

## РАЦІОНАЛЬНИЙ ВИБІР ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПРОЕКТУ В РАЗІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ОЦІНОК ПОЧАТКОВИХ ПАРАМЕТРІВ

© 2016 КОЦЮБА О. С.

УДК 658:330.322:519.866

Коцюба О. С.

### Рациональный выбор инвестиционного проекта в разі интервальных оценок начальных параметров

Статтю присвячено розвитку інструментарію для підтримки прийняття рішення стосовно проблеми вибору найкращого інвестиційного проекту в ситуації, коли початкові кількісні параметри розглядуваних інвестиційних альтернатив описуються інтервальними оцінками. В частині врахування фактора ризику, зумовленого інтервальною невизначеністю вихідних даних, дослідження обмежено компонентом (аспектом) міри ризику як ступеня можливості невідповідності результуючого економічного показника (критерію) його нормативному рівню (нормативу). Важлива гіпотеза, на якій ґрунтується пропонування в роботі формалізація порушеної проблеми, полягає у наявності – для деяких або всіх проектів, з яких здійснюється вибір, – ризику некупності за показником чистої теперішньої вартості. З опорою на відповідні напрацювання в межах нечітко-множинної методології та інтервального аналізу було сформульовано модель вибору оптимального інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів для інтервальної постановки задачі. При цьому припускається, що показники економічної привабливості (ефективності) порівнюваних напрямів реального інвестування описуються або інтервальними оцінками, або ж функціями розподілу ступенів можливості. На умовному розрахунковому прикладі було здійснено апробацію запропонованої моделі, яка продемонструвала її практичну спроможність.

**Ключові слова:** інвестиційний проект, інтервальна невизначеність, інтервальний аналіз, ризик некупності, функція розподілу ступенів можливості.

**Табл.:** 4. **Формул.:** 22. **Бібл.:** 12.

**Коцюба Олексій Станіславович** – кандидат економічних наук, доцент, докторант, кафедра стратегії підприємств, Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана (пр. Перемоги, 54/1, Київ, 03068, Україна)

**E-mail:** kotsyuba@volicable.com

УДК 658:330.322:519.866

UDC 658:330.322:519.866

### Коцюба А. С. Рациональный выбор инвестиционного проекта при интервальных оценках начальных параметров

Статья посвящена развитию инструментария для поддержки принятия решения относительно проблемы выбора наилучшего инвестиционного проекта в ситуации, когда начальные количественные параметры рассматриваемых инвестиционных альтернатив описываются интервальными оценками. В части учета фактора риска, обусловленного интервальной неопределенностью исходных данных, исследование ограничено компонентом (аспектом) меры риска как степени возможности несоответствия результирующего экономического показателя (критерия) его нормативному уровню (нормативу). Важная гипотеза, на которой основывается предлагаемая в работе формализация затронутой проблемы, состоит в наличии – для некоторых или всех проектов, из которых осуществляется выбор, – риска некупаемости по показателю чистой приведенной (текущей) стоимости. С опорой на соответствующие наработки в рамках нечетко-множественной методологии и интервального анализа была сформулирована модель выбора оптимального инвестиционного проекта из множества альтернативных вариантов для интервальной постановки задачи. При этом предполагается, что показатели экономической привлекательности (эффективности) сравниваемых направлений реального инвестирования описываются либо интервальными оценками, либо функциями распределения степеней возможности. На условном расчетном примере была осуществлена апробация предложенной модели, которая продемонстрировала ее практическую состоятельность.

**Ключевые слова:** инвестиционный проект, интервальная неопределенность, интервальный анализ, риск некупаемости, функция распределения степеней возможности.

**Табл.:** 4. **Формул.:** 22. **Библ.:** 12.

**Коцюба Алексей Станиславович** – кандидат экономических наук, доцент, докторант, кафедра стратегии предприятий, Киевский национальный экономический университет им. В. Гетьмана (пр. Победы, 54/1, Киев, 03068, Украина)

**E-mail:** kotsyuba@volicable.com

### Kotsyuba O. S. Rational Choice of the Investment Project Using Interval Estimates of the Initial Parameters

The article is dedicated to the development of instruments to support decision-making on the problem of choosing the best investment project in a situation when initial quantitative parameters of the considered investment alternatives are described by interval estimates. In terms of managing the risk caused by interval uncertainty of the initial data, the study is limited to the component (aspect) of risk measure as a degree of possibility of discrepancy between the resulting economic indicator (criterion) and its normative level (the norm). An important hypothesis used as a basis for the proposed in the work formalization of the problem under consideration is the presence – for some or all of the projects from which the choice is made – of risk of poor rate of return in terms of net present (current) value. Based upon relevant developments within the framework of the fuzzy-set methodology and interval analysis, there formulated a model for choosing an optimal investment project from the set of alternative options for the interval formulation of the problem. In this case it is assumed that indicators of economic attractiveness (performance) of the compared directions of real investment are described either by interval estimates or possibility distribution functions. With the help of the estimated conditional example there implemented an approbation of the proposed model, which demonstrated its practical viability.

