центра групування його значень (математичного сподівання, моди, медіани та ін.) [2, с. 162–163; 14, с. 12].

Його нечітко-множинний аналог у разі нечітко-інтервальної оцінки критерію відображають співвідношення.

Для дискретної постановки:

$$MAD(\tilde{K}) = \sum_{i=1}^n q(\alpha_i) \times |\text{Re}(\tilde{K}) - \underline{K}^{\alpha_i}| + \sum_{i=1}^n q(\alpha_i) \times |\bar{K}^{\alpha_i} - \text{Re}(\tilde{K})|, \quad (1)$$

$$q(\alpha_i) = \frac{\alpha_i}{2 \sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad \alpha_i = i/n, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2-3)$$

де $MAD(\tilde{K})$ – середнє (середньозважене) абсолютне відхилення для нечітко-інтервальної оцінки \tilde{K} ;

$\text{Re}(\tilde{K})$ – репрезентативне значення для нечітко-інтервальної оцінки \tilde{K} .

Для неперервної постановки:

$$MAD(\tilde{K}) = \int_0^1 q(\alpha) \times |\text{Re}(\tilde{K}) - \underline{K}^\alpha| d\alpha + \int_0^1 q(\alpha) \times |\bar{K}^\alpha - \text{Re}(\tilde{K})| d\alpha, \quad (4)$$

$$q(\alpha) = \alpha / 2 \int_0^1 \alpha d\alpha = \alpha, \quad \alpha \in [0, 1]. \quad (5)$$

Нагадаємо, що репрезентативне значення або число, яке входить до складу наведеної адаптації, являє собою нечітко-множинний аналог показника центра групування випадкової величини з теорії імовірностей. Так само, як це має місце для останнього, репрезентативне значення припускає різні версії і може знаходитися в різний спосіб: як центр ваги, як центр площі, як мода (тобто значення в межах аналізованого нечіткого числа (величини) з максимальним значенням функції належності), а також на основі інших підходів [15, с. 197–201].

Нечітко-інтервальна адаптація розглядуваного показника може бути сформульована в дещо інший спосіб, як середньозважений розмах варіації [16, с. 30–31]. Вирази для його розрахунку мають вигляд.

В разі дискретної постановки:

$$AR(\tilde{K}) = \sum_{i=1}^n w(\alpha_i) \times (\bar{K}^{\alpha_i} - \underline{K}^{\alpha_i}), \quad (6-8)$$

$$w(\alpha_i) = \frac{\alpha_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad \alpha_i = i/n, \quad i = \overline{1, n},$$

де $AR(\tilde{K})$ – середньозважений (середній) розмах варіації значень економічного показника K в межах його нечітко-інтервальної оцінки.

Для неперервної постановки:

$$AR(\tilde{K}) = \int_0^1 w(\alpha) \times (\bar{K}^\alpha - \underline{K}^\alpha) d\alpha, \quad (9-10)$$

$$w(\alpha) = \alpha / \int_0^1 \alpha d\alpha = 2\alpha, \quad \alpha \in [0, 1].$$

В певних ситуаціях може бути доцільним використання середньозваженого (середнього) піврозмаху (семірозмаху) варіації ($SAR(\tilde{K})$):

$$SAR(\tilde{K}) = \frac{1}{2} AR(\tilde{K}). \quad (11)$$

Якщо для нечітко-інтервальної оцінки критеріального показника і його репрезентативного числа виконується: $\underline{K}^{\alpha_i} \leq \text{Re}(\tilde{K}) \leq \bar{K}^{\alpha_i}, \forall \alpha_i = i/n, i = \overline{1, n}$ (або, якщо використовується неперервна форма представлення оцінки $\tilde{K} : \underline{K}^\alpha \leq \text{Re}(\tilde{K}) \leq \bar{K}^\alpha, \forall \alpha \in [0, 1]$), то для показників $MAD(\tilde{K}), AR(\tilde{K})$ та $SAR(\tilde{K})$ справедливе співвідношення, яке встановлює зв'язок між ними:

$$MAD(\tilde{K}) = \frac{1}{2} AR(\tilde{K}) = SAR(\tilde{K}). \quad (12)$$

Зокрема, це матиме місце в разі унімодалного характеру нечіткої оцінки критерію K , якщо як репрезентативне значення обрано моду.

