

4. *Марюта А. Н.* Математические модели экономики / А. Н. Марюта, С. В. Екимов. — Днепропетровск: Наука и образование, 2005. — 212 с.
5. Моделювання економічної динаміки: Навч. посіб. для студ. екон. вищ. навч. закл. / Лавінський Г. В., Пшенишнюк О. С., Устенко С.В., Шарапов О. Д. — К.: АТИКА, 2006. — 276 с.
6. *Понтрягин Л.С.* Математическая теория оптимальных процессов / Понтрягин Л.С. — М.: Наука, 1976. — 392 с.
7. *Тихомиров В. М.* Принцип Лагранжа и задачи оптимального управления / Тихомиров В. М. — М.: Моск. ун-т, 1982. — 107 с.
8. *Тихомиров В. М., Иоффе А. Д.* Теория экстремальных задач / В. М. Тихомиров, А. Д. Иоффе. — М.: Наука, 1974. — 479 с.
9. Економічна кібернетика: [підручн.] / За заг. ред. Ю. Г. Лисенко; У 2-х т. — Донецк: Юго-Восток, Лтд, 2005. — Т. 1. — 508 с.
10. *Сергеева Л.Н.* Нелинейная экономика: модели и методы / Науч. ред. Ю.Г. Лысенко. Запорожский государственный университет. — Запорожье: Полиграф, 2002. — 217 с.
11. *Сергеева Л.Н.* Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). Запорожский государственный университет. — Запорожье: Полиграф, 2002. — 227 с.
12. *Устенко С. В.* Багатомодульна модель функціонування наукоміського підприємства / С. В. Устенко // Моделювання та інформаційні системи в економіці. — 2007. — Вип. 76. — С. 62—81.
13. *Устенко С.В.* Розвиток наукоміських підприємств України: методи і моделі / С. В. Устенко // Моделювання та інформаційні системи в економіці. — 2008. — Вип. 77. — С. 25—38.

Стаття надійшла до редакції 25.11.08 р.

УДК 330.46; 519.86

**О. М. Мезенцев**, аспірант кафедри інформаційного менеджменту, ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

## **КОЛЕКТИВНІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТОВОГО ВАЛЮТНОГО РИНКУ**

**АНОТАЦІЯ.** Методами економічної фізики досліджено колективні властивості валютного ринку. Встановлено, що мають місце процеси самоорганізації ринку, які зростають завдяки посиленню глобалізаційних тенденцій. Порівняння результатів розрахунків методом випадкових матриць та шляхом побудови мінімального остівного дерева свідчить про стійкі кластерні структури, сформовані в результаті синергетичних механізмів.

*ANNOTATION. By the methods of econophysics it is investigational collective properties of currency market. It is set that take place processes of selforganization of market, which grow due to strengthening of globalization tendencies. Comparison of results of calculations by the Random Matrix Theory and by construction of Minimum Spanning Tree testifies to the proof cluster structures formed as a result of sinergetical mechanisms.*

*КЛЮЧОВІ СЛОВА. еконофізика, теорія випадкових матриць, валютний ринок, кореляції.*

*KEYWORDS. econophysics, Random Matrix Theory, currency market, correlations.*

## **Вступ**

Процеси глобалізації світового фінансового ринку зумовлюють нові виклики щодо коректного урахування в існуючих моделях процесів колективної взаємодії агентів. Більш того, визначення кількісних характеристик кореляцій між різними валютними парами і на валютному ринку в цілому важливо не тільки з наукової точки зору розуміння економіки як складної динамічної системи, але й з практичних причин, зокрема при прогнозуванні цінових змін. На відміну від більшості фізичних систем, основні взаємодії валютних ринків не досліджені. В даній роботі ми аналізуємо взаємні кореляції між валютними парами, застосовуючи поняття і методи теорії випадкових матриць, розвинутих у контексті складних квантових систем.