**Keywords:** investment project, interval uncertainty, interval analysis, risk of poor rate of return, function of possibility distribution.

**Tabl.:** 4. **Formulae:** 22. **Bibl.:** 12.

**Kotsyuba Oleksiy S.** – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Candidate on Doctor Degree, Department of Enterprises Strategy, Kyiv National Economic University named after V. Hetman (54/1 Peremohy Ave., Kyiv, 03068, Ukraine)

**E-mail:** kotsyuba@volicable.com

**Постановка проблеми.** Відповідно до нинішніх уявлень інвестиційного менеджменту та ризикології невизначеність, яка супроводжує інвестиційну діяльність підприємства, поряд з іншими інформаційними ситуаціями може набувати інтервального характеру, коли суб'єкт управління або експерт у змозі оцінити лише діапазони або межі варіації значень початкових кількісних параметрів розглядуваного інвестиційного проекту. В межах напрацьованих сучасною наукою підходів зазначений різновид невизначеності моделюється за допомогою інтервального аналізу або математики.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Огляд наукових праць, присвячених економічним застосуванням інтервального аналізу, дозволяє бачити, що проблематика фінансів та інвестицій посідає в них одне з центральних місць. Хоча лише цим, зрозуміло, наявні здобутки й перспективи інтервальної методології в економіці й бізнесі не обмежуються. Як дослідження, які репрезентативно відображають потенціал інтервального аналізу стосовно задач інвестиційного аналізу та інвестиційного менеджменту, можна назвати роботи Д. В. Давидова, В. В. Домбровського, С. М. Авдеєнка, О. П. Вошиніна, П. В. Бронз, Б. М. Яценка, М. Ю. Стерніна, Г. І. Шепелева, І. О. Ніконової, М. А. Колеснікова та ін. [1–6].

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Віддаючи належне одержаним у зазначеній сфері результатам, водночас можна стверджувати, що вони не вичерпують всіх її значущих складових. Зокрема, свою актуальність зберігає проблематика інтервального моделювання ефективності й оптимізації реальних інвестицій.

**Постановка завдання.** В контексті вищевикладеного більш ґрунтовного теоретичного опрацювання потребує проблема вибору найкращого інвестиційного проекту в ситуації, коли вихідні кількісні параметри розглядуваних інвестиційних альтернатив описуються інтервальними оцінками. Раніше [7] нами вже досліджувалися окремі аспекти цієї проблеми. Необхідність її повноцінного інструментального забезпечення зумовлює доцільність подальших досліджень.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Серед можливих значущих формалізацій порушеної проблеми, тобто її формулювання як економіко-математичної задачі, можна запропонувати постановку, яка ґрунтується на таких припущеннях (гіпотезах):

- 1) початкові фінансово-економічні параметри інвестиційних проектів, з яких здійснюється вибір, описуються як точковими, так й інтервальними оцінками. При цьому оскільки окреме число може розцінюватися як частковий (вироджений) випадок інтервалу, це дозволяє моделювати розглядувану проблему як суто інтервальну;
- 2) серед порівнюваних інвестиційних проектів наявні проекти з ненульовим, але меншим 0,5, ризиком некупності за показником чистої теперішньої вартості (*NPV*), тобто для них ступінь можливості від'ємного *NPV* більше нуля, але при цьому шанси на успіх більше, ніж ризик невдачі. Решта проектів (якщо такі є) гарантовано окупаються за зазначеним критерієм у межах прогнозних оцінок вихідних фінансово-економічних параметрів;

3) для кожного інвестиційного проекту з ненульовим ризиком некупності за показником *NPV* після мінімального терміну, коли серед інших сценаріїв може мати місце окупність, послідовність інтервальних оцінок накопиченого дисконтованого ефекту або доходу (*DAE*) є неспадною:

$$\begin{aligned} DAE_k \leq DAE_{k+1}, \quad \overline{DAE}_k \leq \overline{DAE}_{k+1}, \quad k = \overline{k^*}, T, \\ k^* = \min\{k \mid \overline{DAE}_k \geq 0, k = 1, T\}, \end{aligned} \quad (1-2)$$

де  $DAE_k, \overline{DAE}_{k+1}$  – мінімальне значення в межах інтервальної оцінки *DAE* відповідно для *k*-го і *k*+1-го періоду реалізації інвестиційного проекту;

$\overline{DAE}_k, \overline{DAE}_{k+1}$  – максимальне значення в межах інтервальної оцінки *DAE* відповідно для *k*-го і *k*+1-го періоду реалізації інвестиційного проекту;

*T* – термін реалізації інвестиційного проекту.

Важливий аспект пропонованої в цій роботі інтервальної формалізації проблеми інвестиційного вибору полягає у наявності – для деяких або всіх проектів, з яких здійснюється вибір, – ризику від'ємної чистої теперішньої вартості, що породжений інтервальною невизначеністю початкових даних. З одного боку, є очевидною практична значущість саме такої постановки задачі, а з другого – це припущення зумовлює певну методологічну складність, яка потребує окремого аналізу.