На прикладі середнього абсолютного відхилення можна чітко побачити конструктивні (структурні) особливості нечітко-інтервальної адаптації ймовірнісних показників варіабельності. Нечітко-інтервальні адаптації показників дисперсії (варіації), середньоквадратичного (стандартного) відхилення, семіваріації та семіквадратичного відхилення [1–3] можуть бути побудовані в аналогічний спосіб.

В аспекті порівняльних властивостей окремих інтерес становить нечітко-інтервальна адаптація показника семівідхилення (семідевіації) [16, с. 31]. Відповідно до прийнятих вище припущень вона може бути виражена формулами.

Для дискретної постановки:

$$SeD_Z(\tilde{K}) = \begin{cases} SeD_Z^{(-)}(\tilde{K}), K = K^+ \\ SeD_Z^{(+)}(\tilde{K}), K = K^- \end{cases} = \begin{cases} \sum_{i=1}^n \alpha_i \times \phi_{\tilde{K}Z}^-(\alpha_i), K = K^+ \\ \sum_{i=1}^n \alpha_i \times \phi_{\tilde{K}Z}^+(\alpha_i), K = K^- \end{cases}, \quad (13)$$

$$\phi_{\tilde{K}Z}^-(\alpha_i) = \begin{cases} 0, Z \leq \underline{K}^{\alpha_i} \\ Z - \underline{K}^{\alpha_i}, \underline{K}^{\alpha_i} < Z < \overline{K}^{\alpha_i} \\ \overline{K}^{\alpha_i} - \underline{K}^{\alpha_i}, Z \geq \overline{K}^{\alpha_i} \end{cases}$$

$$\phi_{\tilde{K}Z}^+(\alpha_i) = \begin{cases} 0, Z \geq \overline{K}^{\alpha_i} \\ \overline{K}^{\alpha_i} - Z, \underline{K}^{\alpha_i} < Z < \overline{K}^{\alpha_i} \\ \overline{K}^{\alpha_i} - \underline{K}^{\alpha_i}, Z \leq \underline{K}^{\alpha_i} \end{cases}, \quad (14-15)$$

$$\alpha_i = \frac{1}{n}, \quad i = \overline{1, n}, \quad Z \in \{Re(\tilde{K}), Cr(K)\}, \quad (16)$$

де Z – база співставлення (порівняння) значень в межах нечітко-інтервальної оцінки \tilde{K} ;

$Cr(K)$ – нормативний рівень (норматив) критеріального показника K ;

$SeD_Z(\tilde{K})$ – семівідхилення значень в межах нечітко-інтервальної оцінки \tilde{K} від бази співставлення (порівняння) Z ;

$SeD_Z^{(-)}(\tilde{K}), SeD_Z^{(+)}(\tilde{K})$, – відповідно від’ємне (негативне, лівостороннє, нижнє) і додатне (позитивне, правостороннє, верхнє) семівідхилення значень в межах нечітко-інтервальної оцінки \tilde{K} від бази співставлення (порівняння) Z ;

$K = K^+, K = K^-$ – фіксація відповідно додатного (позитивного) і від’ємного (негативного) знака інгредієнта для критерію K .