Проблемами вивчення статистичних властивостей матриць з незалежними випадковими елементами (випадкових матриць) зацікавилися фізики 50 років тому при вивченні енергетичних рівнів складних ядер. У цьому контексті Вігнером, Дайсоном та Метой (Wigner, Dyson, Mehta) була розвинута теорія випадкової матриці (random matrix theory RMT — TBM) [1]. Вона має аналітичні розв'язки для випадкових не взаємодіючих агентів. Отже, якщо розрахувати кореляційні і енергетичні властивості складної системи, то відхилення від універсальних прогнозів ТБМ ідентифікують системну специфіку, невідповідні властивості системи, даючи інформацію про основні взаємодії.

## **Постановка завдання**

Недавні дослідження, що застосовують методи ТБМ до аналізу властивостей фінансових систем [1] вказують на системну специфіку всього спектру властивостей. На наш погляд цікаво відслідкувати аналогічні властивості валютного ринку.

Щоб визначати кількісно кореляції, ми спочатку обчислюємо зміну курсу валюти  $i = 1, \dots, N$  (так звану «прибутковість») за час  $\Delta t$ ,

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t), \quad (1)$$

де  $S_i(t)$  — курс валюти  $i$ . Оскільки різні курси валют мають різні рівні стандартного відхилення (різні волатильності), то додатково вводяться нормалізовані прибутковості:

$$g_i(t) = \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i}, \quad (2)$$

$\sigma_i = \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$  — стандартне відхилення  $G_i$ , а  $\langle \dots \rangle$  позначає середнє за досліджуваний проміжок часу. Далі розраховуємо матрицю, яка відображає кореляції між валютними курсами ринку з елементами

$$C_{ij} = \langle g_i(t) g_j(t) \rangle. \quad (3)$$

В якості тестової задачі ми розглянули кореляції в змінах курсів валют 167 країн світу відносно американського долара протягом 12-річного періоду з 31.10.1995 р. по 21.12.2007 р. [2].

## **Результати**

На рис. 1 наведена матриця взаємних кореляцій (3). Видно, що мають місце певні кластери сильно корельованих валют.

На ньому зображені кумулятивні функції розподілу коефіцієнтів кореляції вихідної та перемішаної (близької до випадкової) матриць. З даного рисунку видно, що на відміну від перемішаної матриці для матриці взаємних кореляцій світового валютного ринку спостерігається довгий позитивний хвіст, який свідчить про наявність позитивних кореляцій.

Ми також порівняли спектральні властивості матриці  $C$  з властивостями тестової матриці, сформованої з нормально розподілених, нормованих елементів (так званий Гаусів ортогональний ансамбль — ГОА), які добре відомі.

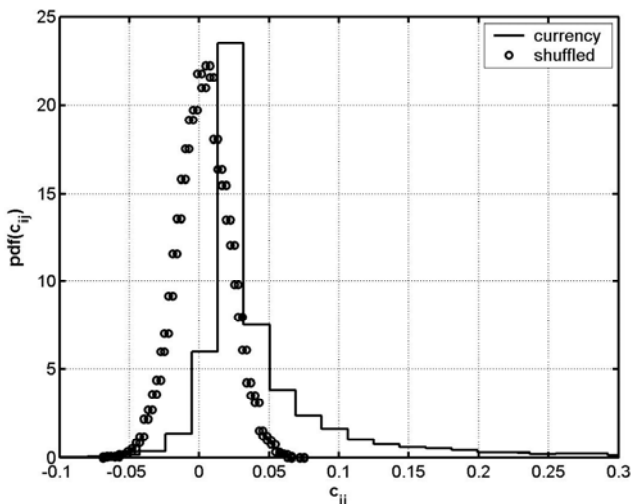


Рис. 1. Розподіл коефіцієнтів взаємної кореляції для прибутковостей курсів валют 167 країн світу для вихідної і перемішаної (shuffled) матриць

У матричній нотації матриця кореляції може бути виражена як

$$C = \frac{1}{L} GG^T, \quad (4)$$

де  $G$  —  $N \times L$  матриця з елементами  $\{g_{im} \equiv g_i(m\Delta t); i=1, \dots, N; m=0, \dots, L-1\}$ , і  $G^T$  позначає транспонування  $G$ .