Моделювання економічної привабливості або ефективності реальних інвестицій передбачає використання низки показників (критеріїв), які з урахуванням фактора часу, що ґрунтується на процедурі дисконтування, відображають їх ефект, доходність та термін окупності. В разі, коли початкові параметри характеризуються інтервальною невизначеністю, результуючі показники ефективності також виявляються недетермінованими величинами. Методологія інтервальних обчислень на основі правил інтервальної арифметики дозволяє знаходити зазначені недетерміновані величини у формі інтервальних оцінок. Проте цей підхід може бути реалізований не завжди. Якщо для деякого інвестиційного проекту з інтервальними оцінками вихідних параметрів має місце ненульовий (і при цьому відмінний від одиниці) ризик некупності за показником *NPV*, то для нього інтервальне оцінювання показника терміну окупності з дисконтуванням (*DPP*) становить методологічну проблему. Згідно з результатами, наведеними в [8], без додаткової гіпотези, коректність якої видається неоднозначною, про припустимість екстраполяції грошових потоків інвестиційного проекту поза терміном його реалізації, ця проблема не може бути подолана в принципі. Як альтернативний виступає підхід відмовитися в цьому разі від знаходження показника *DPP* в інтервальній формі й моделювати його за допомогою функції окупності [9, с. 10–11; 10, с. 1030–1031], яка за своєю структурою певною мірою подібна функції розподілу випадкової величини з теорії ймовірностей і відображає розподіл ступенів можливості окупності проекту на часовому горизонті його здійснення, виходячи з гіпотези:

$$Poss(DPP \leq t) = Poss(DAE_t \geq 0), \quad t \in [0, +\infty), \quad (3)$$

де  $Poss(\dots)$  – ступінь можливості відповідної події;

$DAE_t$  – значення накопиченого дисконтованого ефекту на кінець  $t$ -го моменту часу (періоду).

З гіпотези (3) випливає, що  $Poss(DPP \leq t^{**}) = Poss(NPV \geq 0) = const, t^{**} \in [T, +\infty)$ .

Згідно із зазначеним, а також якщо виходити з дискретного за розрахунковими періодами характеру знаходження оцінок накопиченого дисконтованого ефекту інвестиційного проекту, функція окупності може бути визначена в такий спосіб [9, с. 10–11; 10, с. 1030–1031]:

$$Poss(DPP \leq t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ Poss(DAE_{k-1} \geq 0) + (t - (k-1)) \times \\ \times \Delta Poss(DAE_k, DAE_{k-1}), k-1 \leq t \leq k, \\ Poss(NPV \geq 0), t > T \end{cases} \quad (4)$$

$$\Delta Poss(DAE_k, DAE_{k-1}) = Poss(DAE_k \geq 0) - Poss(DAE_{k-1} \geq 0), \\ t \in (-\infty, +\infty), k = \overline{1, T}, \quad (5)$$

де  $DAE_{k-1}, DAE_k$  – значення показника  $DAE$  на кінець відповідно  $k-1$ -го і  $k$ -го періоду.

Третє з прийнятих вище припущень, яке стосується послідовностей інтервальних оцінок накопиченого дисконтованого ефекту інвестиційних альтернатив з ненульовим ризиком неокупності за показником  $NPV$ , забезпечує вимогу стосовно неспадного характеру функції окупності.

Зауважимо, що окрім показників терміну окупності представлення у формі функції розподілу ступенів можливості в ситуації інтервальних оцінок початкових параметрів припускає також показник внутрішньої норми доходності [11]. Для викладення пояснень щодо цього введемо низку необхідних додаткових позначень.

Нехай  $CF_k$  – значення грошового потоку інвестиційного проекту в  $k$ -му розрахунковому періоді;  $\overline{CF}_k$  – інтервальна оцінка грошового потоку інвестиційного проекту в  $k$ -му розрахунковому періоді;  $\underline{CF}_k, \overline{CF}_k$  – відповідно мінімальне і максимальне значення в межах інтервальної оцінки грошового потоку інвестиційного проекту в  $k$ -му розрахунковому періоді.

Необхідною умовою як для інтервального оцінювання, так і для побудови функції розподілу ступенів можливості стосовно показника внутрішньої норми доходності є наявність в межах інтервальних оцінок грошових потоків аналізованого інвестиційного проекту сценарію –  $(CF_0^z, \dots, CF_T^z)$ ,  $CF_k^z \in \overline{CF}_k = [\underline{CF}_k, \overline{CF}_k]$ ,  $k = \overline{0, T}$ , для якого існує ставка дисконтування –  $r^z \in [0, +\infty)$ , за якої показник чистої теперішньої вартості дорівнює нулю:  $NPV(CF_0^z, \dots, CF_T^z, r^z) = 0$ . Окрім цього, як передумова для знаходження зазначених характеристик або формалізмів може виступати вимога, згідно з якою функція чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту з інтервальними оцінками грошових потоків –  $NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r)$ ,  $\overline{CF}_k = [\underline{CF}_k, \overline{CF}_k]$ ,  $k = \overline{0, T}$ ,  $r \in [0, +\infty)$  – строго спадає за дисконтною ставкою  $r$  на множині визначення за цим аргументом, тобто  $\forall \{r^*, r^{**}\} \in [0, +\infty): r^* < r^{**} \Rightarrow$

$NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r^{**}) < NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r^*)$ , де останнє співвідношення слід розуміти як одночасну істинність двох нерівностей:  $NPV(\underline{CF}_0, \dots, \underline{CF}_T, r^{**}) < NPV(\underline{CF}_0, \dots, \underline{CF}_T, r^*)$

і  $NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r^{**}) < NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r^*)$ . Незавжди впевнитися, що для справедливості другої передумови достатньо строго спадної поведінки функції  $NPV(\underline{CF}_0, \dots, \underline{CF}_T, r)$ ,  $r \in [0, +\infty)$ . В разі виконання обох з наведених передумов функція розподілу ступенів можливості для показника внутрішньої норми доходності може бути знайдена на основі співвідношення [11, с. 235–239]:

$$Poss(IRR \leq r) = \begin{cases} 0, r \in (-\infty, 0) \\ Poss(NPV(r) \leq 0), r \in [0, +\infty) \end{cases} \quad (6)$$

Беручи до уваги особливості досліджуваної проблеми, передумови для оцінювання внутрішньої норми доходності у формі інтервалу або функції розподілу ступенів можливості для інвестиційного проекту з нечіткими оцінками грошових потоків доцільно сформулювати в дещо іншому варіанті:

- 1) функція чистої теперішньої вартості інвестиційного проекту –  $NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, r)$ ,  $\overline{CF}_k = [\underline{CF}_k, \overline{CF}_k]$ ,  $k = \overline{0, T}$ ,  $r \in [0, +\infty)$  – строго спадає за дисконтною ставкою  $r$  на множині визначення за цим аргументом в сенсі, який було наведено вище;
- 2) для кожного з граничних сценаріїв реалізації інвестиційного проекту – низу і зверху – існує дисконтна ставка, за якої показник чистої теперішньої вартості дорівнює нулю:

$$\exists r = \underline{IRR} \in [0, +\infty) : NPV(\underline{CF}_0, \dots, \underline{CF}_T, \underline{IRR}) = 0;$$

$$\exists \overline{IRR} \in [0, +\infty) : NPV(\overline{CF}_0, \dots, \overline{CF}_T, \overline{IRR}) = 0.$$

В разі виконання наведених передумов при дисконтній ставці  $\underline{IRR}$  функція розподілу ступенів можливості для показника внутрішньої норми доходності досягає свого максимально припустимого рівня – 1 і стабілізується на ньому, тобто  $\forall r \in [\underline{IRR}, +\infty) : Poss(IRR \leq r) = Poss(NPV(r) \leq 0) = 1$ .

Отже, в подальших побудовах виходитимемо з того, що результуючі показники економічної привабливості (ефективності) порівнюваних напрямів реального інвестування описуються або інтервальними оцінками, або ж функціями розподілу ступенів можливості.

Позначимо через  $\Omega$  множини часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій, які використовуються суб'єктом прийняття рішення для співставлення інвестиційних альтернатив. Тоді в межах пропонованої інтервальної постановки задачі інвестиційного вибору цю множини можна розбити на дві підмножини:  $\Omega_I$  та  $\Omega_F$ , перша з яких складається з критеріїв, оцінки яких задані в інтервальній формі, а друга – критеріїв, які задаються за допомогою функції розподілу ступенів можливості ( $\Omega_I \cup \Omega_F = \Omega$ ,  $\Omega_I \cap \Omega_F = \emptyset$ ).

Відповідно до зроблених вище припущень і викладених стосовно них пояснень і міркувань модель вибору найкращого інвестиційного проекту з множини альтернативних проектів в ситуації інтервальної невизначеності початкових даних, яка зумовлює ризик неокупності або неефективності інвестицій, якщо обмежитися адитивним

варіантом згортки критеріїв, може бути сформульована в такий спосіб:

$$Sl_j = \sum_{l=1}^L a_l (b_{l1} {}^H Av(\bar{K}_{lj}) + b_{l2} {}^H Risk(\bar{K}_{lj}, G_l)) + \sum_{v=1}^V c_v (q_{v1} {}^H Me({}^F K_{vj}) + q_{v2} {}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v)), \quad (7)$$

$$j = \overline{1, m},$$

$${}^H Av(\bar{K}_{lj}) = \begin{cases} \frac{Av(\bar{K}_{lj}) - K_{\min l}}{K_{\max l} - K_{\min l}}, & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^+ \\ \frac{K_{\max l} - Av(\bar{K}_{lj})}{K_{\max l} - K_{\min l}}, & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^- \end{cases}, \quad (8-9)$$

$${}^H Risk(\bar{K}_{lj}, G_l) = 1 - Risk(\bar{K}_{lj}, G_l),$$

$$Av(\bar{K}_{lj}) = \frac{K_{lj} + \bar{K}_{lj}}{2}, \quad (10)$$

$$I = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, m},$$

$$K_{\min l} = \min\{K_{lj} \mid j = \overline{1, m}\}, \quad I = \overline{1, L},$$