В разі неперервної форми представлення нечітко-інтервальної оцінки критеріального економічного показника:

$$SeD_Z(\tilde{K}) = \begin{cases} SeD_Z^{(-)}(\tilde{K}), K = K^+ \\ SeD_Z^{(+)}(\tilde{K}), K = K^- \end{cases} = \begin{cases} \int_0^1 \alpha \times \phi_{\tilde{K}Z}^-(\alpha) d\alpha, K = K^+ \\ \int_0^1 \alpha \times \phi_{\tilde{K}Z}^+(\alpha) d\alpha, K = K^- \end{cases}, \quad (17)$$

$$\phi_{\tilde{K}Z}^-(\alpha) = \begin{cases} 0, Z \leq \underline{K}^\alpha \\ Z - \underline{K}^\alpha, \underline{K}^\alpha < Z < \overline{K}^\alpha \\ \overline{K}^\alpha - \underline{K}^\alpha, Z \geq \overline{K}^\alpha \end{cases}$$

$$\phi_{\tilde{K}Z}^+(\alpha) = \begin{cases} 0, Z \geq \overline{K}^\alpha \\ \overline{K}^\alpha - Z, \underline{K}^\alpha < Z < \overline{K}^\alpha \\ \overline{K}^\alpha - \underline{K}^\alpha, Z \leq \underline{K}^\alpha \end{cases}, \quad (18-19)$$

$$\alpha \in [0, 1], \quad Z \in \{Re(\tilde{K}), Cr(K)\}.$$

Стосовно розглядуваного показника слід оговорити, що поширені англомовні варіанти назви його ймовірнісного прототипу для випадку, коли як база співставлення виступає математичне сподівання, дослівно перекладаються як абсолютне семівідхилення (Absolute Semideviation) [17], або як середнє (середньозважене) абсолютне семівідхилення (Mean Absolute Semideviation) [18]. Беручи до уваги підхід (логіку) до назв показників групи односторонніх (однобічних) мір ризику, який можна простежити у вітчизняній ризикологічній літературі (але не лише це), ми вважаємо припустимим і доцільним позначати цей показник одним словом, так, як це зроблене вище (до зазначеного варто додати, що прецедент використання запропонованої однослівної назви для обговорюваного показника можна також знайти в [19, с. 271]).

Ймовірнісна версія показника семівідхилення характеризується властивістю, згідно з якою він може бути поданий як добуток двох інших мір ризику [19, с. 271; 20, с. 4]:

$$SeD_Z(X) = \begin{cases} SeD_Z^{(-)}(X), X = X^+ \\ SeD_Z^{(+)}(X), X = X^- \end{cases} = \begin{cases} P(X < Z) | M_Z^-, X = X^+ \\ P(X > Z) | M_Z^+, X = X^- \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} P(X \leq Z) | M_Z^0, X = X^+ \\ P(X \geq Z) | M_Z^{+0}, X = X^- \end{cases},$$

$$M_Z^- = M(X - Z | X < Z), \quad M_Z^+ = M(X - Z | X > Z), \quad (20-24)$$

$$M_Z^0 = M(X - Z | X \leq Z), \quad M_Z^{+0} = M(X - Z | X \geq Z),$$

де X – випадкова величина критеріального економічного показника;

$P(\dots)$ – імовірність відповідної події;

$M(\dots)$ – сподіване значення відповідної випадкової величини;

M_Z^-, M_Z^+ – сподіване значення відповідно від’ємних (негативних, лівосторонніх) і додатних (позитивних, правосторонніх) відносно Z відхилень;

M_Z^0, M_Z^{+0} – сподіване значення відповідно недодатних і невід’ємних відносно Z відхилень.

Відповідно до співвідношень (20–24) ймовірнісна модель показника семівідхилення може трактуватися як сподівана величина несприятливих відхилень (втрат), зважена на основі ймовірності їх реалізації (настання).

На відміну від теорії ймовірностей, де характеристика ймовірності для випадкової величини задається єдиним способом, в межах нечітко-множинної методології показник міри можливості для нечіткої величини (числа) може знаходитися по-різному. Це може бути міра можливості на основі інтервального за рівнями належності підходу («з» і «без» зважування) [6; 21; 23], на основі теоретико-ймовірнісної аналогії [22] або ж комбінований варіант цього формалізму, який поєднує в собі два попередні підходи

[23]. З позиції зазначених мір можливості для досліджуваної нечітко-множинної адаптації показника семівідхилення властивість, подібна до тієї, що описується виразами (20–24), не проглядається.

