УДК 519.86

Галина Іванівна ВЕЛИКОІВАНЕНКО

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
професор кафедри економіко-математичного моделювання,
Державний вищий навчальний заклад
«Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»
проспект Перемоги, 54/1, м. Київ, 03680, Україна
E-mail: ivanenkog@list.ru
Телефон: +380445370736

АНАЛІЗ КВАНТИЛЬНИХ МІР ОЦІНЮВАННЯ ФІНАНСОВОГО РИЗИКУ

Великоіваненко, Г. І. Аналіз квантильних мір оцінювання фінансового ризику [Текст] / Галина Іванівна Великоіваненко // Економічний аналіз : зб. наук. праць / Тернопільський національний економічний університет; редкол.: С. І. Шкарабан (голов. ред.) та ін. – Тернопіль : Видавничо-поліграфічний центр Тернопільського національного економічного університету «Економічна думка», 2013. – Том 14. – № 2. – С. 58-62. – ISSN 1993-0259.

Анотація
Проаналізовано підходи до кількісного оцінювання ризиків, що виникають у процесі функціонування фінансових ринків. Сформульовано переваги використання квантильної міри ризику Value-at-Risk для оцінювання фінансових ризиків, а саме, здатність: оцінювати ризик можливих втрат відповідно до ймовірності їх виникнення; агрегувати ризики окремих активів у єдину величину для портфеля, ураховуючи інформацію про їх кількість, волатильність і період часу; оцінювати і порівнювати між собою ризики за різними фінансовими інструментами, за різними портфелями фінансових інструментів, різні види фінансових ризиків на одному та на різних ринках. За умови відомих параметрів розподілу ймовірностей випадкової величини дохідності (збитковості) фінансових інструментів, запропоновано використовувати оцінки ефективних значень, у підґрунті яких лежить поняття квантиля розподілу. Запропоновані оцінки ураховують об'єктивно-суб'єктивну структуру ризику, а саме, – рівень дохідності або збитковості (середній, очікуваний, бажаний тощо), показник відхилення від вказаного рівня дохідності або збитковості, а також рівень несхильності (схильності) суб'єктів прийняття рішень до ризику у вигляді заданої ймовірності α, що відображає особисте ставлення. Проведено аналіз та визначено умови, за яких надаються переваги певній оцінці.

Ключові слова: *квантиль розподілу; квантильна міра ризику; методологія Value-at-Risk; ефективне значення показника; об'єктивно-суб'єктивна структура ризику.*

Галина Ивановна ВЕЛИКОИВАНЕНКО

АНАЛИЗ КВАНТИЛЬНЫХ МЕР ОЦЕНИВАНИЯ ФИНАНСОВОГО РИСКА

Аннотация
Проанализированы подходы к количественной оценке рисков, возникающих в процессе функционирования финансовых рынков. Сформулированы преимущества использования квантильной меры риска Value-at-Risk для оценки финансовых рисков, а именно, способность: оценивать риск возможных потерь согласно вероятности их возникновения; агрегировать риски отдельных активов в единую величину для всего портфеля, учитывая информацию о количестве активов, их волатильности и периоде времени; оценивать и сравнивать между собой риски по различным финансовым инструментам, по разным портфелям финансовых инструментов, различные виды финансовых рисков на одном и на различных рынках. При известных параметрах распределения вероятностей случайной величины доходности (убыточности) финансовых инструментов, предложено использовать оценки эффективных значений, в основе которых лежит понятие квантиля распределения. Предложенные оценки учитывают объективно- субъективную структуру риска, а именно, – уровень доходности или убыточности (средний, ожидаемый, желаемый и т. д.), показатель отклонения от указанного уровня доходности или убыточности, а также уровень несклонности (склонности) субъектов принятия решений к риску в виде заданной вероятности α, отражающий личное отношение. Проведен анализ и определены условия, при

© Галина Іванівна Великоіваненко, 2013

которых отдается предпочтение определенной оценке.