$$K_{\max l} = \max\{K_{lj} \mid j = \overline{1, m}\}, \quad I = \overline{1, L}, \quad (11-12)$$

$$Risk(\bar{K}_{lj}, G_l) = \begin{cases} Risk^+(\bar{K}_{lj}, G_l), & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^+ \\ Risk^-(\bar{K}_{lj}, G_l), & \text{якщо } K_{lj} = K_{lj}^- \end{cases}, \quad (13)$$

$$Risk^+(\bar{K}_{lj}, G_l) = \begin{cases} 0, & G_l \leq \underline{K}_{lj} \\ \frac{G_l - \underline{K}_{lj}}{\underline{K}_{lj} - \underline{K}_{lj}}, & \underline{K}_{lj} < G_l < \bar{K}_{lj} \\ 1, & \bar{K}_{lj} \leq G_l \end{cases},$$

$$Risk^-(\bar{K}_{lj}, G_l) = \begin{cases} 0, & \bar{K}_{lj} \leq G_l \\ \frac{\bar{K}_{lj} - G_l}{\bar{K}_{lj} - \underline{K}_{lj}}, & \underline{K}_{lj} < G_l < \bar{K}_{lj} \\ 1, & G_l \leq \underline{K}_{lj} \end{cases}, \quad (14-15)$$

$$I = \overline{1, L}, \quad j = \overline{1, m},$$

$${}^H Me({}^F K_{vj}) = \begin{cases} \frac{Me({}^F K_{vj}) - {}^F K_{\min v}}{{}^F K_{\max v} - {}^F K_{\min v}}, & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+ \\ \frac{{}^F K_{\max v} - Me({}^F K_{vj})}{{}^F K_{\max v} - {}^F K_{\min v}}, & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^- \end{cases},$$

$${}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v) = 1 - Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v), \quad (16-17)$$

$$v = \overline{1, V}, \quad j = \overline{1, m},$$

$${}^F K_{\min v} = \min_{j=1, \dots, m} {}^F K_{\min vj}, \quad v = \overline{1, V},$$

$${}^F K_{\max v} = \max_{j=1, \dots, m} {}^F K_{\max vj}, \quad v = \overline{1, V}, \quad (18-19)$$

$${}^F K_{\min vj} = \max_{G \in \mathfrak{R}} \operatorname{argmin} Poss({}^F K_{vj} \leq G),$$

$${}^F K_{\max vj} = \min_{G \in \mathfrak{R}} \operatorname{argmax} Poss({}^F K_{vj} \leq G), \quad (20-21)$$

$$Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v) = \begin{cases} Poss({}^F K_{vj} < {}^F G_v), & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+ \\ Poss({}^F K_{vj} > {}^F G_v), & \text{якщо } {}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^- \end{cases}, \quad (22)$$

$$v = \overline{1, V}, \quad j = \overline{1, m},$$

де  $Sl_j$  – узагальнений (інтегрований) критерій економічної привабливості (ефективності, результативності)  $j$ -го інвестиційного проекту;

$m$  – число інвестиційних проектів у сукупності, з якої здійснюється вибір найкращого проекту;

$L$  – число часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій у складі множини  $\Omega_l$ , тобто заданих у формі інтервальних оцінок;

$V$  – число часткових критеріїв ефективності реальних інвестицій у складі множини  $\Omega_f$ , тобто заданих у формі функції розподілу ступенів можливості;

$K_{lj}$  –  $l$ -й частковий критерій ефективності з множини  $\Omega_l$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;

$\bar{K}_{lj}$  – інтервальна оцінка  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_l$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;

$\underline{K}_{lj}, \bar{K}_{lj}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах інтервальної оцінки  $l$ -го часткового критерію привабливості з множини  $\Omega_l$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;

$Av(\bar{K}_{lj}), {}^H Av(\bar{K}_{lj})$  – відповідно вихідне та нормалізоване середнє значення в межах інтервальної оцінки  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_l$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;

$G_l$  – нормативне значення  $l$ -го часткового критерію з множини  $\Omega_l$ ;

$Risk(\bar{K}_{lj}, G_l), {}^H Risk(\bar{K}_{lj}, G_l)$  – відповідно вихідне та нормалізоване значення ступеня ризику невідповідності значення критерію  $K_{lj}$  нормативу  $G_l$ ;

${}^F K_{vj}$  –  $v$ -й частковий критерій ефективності з множини  $\Omega_f$  для  $j$ -го інвестиційного проекту;

$Me({}^F K_{vj}), {}^H Me({}^F K_{vj})$  – відповідно вихідне та нормалізоване медіанне значення  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_f$  для  $j$ -го інвестиційного проекту ( $Poss({}^F K_{vj} \leq Me({}^F K_{vj})) = 0,5$ );

${}^F G_v$  – нормативне значення  $v$ -го часткового критерію з множини  $\Omega_f$ ;

$Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v), {}^H Risk({}^F K_{vj}, {}^F G_v)$  – відповідно вихідне та нормалізоване значення ступеня ризику невідповідності значення критерію  $K_{vj}$  нормативу  $G_v$ ;

$K_{\min l}, K_{\max l}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах множини можливих значень  $l$ -го часткового критерію привабливості з множини  $\Omega_l$ ;

${}^F K_{\min v}, {}^F K_{\max v}$  – відповідно мінімальне та максимальне значення в межах множини можливих значень

$v$ -го часткового критерію привабливості з множини  $\Omega_F$ ;

$a_l$  – ваговий коефіцієнт для  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_l$  ( $0 \leq a_l \leq 1, \sum_{l=1}^L a_l = 1$ );

$c_v$  – ваговий коефіцієнт для  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq c_v \leq 1, \sum_{v=1}^V c_v = 1$ );

$b_{l1}, b_{l2}$  – ваговий коефіцієнт для відповідно середнього значення і ступеня ризику невідповідності нормативу в межах  $l$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_l$  ( $0 \leq b_{l1} \leq 1, 0 \leq b_{l2} \leq 1, b_{l1} + b_{l2} = 1$ );

$q_{v1}, q_{v2}$  – ваговий коефіцієнт для відповідно медіанного значення і ступеня ризику невідповідності нормативу в межах  $v$ -го часткового критерію ефективності з множини  $\Omega_F$  ( $0 \leq q_{v1} \leq 1, 0 \leq q_{v2} \leq 1, q_{v1} + q_{v2} = 1$ ).

Рівності  $K_{ij} = K_{ij}^+$  та  $K_{ij} = K_{ij}^-$  визначають відповідно позитивний (додатний) і негативний (від’ємний) знак інгредієнта для часткових критеріїв ефективності з множини  $\Omega_l$ . Таке саме значення мають рівності  ${}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^+$  та  ${}^F K_{vj} = {}^F K_{vj}^-$  щодо часткових критеріїв з множини  $\Omega_F$ .

Нагадаємо, що економічний показник має позитивний (додатний) інгредієнт, якщо в межах розглядуваної

проблемної ситуації він оптимізується в напрямі максимуму. Якщо ж бажаним є мінімальне значення показника, то це означає, що він має негативний (від’ємний) інгредієнт.

Найкращим серед альтернативних варіантів реального інвестування слід вважати проект, для якого інтегрований показник економічної привабливості набуває найбільшого значення, при цьому  $SI_j \in [0, 1], j = 1, m$ .

Показники центра групування значень і ступеня ризику, які характеризують або деталізують обумовлені інтервальними оцінками вихідних параметрів недетерміновані величини часткових критеріїв ефективності, зручно або доцільно називати деталізованими критеріями.

Продемонструємо застосування запропонованої моделі на умовному прикладі.

Нехай розглядаються 3 інвестиційні проекти. Термін реалізації кожного проекту становить 3 роки. Грошові потоки проектів і дисконтна ставка описуються інтервальними оцінками, які відображені в табл. 1. В силу цього показники ефективності проектів (чиста теперішня вартість –  $NPV$ , внутрішня норма доходності –  $IRR$ , термін окупності з дисконтуванням –  $DPP$ ) моделюються також як недетерміновані величини (за допомогою інтервальної оцінки, або функції розподілу ступенів можливості). Результати оцінювання критеріїв ефективності аналізованих проектів наведені в табл. 2 і 3.

Необхідно знайти інтегрований показник економічної привабливості для кожного з розглядуваних інвестиційних проектів і визначити найкращий з них.

Таблиця 1

Інтервальні оцінки грошових потоків альтернативних інвестиційних проектів і ставки дисконтування

Рік	Оцінки грошових потоків для проекту 1 – $\overline{CF}_{k1}$ , млн гр. од.		Оцінки грошових потоків для проекту 2 – $\overline{CF}_{k2}$ , млн гр. од.		Оцінки грошових потоків для проекту 3 – $\overline{CF}_{k3}$ , млн гр. од.		Оцінка дисконтної ставки	
	$\underline{CF}_{k1}$	$\overline{CF}_{k1}$	$\underline{CF}_{k2}$	$\overline{CF}_{k2}$	$\underline{CF}_{k3}$	$\overline{CF}_{k3}$	$\underline{r}$	$\overline{r}$
0	-9,0	-7,0	-11,0	-8,0	-10,0	-7,0	0,15	0,25
1	4,0	10,0	5,0	8,0	5,0	5,5		
2	4,0	5,0	4,0	8,0	4,5	5,5		
3	3,5	4,5	4,0	8,0	4,5	5,0		

Таблиця 2

Інтервальні оцінки показників  $NPV$  та  $IRR$  для альтернативних інвестиційних проектів

№ проекту	$\overline{NPV}_j$ , $j = \overline{1, 3}$ , млн гр. од.		$\overline{IRR}_j$ , $j = \overline{1, 3}$ , %	
	$NPV_j$	$\overline{NPV}_j$	$IRR_j$	$\overline{IRR}_j$
1	-1,448	8,435	0,137	0,960
2	-2,392	10,266	0,092	0,839
3	-0,816	5,229	0,193	0,574