В роботах [1, с. 99; 2, с. 170; 3, с. 43] як показник ступеня ризику у відносному вираженні пропонується коефіцієнт сподіваних збитків (K_Z). В межах прийнятих в цій публікації позначень він може бути записаний так:

$$K_Z = K(X, Z) = \begin{cases} \frac{|M_Z^-|}{|M_Z^-| + M_Z^{+0}}, & X = X^+ \\ \frac{M_Z^+}{|M_Z^{-0}| + M_Z^+}, & X = X^- \end{cases} \quad (25)$$

Якщо сподівані відхилення значень економічного показника відносно рівня Z аналізувати з урахуванням імовірності їх настання, то можна одержати модифікацію коефіцієнта сподіваних збитків, яку припустимо або зручно називати коефіцієнтом зважених сподіваних збитків або втрат (K_Z^w):

$$K_Z^w = K_w(X, Z) = \begin{cases} \frac{P(X < Z) |M_Z^-|}{P(X < Z) |M_Z^-| + P(X \geq Z) M_Z^{+0}}, & X = X^+ \\ \frac{P(X > Z) M_Z^+}{P(X \leq Z) |M_Z^{-0}| + P(X > Z) M_Z^+}, & X = X^- \end{cases} \quad (26)$$

Аналогічно до коефіцієнтів на основі сподіваних відхилень може бути сформульований коефіцієнт на основі показника семівідхилення, який зручно або доцільно називати коефіцієнтом несприятливих відхилень [16, с. 32]:

$$K_{SD} = K_{SD}(X, Z) = \begin{cases} \frac{SeD_Z^{(-)}(X)}{SeD_Z^{(-)}(X) + SeD_Z^{(+)}(X)}, & X = X^+ \\ \frac{SeD_Z^{(+)}(X)}{SeD_Z^{(-)}(X) + SeD_Z^{(+)}(X)}, & X = X^- \end{cases} \quad (27)$$

Виходячи із зв'язку між семівідхиленням і сподіваною величиною відхилень, зваженою на основі ймовірності їх реалізації, який було наведено вище, має місце рівність між коефіцієнтом зважених сподіваних збитків і коефіцієнтом несприятливих відхилень: $K_w(X, Z) = K_{SD}(X, Z)$.

Відповідно до статусу репрезентативного значення нечіткої величини (числа) як аналітичного еквівалента показника центра групування випадкової величини з теорії імовірностей нечітко-множинна адаптація коефіцієнта сподіваних збитків може бути подана в такий спосіб:

$$K_Z = K(\tilde{K}, Z) = \begin{cases} \frac{Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)}{(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)) + (\text{Re}(\tilde{K}_Z^{+0}) - Z)}, & K = K^+ \\ \frac{\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z}{(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^{-0})) + (\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z)}, & K = K^- \end{cases} = \begin{cases} \frac{Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)}{\text{Re}(\tilde{K}_Z^{+0}) - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)}, & K = K^+ \\ \frac{\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z}{\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - \text{Re}(\tilde{K}_Z^{-0})}, & K = K^- \end{cases} \quad (28)$$

де $\text{Re}(\dots)$ – репрезентативне значення відповідної нечіткої величини (числа);

$\tilde{K}_Z^-, \tilde{K}_Z^+$ – частина нечіткої оцінки критеріального показника K , яка містить значення відповідно менше та більше бази співставлення Z ;

$\tilde{K}_Z^{-0}, \tilde{K}_Z^{+0}$ – частина нечіткої оцінки критеріального показника K , яка містить значення відповідно не більше та не менше бази співставлення Z .