Також для порівняння розглядаємо випадкову кореляційну матрицю

$$R = \frac{1}{L} AA^T. \quad (5)$$

Тут  $A$  —  $N \times L$  матриця, що містить  $N$  часових рядів з  $L$  випадкових елементів  $a_{im}$  з нульовою середньою й одиничною варіацією, що означають взаємну некорельованість. З теорії випадкових матриць відомо, що для випадкової матриці  $R$  розмірності  $L \times N$  при  $N \rightarrow \infty$ ,  $L \rightarrow \infty$  та  $Q = L/N \geq 1$ .

$P_{rm}(\lambda)$  щільність імовірності власних  $\lambda$  випадкової матриці кореляції  $R$  має вигляд

$$P_{rm}(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{\lambda}. \quad (6)$$

В (6)  $\lambda_-$  і  $\lambda_+$  мінімальне і максимальне власне значення матриці R

$$\lambda_{\pm} = \sigma^2 \left( 1 + 1/Q \pm 2\sqrt{1/Q} \right), \quad (7)$$

де  $\lambda \in [\lambda_-, \lambda_+]$ , а  $\sigma^2 = 1$  — нормована варіація матриці R. Зміна  $\lambda$  в цьому проміжку означає, що в даній системі присутні не випадкові процеси, а сама система не є керованою і формується в результаті ринкових відносин між її учасниками.

На рис. 2 зображено порівняння розподілу власних значень  $P(\lambda)$  для аналогічних розрахунків  $P_{rm}(\lambda)$ . Досліджуються прибутковості для часового ряду з лагом  $\Delta t = 1$  день для  $N = 167$  курсів валют країн світу. Ми звертаємо увагу на присутність значної частини власних значень, що лежать у межах границь  $[\lambda_-, \lambda_+]$  для  $P_{rm}(\lambda)$ . Це є та частина власних значень матриці C, що описуються ТВМ (випадкові кореляції), але є й деяка інформація, що вказує на наявність на валютному ринку істотних кореляцій (відхилень від ТВМ).

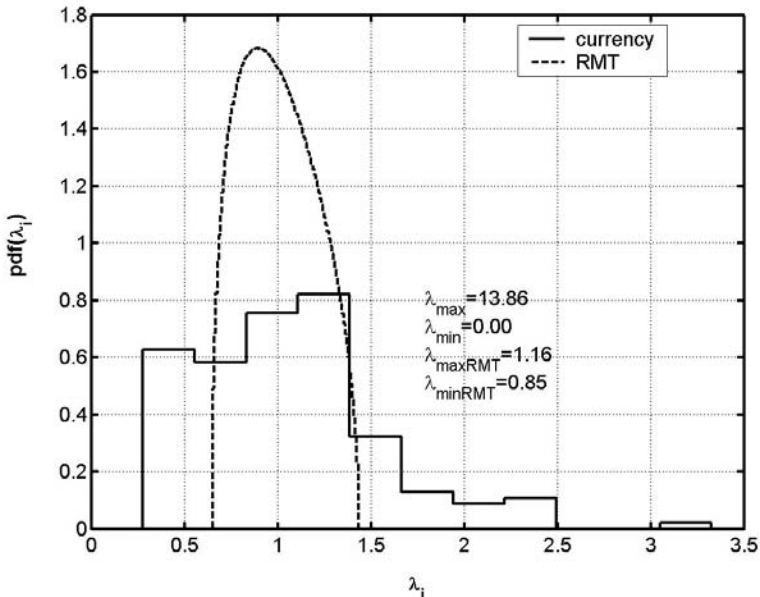


Рис. 2. Розподіл власних значень матриці взаємних кореляцій для курсів валют 167 країн світу на міжнародному валютному ринку Forex