Таблиця 3

Функція розподілу ступенів можливості для показника *DPP* в межах альтернативних інвестиційних проектів

Рік	$Poss(DPP_1 \leq t)$	$Poss(DPP_2 \leq t)$	$Poss(DPP_3 \leq t)$
0	0,000	0,000	0,000
1	0,226	0,000	0,000
2	0,628	0,530	0,384
3	0,853	0,811	0,865

У табл. 4 наведені результати розрахунку показників центра групування значень і ступеня ризику для критеріїв ефективності інвестицій в межах порівнюваних інвестиційних альтернатив. При цьому було прийнято такі нормативи для зазначених критеріїв:  $G_{NPV} = 0$  млн гр. од,  $G_{IRR} = 0,2$ ,  $G_{DPP} = 2$  роки.

Вагові коефіцієнти для часткових і деталізованих критеріїв встановимо за допомогою правила П. С. Фішбер-

на [12, с. 156–157]. При цьому виходитимемо з такої системи переваг між критеріями:

$$NPV \succ IRR \succ DPP, \quad \overline{Av(NPV_j)} \sim \overline{Risk(NPV_j)},$$

$$\overline{Av(IRR_j)} \sim \overline{Risk(IRR_j)}, \quad \overline{Me}^F(DPP_j) \sim \overline{Risk}^F(DPP_j),$$

$$j = \overline{1,3}.$$

Таблиця 4

Показники центра групування значень і ступеня ризику для критеріїв ефективності інвестицій у межах альтернативних інвестиційних проектів

№ проекту	$\overline{Av(NPV_j)},$ $j = \overline{1,3},$ млн гр. од.	$\overline{Av(IRR_j)},$ $j = \overline{1,3},$ %	$\overline{Me}^F(DPP_j),$ $j = \overline{1,3},$ років	$\overline{Risk(NPV_j)},$ $j = \overline{1,3}$	$\overline{Risk(IRR_j)},$ $j = \overline{1,3}$	$\overline{Risk}^F(DPP_j),$ $j = \overline{1,3}$
1	3,494	0,549	1,681	0,147	0,077	0,372
2	3,937	0,466	1,943	0,189	0,145	0,470
3	2,206	0,384	2,242	0,135	0,018	0,616

Тоді зазначені вагові коефіцієнти набувають значень: для часткових критеріїв відповідно 0,500, 0,333, 0,167, і 0,500 для всіх деталізованих критеріїв.

Згідно з даними табл. 2–4, а також знайденими ваговими коефіцієнтами отримуємо такий набір значень інтегрованого показника економічної привабливості: 0,660, 0,616, 0,580 для проектів 1, 2 і 3 відповідно. Отже, найкращим серед аналізованих варіантів інвестування слід вважати проект 1.

**Висновки.** Результати проведеного дослідження переконують, що ситуація інвестиційного проектування, коли фінансово-економічні параметри розглядуваних інвестицій описуються інтервальними оцінками, потребує власного теоретичного аналізу й формування спеціального методичного апарату. На основі напрацювань сучасного інвестиційного менеджменту та ризикології в публікації було запропоновано модель вибору оптимального інвестиційного проекту з множини альтернативних варіантів у разі невизначеності та ризику в межах інтервальної постановки задачі. Апробація запропонованої моделі на умовних даних засвідчила її спроможність.

Важливим напрямом подальших зусиль за порученням в цій роботі проблематикою є створення цілісної методології оцінки ефективності реальних інвестицій, яка передбачає врахування різних за своєю природою видів невизначеності і пов'язаного з нею ризику.

ЛІТЕРАТУРА

1. Давыдов Д. В. Интервальные методы и модели принятия решений в экономике: автореф. дис. ... д-ра экон. наук: 08.00.13. Владивосток, 2009. 46 с.
2. Авдеенко С. Н., Домбровский В. В. Анализ инвестиционных проектов в условиях интервальной неопределенности. *Вестник Томского государственного университета*. 2000. № 271. С. 125–126.
3. Бронз П. В., Воцинин А. П. Интервальный подход к оценке экономических рисков проектов энергетики и его сравнение со сценарным анализом // Научная сессия МИФИ – 2006: сб. науч. тр. Экономика и управление. М., 2006. Т. 13. С. 17–18.
4. Яценко Б. Н. Оценка эффективности инвестиционных проектов и принятие инвестиционных решений в условиях большой неопределенности интервального типа. *Аудит и финансовый анализ*. 2006. № 1. С. 20–25.
5. Стернин М. Ю., Шепелев Г. И. Оценка интервальных параметров инвестиционных проектов // Труды XII Конференции по искусственному интеллекту с международным участием (КИИ-2010). М.: Физматлит, 2010. С. 89–95.
6. Никонова И. А., Колесников М. А. Развитие методов анализа и оценки инвестиционных проектов. *Вестник финансового университета*. 2013. № 6. С. 89–97.
7. Коцюба О. С. Вибір найкращого інвестиційного проекту в ситуації інтервальної невизначеності початкових даних. *Бізнес Інформ*. 2016. № 10. С. 144–149.