В разі дискретно-інтервального за рівнями належності опису нечіткої оцінки критеріального економічного показника K параметри $\tilde{K}_Z^-, \tilde{K}_Z^+, \tilde{K}_Z^{-0}, \tilde{K}_Z^{+0}$ у виразі (28) можуть бути записані так:

$$\tilde{K}_Z^- = \bigcup_{i=0}^n \{[-{}^0K_Z^{\alpha_i}, -{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}] \setminus \{Z\}\}, \quad (29-30)$$

$$\tilde{K}_Z^+ = \bigcup_{i=0}^n \{[+{}^0K_Z^{\alpha_i}, +{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}] \setminus \{Z\}\},$$

$$\tilde{K}_Z^{-0} = \bigcup_{i=0}^n \{[-{}^0K_Z^{\alpha_i}, -{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}]\}, \quad (31-32)$$

$$\tilde{K}_Z^{+0} = \bigcup_{i=0}^n \{[+{}^0K_Z^{\alpha_i}, +{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}]\},$$

$$[-{}^0K_Z^{\alpha_i}, -{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}] = \begin{cases} \emptyset, & K_Z^{\alpha_i} > Z \\ [K_Z^{\alpha_i}, Z], & K_Z^{\alpha_i} \leq Z \leq \bar{K}_Z^{\alpha_i} \\ [K_Z^{\alpha_i}, \bar{K}_Z^{\alpha_i}], & \bar{K}_Z^{\alpha_i} < Z \end{cases}$$

$$[+{}^0K_Z^{\alpha_i}, +{}^0\bar{K}_Z^{\alpha_i}] = \begin{cases} \emptyset, & \bar{K}_Z^{\alpha_i} < Z \\ [Z, \bar{K}_Z^{\alpha_i}], & K_Z^{\alpha_i} \leq Z \leq \bar{K}_Z^{\alpha_i} \\ [K_Z^{\alpha_i}, \bar{K}_Z^{\alpha_i}], & K_Z^{\alpha_i} > Z \end{cases} \quad (33-34)$$

$$\alpha_i = i/n, \quad i = \overline{0, n}. \quad (35)$$

Згідно з прийнятою вище схемою нечітко-множинна версія коефіцієнта зважених сподіваних збитків набуває вигляду:

$$K_Z^w = K_w(\tilde{K}, Z) = \begin{cases} \frac{\text{Poss}(K < Z)(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-))}{\text{Poss}(K < Z)(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)) + \text{Poss}(K \geq Z)(\text{Re}(\tilde{K}_Z^{+0}) - Z)}, & K = K^+ \\ \frac{\text{Poss}(K > Z)(\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z)}{\text{Poss}(K \leq Z)(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^{-0})) + \text{Poss}(K > Z)(\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z)}, & K = K^- \end{cases} \quad (36)$$

де $\text{Poss}(\dots)$ – ступінь можливості відповідної події.

В роботі [24] пропонується дещо інший варіант нечітко-множинної адаптації коефіцієнта зважених сподіваних збитків (K_Z^w), в межах якого репрезентативна величина відхилень зважується на основі середнього рівня належності для відповідної частини нечіткої оцінки критеріального показника, при цьому усереднення здійснюється виходячи з обраного способу знаходження репрезентативних значень:

$$K_Z^H = K_w(\tilde{K}, Z) = \begin{cases} \frac{\mu_Z^-(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-))}{\mu_Z^-(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^-)) + \mu_Z^{+0}(\text{Re}(\tilde{K}_Z^{+0}) - Z)}, & K = K^+ \\ \frac{\mu_Z^+(\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z)}{\mu_Z^{-0}(Z - \text{Re}(\tilde{K}_Z^{-0})) + \mu_Z^+(\text{Re}(\tilde{K}_Z^+) - Z)}, & K = K^- \end{cases}, \quad (37)$$

$$\{\mu_Z^-, \mu_Z^+, \mu_Z^{-0}, \mu_Z^{+0}\} \subset (0, 1],$$

де μ_Z^-, μ_Z^+ – середній рівень належності для частини нечіткої оцінки критеріального показника K , яка містить значення відповідно менше та більше бази співставлення Z ;

μ_Z^{-0}, μ_Z^{+0} – середній рівень належності для частини нечіткої оцінки критеріального показника K , яка містить значення відповідно не більше та не менше бази співставлення Z .