Досліджувались також відхилення розподілу компонентів власного вектора  $u^k$  від гаусівського, яке дає ТВМ. Причому розходження більш суттєве, коли відстань від верхньої границі ТВМ  $\lambda_k - \lambda_+$  збільшується. Оскільки наближення до  $\lambda_+$  збільшує ефекти хаотичності, ми визначаємо кількість компонентів, що беруть участь у кожному власному векторі. Це у свою чергу відбиває ступінь відхилення від ТВМ для розподілу компонентів власного вектора. Для цього ми використовуємо поняття зворотного відношення участі (inverse participation ratio IPR), запропоноване в теорії локалізації. IPR власного вектора  $u^k$  визначений як

$$I^k \equiv \sum_{l=1}^N [u_l^k]^4, \quad (8)$$

де  $u_l^k, l=1, \dots, n$  — компоненти власного вектора  $u^k$ . Значення  $I^k$  може бути ілюстровано двома граничними випадками: 1) вектор з ідентичними компонентами  $u_l^k \equiv 1/\sqrt{N}$  має  $I^k = 1/N$ , тоді як 2) вектор з одним компонентом  $u_l^k = 1$  та нульовими іншими має  $I^k = 1$ . Таким чином, IPR визначає кількість даних з числа компонентів власного вектора, що вносять значний внесок.

Рисунок 3 демонструє порівняння зворотного відношення участі для вихідної та перемішаної матриць.

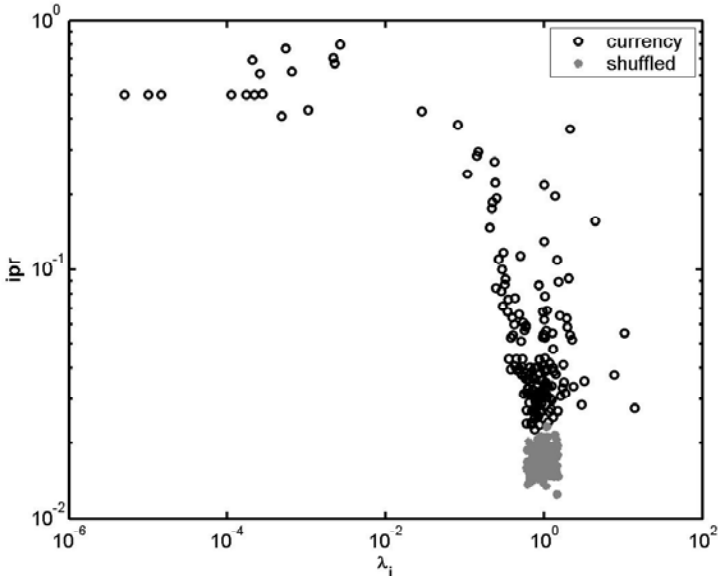


Рис. 3. Зворотне відношення участі для вихідної та перемішаної кореляційних матриць

$I^k$  для випадково перемішаних рядів курсів валют має середнє значення  $I^k = \langle I \rangle \approx 0,008 \approx 1/N$  з вузьким уширенням, вказуючи, що вектори розподілені таким чином, що майже усі компоненти мають внесок у них. Коливання навколо цієї середньої величини обмежені вузьким інтервалом.  $I^k$  для кореляційної матриці, побудованої із щоденних прибутковостей, співпадають з  $I^k$  перемішаної матриці у значній частині  $\lambda_- < \lambda_i < \lambda_+$ . Навпаки, границі спектра власних значень для матриці (3) показують істотні відхилення  $I^k$  від  $\langle I \rangle$ .

Якщо проаналізувати компоненти власних векторів, то ми побачимо чітко виражену кластеризацію, що обумовлена взаємною кореляцією. При цьому чітко виділяються кластери європейських, азійських валют, а також зона валют, прив'язаних до американського долару.

Той же результат ми отримуємо за допомогою дещо іншого формалізму — мінімального остівного дерева (МОД) [3]. Пропонується досліджувати кластеризацію валют, використовуючи матрицю кореляцій. При цьому можна ввести відповідні метрики, які зв'язані з коефіцієнтами кореляції та побудувати зв'язний граф, у якому вузли є валютами (або країнами, яким відповідають валюти), а відстані між ними пропорційні коефіцієнтам кореляції (рис. 4).