8. Недосекин А.О. Нечеткий DPBP и новый подход к рациональному отбору инвестиционных проектов. URL: [http://sedok.narod.ru/s\\_files/2003/Art\\_090603.doc](http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_090603.doc)

9. Тищук Т. А. Економіко-математичне моделювання процесів управління проектами на основі теорії нечітких множин: автореф. дис. ... канд. екон. наук: 08.03.02. Донецьк, 2001. 19 с.

10. Коцюба О. С. Оцінювання дисконтованого терміну окупності інвестиційного проекту за умов нечітких вихідних даних // Глобальні та національні проблеми економіки: ел. наук. вид. Вип. 10/голов. ред. Т. В. Стройко. Миколаїв: МНУ, 2016. URL: <http://global-national.in.ua/archive/10-2016/214.pdf>.

11. Коцюба О. С. Оцінювання внутрішньої норми доходності в ситуації нечітких грошових потоків // Стратегія економічного розвитку України: наук. зб. Вип. 33/голов. ред. А. П. Наливайко. Київ: КНЕУ, 2013. С. 228–241.

12. Економічний ризик: ігрові моделі: навч. посіб./ред. В. В. Вітлінський. Київ: КНЕУ, 2002. 446 с.

## REFERENCES

Avdeyenko, S. N., and Dombrovskiy, V. V. «Analiz investitsionnykh projektov v usloviyakh intervalnoy neopredelennosti» [Analysis of investment projects in conditions of interval uncertainty]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*, no. 271 (2000): 125-126.

Bronz, P. V., and Voshchinin, A. P. «Intervalnyy podkhod k otsenke ekonomicheskikh riskov projektov energetiki i ego sravneniye so stsenarnym analizom» [Interval approach to assessing the economic risks of energy projects and its comparison with the scenario analysis]. In *Nauchnaya sessiya MIFI - 2006. Ekonomika i upravleniye*, vol. 13, 17-18. Moscow, 2006.

Davydov, D. V. «Intervalnyye metody i modeli prinyatiya resheniy v ekonomike» [Interval methods and models of decision-making in the economy]. *avtoref. dis. ... d-ra ekon. nauk: 08.00.13*, 2009.

*Ekonomichnyi ryzyk: ihrovi modeli* [Economic risk: game models]. Kyiv: KNEU, 2002.

Kotsiuba, O. S. «Vybir naikrashchoho investytsiynoho projektu v sytuatsii intervalnoi nevyznachenosti pochatkovykh danykh»

[Choosing the best investment project in the situation of interval uncertainty of initial data]. *Biznes Inform*, no. 10 (2016): 144-149.

Kotsiuba, O. S. «Otsiniuvannya dyskontovanoho terminu okupnosti investytsiynoho projektu za umov nechitkykh vykhidnykh danykh» [Estimates the discounted payback period of the investment project in conditions of fuzzy input data]. *Hlobalni ta natsionalni problemy ekonomiky*. <http://global-national.in.ua/archive/10-2016/214.pdf>

Kotsiuba, O. S. «Otsiniuvannya vnutrishnoi normy dokhodnosti v sytuatsii nechitkykh hroshovykh potokiv» [Evaluation internal rate of return in a situation of fuzzy cash flows]. In *Stratehiia ekonomichnoho rozvytku Ukrainy*, 228-241. Kyiv: KNEU, 2013.

Nedosekin, A.O. «Nechetkiy DPBP i novyy podkhod k rationalnomu otboru investitsionnykh projektov» [Fuzzy DPBP and a new approach to the rational selection of investment projects]. [http://sedok.narod.ru/s\\_files/2003/Art\\_090603.doc](http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_090603.doc)

Nikonova, I. A., and Kolesnikov, M. A. «Razvitiye metodov analiza i otsenki investitsionnykh projektov» [The development of methods for the analysis and evaluation of investment projects]. *Vestnik finansovogo universiteta*, no. 6 (2013): 89-97.

Sternin, M. Yu., and Shepelev, G. I. «Otsenka intervalnykh parametrov investitsionnykh projektov» [Estimation of interval parameters of investment projects]. In *Trudy XII Konferentsii po iskusstvennomu intellektu s mezhdunarodnym uchastiyem (KII-2010)*, 89-95. Moscow: Fizmatlit, 2010.

Tyshchuk, T. A. «Ekonomiko-matematychne modeliuвання protsesiv upravlinnia projektamy na osnovi teorii nechitkykh mnozhyn» [Economic-mathematical modeling of project management processes based on the theory of fuzzy sets]. *avtoref. dys. ... kand. ekon. nauk: 08.03.02*, 2001.

Yatsenko, B. N. «Otsenka effektivnosti investitsionnykh projektov i prinyatiye investitsionnykh resheniy v usloviyakh bolshoy neopredelennosti intervalnogo tipa» [Assessment of efficiency of investment projects and investment decisions under conditions of great uncertainty, interval type]. *Audit i finansovyy analiz*, no. 1 (2006): 20-25.