Виходячи зі структури ймовірнісної моделі коефіцієнта несприятливих відхилень, його нечітко-множинна версія має визначатися співвідношенням:

$$K_{SD} = K_{SD}(\tilde{K}, Z) = \begin{cases} \frac{\text{Se}D_Z^{(-)}(\tilde{K})}{\text{Se}D_Z^{(-)}(\tilde{K}) + \text{Se}D_Z^{(+)}(\tilde{K})}, & K = K^+ \\ \frac{\text{Se}D_Z^{(+)}(X)}{\text{Se}D_Z^{(-)}(\tilde{K}) + \text{Se}D_Z^{(+)}(\tilde{K})}, & K = K^- \end{cases}. \quad (38)$$

Аналіз формули (38) дозволяє виявити, що нечітко-множинний коефіцієнт несприятливих відхилень збігається із показником ступеня ризику на основі комбінованого (гібридного) варіанта можливісної міри [23], тобто:

$$K_{SD} = K_{SD}(\tilde{K}, Z) = \begin{cases} \text{Poss}^H(K < Z), & K = K^+ \\ \text{Poss}^H(K > Z), & K = K^- \end{cases}, \quad (39)$$

де $\text{Poss}^H(\dots)$ – ступінь можливості відповідної події, знайдений за допомогою комбінованої версії можливісної міри.

Висновки. Результати проведеного дослідження дозволяють констатувати таке.

Концептуальні схеми та показники кількісного аналізу ризику, закладені на основі теорії ймовірностей, характеризуються певною універсальністю. В цілому їх значення виходить за межі цієї математичної теорії. Зокрема, з урахуванням відповідної адаптації, вони припускають своє використання в разі моделювання невизначеності та ризику за допомогою теорії нечітких множин. Нечітко-множинна адаптація теоретико-ймовірнісних підходів і показників далеко не зводиться до їх простого механічного перенесення у площину подібних у формальному аспекті структур нечітких множин і потребує врахування формально-конструктивних особливостей нечітких (нечітко-інтервальних) чисел. Окрім іншого, зазначені особливості можуть зумовлювати змістовно-інтерпретаційні відмінності для нечітко-множинних версій ймовірнісних показників ступеня ризику.

Репрезентоване дослідження також з очевидністю висвічує актуальність формування єдиної методології кількісного аналізу ризику, яка б на засадах взаємоузгодженості та збалансованого ступеня розробленості окремих складових і напрямів охоплювала наявні на сьогодні теорії моделювання невизначеності.