Ключевые слова: *квантиль распределения; квантильная мера риска; методология Value-at-Risk; эффективное значение показателя; объективно- субъективная структура риска.*

Galyna Ivanivna VELYKOIVANENKO

Mathematical Physics PhD,
Associate Professor,
Professor of Department of Economic and Mathematic Modeling,
Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman
Prospect Peremogy, 54/1, Kyiv, 03680, Ukraine
E-mail: ivanenkog@list.ru
Phone: +380445370736

ANALYSIS OF QUANTILE MEASURES OF EVALUATION OF FINANCIAL RISK

Abstract

The approaches to the quantitative assessment of the risks arising from the operation of financial markets are analysed. There have been formulated the benefits of using of quantile measures of risk Value-at-Risk to assess the financial risks, namely, the ability to: assess the risk of potential losses in accordance with their occurrence; aggregate risks of individual assets into a single value for the portfolio, taking into account information about assets quantity, volatility and time; to evaluate and compare the risks of different financial instruments for various portfolios of financial instruments, various types of financial risks on one and in different markets. Taking into consideration the known parameters of the probability distribution of the random variable return (loss) of financial instruments there has been proposed to use effective assessment of values which are based on the notion of quantile distribution. The proposed estimations take into account the objective- subjective structure of risk, namely, level of profitability or unprofitability (average, expected, desired etc.), the rate of deviation from that level of profitability or losses and the level of aversion (tendency) of the decision solutions to the risk of a given probability α, which reflects the personal attitud. There has been carried out the analysis and have been determined the conditions under which preferred specific assessment is provided.

Keywords*: quantile distribution; quantile measures of risk; methodology Value-at-Risk; effective value of the index, the objective- subjective structure risk.*

JEL classification: C13

Світовій фінансовій системі з сучасними видами ринків притаманні власні закономірності функціонування та розвитку. Суттєве збільшення кількості фінансових криз та їх масштабів на провідних фондових ринках мали шоковий вплив на економіку західних країн. Світове співтовариство виявляє все більшу зацікавленість у створенні стабільної фінансової системи і прозорості ринку капіталів. Тому останніми роками виникла потреба у наукових дослідженнях, що стосуються розроблення моделей і методів кількісного оцінювання ступеня ризику на фінансових ринках, розвитку відповідного механізму моніторингу, контролю фінансових ризиків і управління ними на основі системного аналізу.

Вирішенню окремих аспектів цієї проблеми присвячено чимало праць вітчизняних та зарубіжних дослідників, зокрема І. О. Бланка[1], Є. Брігхема[2], В. В. Вітлінського[3], П. І. Верченка[4], А. Б. Камінського [5], А. А. Первозванського, Т. М. Первозванської [6], О. І. Ястремського [7] та інших.

Незважаючи на значний обсяг проведеної науковцями роботи, актуальною проблемою залишається вибір моделей та методів кількісного оцінювання ризику, адекватних цілям дослідження, прийнятій системі гіпотез, наявній інформації тощо.

Метою роботи є дослідження показників кількісної оцінки ризику, у підґрунті яких лежить поняття квантиля розподілу. Основним завданням статті є аналіз та визначення кращих, відповідно до наявних умов, оцінок ефективних значень показників дохідності чи збитковості фінансових інструментів.

Виходячи зі змістового означення ризику [3], його ієрархічності, множинності чинників тощо, можна стверджувати про принципову неможливість вичерпного вимірювання ризику за окремою його емпіричною властивістю. Кількісна оцінка повинна відображати міру (ступінь) відхилення від цілей, від бажаного (очікуваного) результату, ступінь невдачі, (збитків) з урахуванням керованих (контрольованих) і некерованих (неконтрольованих) чинників, прямих і зворотних зв'язків. Тобто кількісна оцінка ризику є векторною величиною,

компоненти якої відображають різні грані ризику і формуються залежно від цілей дослідження (оцінювання, управління), прийнятої системи гіпотез, наявної інформації, ставлення суб'єкта ризику до невизначеності, конфліктності. Тому важливою задачею є визначення та обґрунтування вибору множини тих чи інших показників у якості кількісних оцінок ступеня ризику.

Кількісна оцінка ризику ґрунтується на результатах його якісного та кількісного аналізу. У процесі кількісного оцінювання ризику вони системно взаємодіють і доповнюють один одного. Кількісний аналіз може ґрунтуватися лише на якісно встановлених цілях, гіпотезах, критеріях, чинниках, умовах, альтернативах, відображати ставлення до ризику його суб'єкта. Якісний аналіз можна вдосконалити, використовуючи результати кількісного аналізу. Зокрема, якщо в результаті кількісного аналізу чинників ризику вдалося встановити недостатню достовірність їх впливу, то це є підставою для перегляду висновків якісного аналізу й проведення більш ґрунтовних досліджень з метою встановлення реально суттєвих чинників ризику (ключових параметрів).