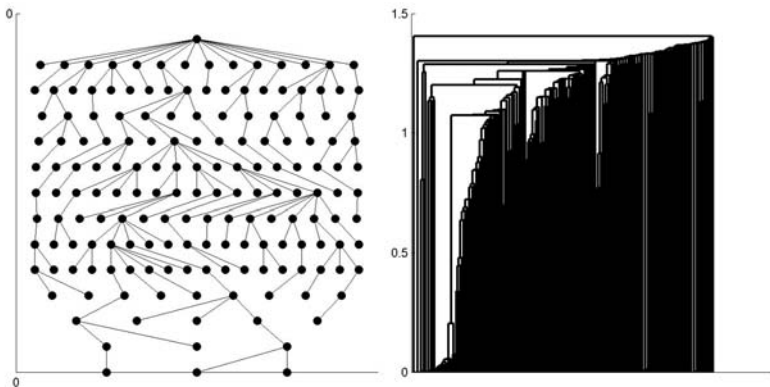


Рис. 4. Мінімальне остівне (зліва) та ієрархічне дерева світового валютного ринку

Більш детально, матрицю (3) трансформуємо в матрицю відстаней тієї ж розмірності з елементами  $d_{ij} = \sqrt{2(1-c_{ij})}$ ,  $2 \geq d_{ij} \geq 0$ . Вони задовольняють трьома аксіомам метрики: 1)  $d_{ij} = 0$  при  $i = j$ ; 2)  $d_{ij} = d_{ji}$ ; 3)  $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{kj}$ . Матриця відстаней  $D$  використовується для побудови мінімального остівного дерева, яке зв'язує  $n$  обраних валют і є графом з  $n$  вершинами і  $n-1$  дугами. На першому кроці МОД складається із одної довільної валюти. На другому кроці до неї приєднується та валюта, яка має найменшу відстань з першою (на дереві вони сполучаються дугою). На третьому кроці до двох попередніх валют приєднується та, відстань від якої до однієї з попередніх валют є найменшою. На  $i$ -му кроці до попередніх валют приєднується та, відстань від якої до однієї з попередніх валют є найменшою (валюти, відстань між якими є мінімальною, також з'єднуються дугою). Тобто, якщо на дереві дві довільні валюти з'єднані дугою, то це означає, що між ними існує тісний зв'язок, причому якщо деяка вершина має велику кількість зв'язків, то вона є свого роду концентратором і відіграє особливу роль [3]. Остівне дерево світового валютного ринку має вигляд, зображений зліва на рис. 4.

МОД дозволяє нам отримати матрицю субдомінантної ультраметрики  $D^<(\Delta t)$ , елементи якої  $d_{ij}^<(\Delta t)$  повинні задовольняти наступним аксіомам: 1)  $d_{ij}^< = 0 \Leftrightarrow i = j$  2)  $d_{ij}^< = d_{ji}^<$  3)  $d_{ij}^< \leq \text{Max}\{d_{ik}^<, d_{kj}^<\}$ . Для їх визначення потрібно знайти максимальну довжину ланки найкоротшого шляху між елементами  $i$  та  $j$  по дереву. За матрицею  $D^<(\Delta t)$  будується ієрархічне дерево, яке дозволяє виявити таксономічні (систематичні) аспекти кореляцій [3], присутніх між парами валют (права частина рис. 4). Якщо б можливо було без погіршення загального сприйняття додати підписи валют на обох рисунках, ми б дійсно змогли б розділити кластери, які формуються і при дослідженні методом випадкових матриць.

Нами виявлено також цікаву залежність від часу максимального власного значення  $\lambda_{\text{max}}$  матриці взаємних кореляцій і середнього значення  $\langle c_{ij} \rangle$  (рис. 5). Розрахунки проводились так. Вибиралось часове вікно і для нього проводились розрахунки спектру власних значень і середнього значення коефіцієнта кореляції. Далі вікно зміщувалось вздовж часового ряду із заданим кроком і розрахунки повторювались, поки не вичерпувались часові ряди.