ЛІТЕРАТУРА

1. Економічний ризик: ігрові моделі: навч. посіб./за ред. В. В. Вітлінського. Київ: КНЕУ, 2002. 446 с.
2. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємстві: монографія. Київ: КНЕУ, 2004. 480 с.
3. Верченко П. І. Багатокритеріальність і динаміка економічного ризику (моделі та методи): монографія. Київ: КНЕУ, 2006. 272 с.
4. Качалов Р. М. Управление хозяйственным риском. М.: Наука, 2002. 192 с.
5. Смоляк С. А. Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта). М.: Наука, 2002. 182 с.
6. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. СПб.: Типография «Сезам», 2002. 181 с.
7. Воронцовский А. В. Управление рисками: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГУ ОЦЭИМ, 2005. 457 с.
8. Ястремський О. І. Моделювання економічного ризику. Київ: Либідь, 1992. 176 с.
9. Камінський А. Б. Моделювання фінансових ризиків. Київ: Київ. нац. ун-т ім. Т. Шевченка, 2006. 303 с.
10. Buckley J. J. Fuzzy Probability and Statistics. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 270 p. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 196).
11. Carlsson C., Fullèr R. Possibility for Decision: a Possibilistic Approach to Real Life Decisions. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. XII, 249 p. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 270).
12. Fuzzy Statistical Decision-Making Theory and Applications/editors: C. Kahraman, Ö. Kabak. Springer International Publishing Switzerland, 2016. 356 p. (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 343).
13. Яхьяева Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети: учеб. пособие М.: ИНТУИТ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 316 с.
14. Селютин В. В. Теория и методы управления рисками: учеб. пособие. Ростов-на-Дону: ЦКП ИПК ЮФУ, 2016. 125 с.
15. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2003. 736 с.
16. Коцюба О. С. Вимірювання господарського ризику за нечітко-інтервальними оцінками критеріїв ефективності. *Інвестиції: практика та досвід*. 2016. № 12. С. 29–34.
17. Roman D., Mitra G. Portfolio selection models: A review and new directions. *Wilmott Journal*. 2009. Vol. 1, issue 2. P. 69–85.
18. Hochreiter R. Evolutionary stochastic portfolio optimization // *Natural Computing in Computational Finance*. Vol. 100/ editors: A. Brabazon, M. O'Neill. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. P. 67–87.
19. Lohre H., Neumann T., Winterfeldt T. Portfolio Construction with Downside Risk // *Portfolio theory and management/ edited by H. Baker, G. Filbeck*. N.Y.: Oxford University Press, 2013. P. 268–292.
20. Michalowski W., Ogryczak W. Extending the MAD Portfolio Optimization Model to Incorporate Downside Risk Aversion. Laxenburg: IIASA, 1998. IV, 17 p. (Interim Report / International Institute for Applied Systems Analysis; IR-98-041).
21. Деревянко П. М. Модели и методы принятия стратегических решений по распределению реальных инвестиций предприятия с применением теории нечетких множеств: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13. Санкт-Петербург, 2006. 224 с.
22. Тищук Т. А. Економіко-математичне моделювання процесів управління проектами на основі теорії нечітких множин: дис. ... канд. экон. наук: 08.03.02. Донецьк, 2001. 182 с.

23. Коцюба О. С. Кількісне оцінювання господарського ризику в межах нечітко-множинної методології. *Стратегія економічного розвитку України: наук. зб.* 2015. Вип. 36. С. 195–208.

24. Коцюба О. С. Розрахунок ступеня господарського ризику на основі процедури дефазифікації. *Економіка: проблеми теорії та практики.* Вип. 253: в 7 т. Т. III. 2009. С. 673–681.

REFERENCES

- Buckley, J. J. *Fuzzy Probability and Statistics* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006 (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 196).
- Carlsson, C., and Fuller, R. *Possibility for Decision: a Possibilistic Approach to Real Life Decisions* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011 (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 270).
- Derevyanko, P. M. "Modeli i metody prinyatiya strategicheskikh resheniy po raspredeleniyu realnykh investitsiy predpriyatiya s primeneniyem teorii nechetkikh mnozhestv" [Models and methods of strategic decision-making on the distribution of real investments of the enterprise with use of fuzzy set theory]. *dis. ... kand. ekon. nauk: 08.00.13*, 2006.
- Ekonomichnyi ryzik: ihrovi modeli* [Economic risk: game models]. Kyiv: KNEU, 2002.
- Fuzzy Statistical Decision-Making Theory and Applications.* Springer International Publishing Switzerland, 2016 (Studies in Fuzziness and Soft Computing, vol. 343).
- Hochreiter, R. "Evolutionary stochastic portfolio optimization" In *Natural Computing in Computational Finance*, 67-87. Vol. 100. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
- Kaminskyi, A. B. *Modeliuvannia finansovykh ryzykiv* [Financial risk modeling]. Kyiv: Kyiv. nats. un-t im. T. Shevchenka, 2006.
- Kachalov, R. M. *Upravleniye khozyaystvennym riskom* [Management of business risk]. Moscow: Nauka, 2002.
- Kotsyuba, O. S. "Vymirivannia hospodarskoho ryzyku za nechetko-intervalnymy otsinkamy kryteriiv efektyvnosti" [Measurement of business risk in the fuzzy-interval estimation performance criteria]. *Investytsii: praktyka ta dosvid*, no. 12 (2016): 29-34.
- Kotsyuba, O. S. "Kilkisne otsiniuvannia hospodarskoho ryzyku v mezhakh nechetko-mnozhyhnoi metodolohii" [Quantitative assessment of business risk within the framework of fuzzy methodology]. *Stratehiia ekonomichnoho rozvytku Ukrainy*, no. 36 (2015): 195-208.
- Kotsyuba, O. S. "Rozrakhunok stupenia hospodarskoho ryzyku na osnovi protsedury defazyfikatsii" [The calculation of the degree of business risk based on the procedures defuzzify]. *Ekonomika: problemy teorii ta praktyky* vol. 3, no. 253 (2009): 673-681.
- Leonenkov, A. V. *Nechetkoye modelirovaniye v srede MATLAB i fuzzyTECH* [Fuzzy modeling in MATLAB and fuzzyTECH]. St. Petersburg: BKhV-Peterburg, 2003.
- Lohre, H., Neumann, T., and Winterfeldt, T. "Portfolio Construction with Downside Risk" In *Portfolio theory and management*, 268-292. New York: Oxford University Press, 2013.
- Michalowski, W., and Ogryczak, W. *Extending the MAD Portfolio Optimization Model to Incorporate Downside Risk Aversion* Laxenburg: IASA, 1998.
- Nedosekin, A. O. *Nechetko-mnozhestvennyy analiz riska fondovykh investitsiy* [Fuzzy multiple risk analysis of stock investment]. St. Petersburg: Tipografiya «Sezam», 2002.
- Roman, D., and Mitra, G. "Portfolio selection models: A review and new directions" *Wilmott Journal* vol. 1, no. 2 (2009): 69-85.
- Smolyak, S. A. *Otsenka effektivnosti investitsionnykh proektov v usloviyakh riska i neopredelennosti (teoriya ozhidayemogo effekta)* [Assessment of efficiency of investment projects in conditions of risk and uncertainty (theory expected effect)]. Moscow: Nauka, 2002.
- Selyutin, V. V. *Teoriya i metody upravleniya riskami* [Theory and methods of risk management]. Rostov-na-Donu: TsKP IPK YuFU, 2016.
- Tyshchuk, T. A. "Ekonomiko-matematychne modeliuvannia protsesiv upravlinnia proektamy na osnovi teorii nechetkykh mnozhyn" [Economic-mathematical modeling of project management processes based on the theory of fuzzy sets]. *dys. ... kand. ekon. nauk: 08.03.02*, 2001.
- Vorontsovskiy, A. V. *Upravleniye riskami* [Risk management]. St. Petersburg: Izd-vo SPbGU OTsEiM, 2005.
- Verchenko, P. I. *Bahatokryterialnist i dynamika ekonomichnoho ryzyku (modeli ta metody)* [The multicriteria and the dynamics of economic risk (models and methods)]. Kyiv: KNEU, 2006.
- Vitlinskyi, V. V., and Velykoivanenko, H. I. *Ryzykolohiia v ekonomitsi ta pidpriemnytsvtvi* [Riskology in Economics and entrepreneurship]. Kyiv: KNEU, 2004.
- Yastremskyi, O. I. *Modeliuvannia ekonomichnoho ryzyku* [Modeling of economic risk]. Kyiv: Lybid, 1992.
- Yakhyayeva, G. Ye. *Nechetkiye mnozhestva i neyronnyye seti* [Fuzzy sets and neural networks]. Moscow: INTUIT; BINOM. Laboratoriya znaniy, 2006.