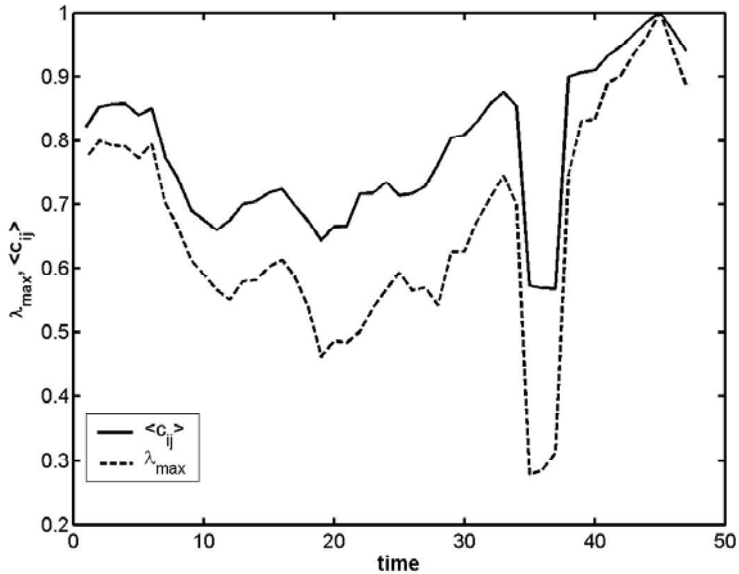


Рис. 5. Динаміка максимального власного значення і середньої величини матриці взаємних кореляцій валютного ринку

Останній результат вказує на особливе значення першого власного значення, яке характеризує всю сукупність валют, а також кореляційні властивості і наявні тренди. Цей результат співпадає з одержаним для фондових ринків [4].

**Висновки.** Таким чином, дослідження кореляційних і спектральних характеристик світового валютного ринку вказує на наявність помітних додатних кореляцій. Спектральні властивості (розподіл власних значень і компонентів відповідних власних векторів) свідчить про не випадковий характер кореляцій. Вони носять синергетичний характер. Наявність емерджентного кореляційного поля призводить до структурної кластеризації, яка є стабільною відносно методу дослідження. Розроблені методи і алгоритми дослідження колективних властивостей складних систем дозволяють нам у подальшому поширити їх на моделювання особливостей прояву кризових явищ на валютному ринку [5, 6].

### Література

1. Plerou V., Gopikrishnan P., Rosenow B., Amaral L.A.N., Guhr T., Stanley H.E. Random matrix approach to cross correlations in financial data // Phys.Rev.E — v.65, N 12., 2002. — P. 356—373.

2. <http://www.oanda.com>
3. *Bonanno G., Cardarelli G., Lillo F., Mantegna R.N.* Topology of Correlation Based Minimal Spanning Trees in Real and Model Markets//e-print arXiv:cond-mat/0211546 v.1, 25 Nov 2002.
4. *Соловійов В.М., Соловійова В.В.* Кореляційні, спектральні та структурні властивості фондового ринку України // Науковий зб. Моделювання та інформаційні системи в економіці. Вип.72. — К.: КНЕУ, 2005. — С. 75—86.
5. *Галіцин В.К., Мезенцев О.М., Соловійов В.М.* Сучасні методи моделювання валютних криз // Тези доповідей XI Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми економічної кібернетики». 2—4 жовтня 2006 р. м. Алушта, смт. Партеніт. — Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2006. — С. 26—27.
6. *Макаренко О.І., Мезенцев О.М., Соловійов В.М.* Рекурентний аналіз критичних явищ на валютному ринку // Тези доповідей XII Всеукраїнської науково-методичної конференції «Проблеми економічної кібернетики». 3—5 жовтня 2007 р., м. Львів. — Л.: ЛНУ. — С. 137—138.

Стаття надійшла до редакції 13.10.08 р.

УДК 33.338

**О. М. Клименюк**, аспірант,  
ДВНЗ «Київський Національний економічний університет  
імені Вадима Гетьмана»

## **ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДІЯЛЬНОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ**

*АНОТАЦІЯ. В статті представлено метод підвищення ефективності діяльності організації шляхом виявлення резервів удосконалення планування виробництва та використання їх в управлінні.*

*ANOTATION. The article presents a method of organization efficiency promotion by means of showing up the possibilities of the working balances improvement. As well it focuses production planning management.*

*КЛЮЧОВІ СЛОВА. Ефективність виробництва, резерви покращення планових рішень, удосконалення планів виробництва, оптимальний план.*

Підвищення економічної ефективності діяльності виробничої організації (підприємства) має важливе значення в сучасних умовах конкурентного середовища.