Зазначимо, що існує ціла низка показників кількісної оцінки ступеня ризику в економіці [8]. Кількісні показники ступеня ризику в абсолютному вираженні можуть визначатися сподіваною величиною можливих збитків, якщо збитки підлягають такому вимірові. Також, як міру ризику в абсолютному вираженні, використовують оцінки мінливості результату (наприклад, дохідності фінансового інструменту): дисперсію, середньоквадратичне відхилення, семіваріацію, семіквадратичне відхилення тощо.

У відносному вираженні ризик може визначатись, скажімо, як величина можливих збитків, віднесена до деякої бази, наприклад, до обсягу власних фінансових ресурсів інвестора. У випадку, коли оцінюється ризик як варіабельність щодо отримання доходів, то для його оцінки у відносному вираженні використовується коефіцієнт варіації або ж коефіцієнт семіваріації.

Останнім часом популярним підходом до оцінювання фінансових ризиків є використання так званих квантильних мір. У якості кількісної оцінки ступеня ризику, при їх використанні, беруться певні квантилі розподілу функції втрат. Однією із найвідоміших квантильних мір ризику є *Value-at-Risk* (*VaR*), яка є базовою для оцінювання ризиків, зокрема, в банківській діяльності відповідно до рекомендаційної програми *Basel II*. *VaR* належить до асиметричних методів вимірювання ризику і визначається певним рівнем довіри α. Математично *VaR* є (1-α) – квантилем розподілу вартості активу, портфеля активів тощо. Тобто для випадкової величини збитків *VaR* розраховує максимальні збитки, які можуть виникнути за заданого рівня ймовірності α у визначеному періоді часу [9].

Дослідженню властивостей *VaR* присвячено роботи як українських [10], так і зарубіжних науковців [11].

Методологія *VaR* має низку переваг. Вона дозволяє: оцінити ризик можливих втрат відповідно до ймовірності їх виникнення; агрегувати ризики окремих активів у єдину величину для портфеля, ураховуючи інформацію про кількість активів, їхню волатильність і період часу; оцінювати і порівнювати між собою ризики за різними фінансовими інструментами (активами), за різними портфелями фінансових інструментів (активів), різні види фінансових ризиків на одному ринку, ризики на різних ринках.

VaR є досить універсальним підходом до оцінювання різних видів ризиків і використовується для оцінювання, зокрема, цінового ризику, валютного ризику, кредитного ризику, ризику ліквідності тощо.

У випадках, коли закон розподілу ймовірностей випадкової величини втрат (чи доходів) є невідомим, але існує можливість оцінити параметри розподілу ймовірностей цієї випадкової величини на підґрунті статистичної інформації, ми пропонуємо у якості статистичної оцінки величини *VaR* використовувати так зване ефективне значення (B^-, B^+) відповідного економічного показника [8].

При формуванні ефективного значення (B^-, B^+) ураховується об'єктивно-суб'єктивна структура ризику, а саме ураховується рівень дохідності або збитковості (середній, очікуваний, бажаний тощо), показник відхилення від вказаного рівня дохідності або збитковості (можуть враховуватись двосторонні, або ж односторонні відхилення), а також рівень несхильності (схильності) суб'єктів прийняття рішень до ризику у вигляді заданої ймовірності α (що відображає ставлення особи прийняття рішення до ризику).

Приймемо гіпотезу, що деякий досліджуваний показник дохідності (збитковості) фінансового інструменту (активу) є випадковою величиною, яку ми позначимо через *R*.

Згідно з нерівністю Чебишева [8], за заданим рівнем значущості (ризику) α можна знайти *k=k(α)* таке, що з імовірністю не меншою, ніж γ, γ=1-α, чи з ризиком не більшим, ніж α, можна стверджувати, що

$$m(R) - k\sigma(R) < R < m(R) + k\sigma(R),$$

де *R* – випадкова величина дохідності (збитковості) деякого фінансового інструменту (активу), *m(R)* – математичне сподівання випадкової величини *R*, *k* – певний постійний коефіцієнт (ціна ризику), який залежить від заданої ймовірності α, *σ(R)* – середньоквадратичне відхилення (міра ризику) випадкової величини *R*.

Якщо досліджуваний показник *R* має позитивний інгредієнт, тобто його прагнуть

максимізувати, то його ефективне значення (B_m^+) обчислюється за формулою:

$$B_m^+ = m(R) - k\sigma(R).$$

Ефективне значення B_m^+ можна тлумачити наступним чином: з імовірністю не меншою, ніж γ, γ=1-α чи з ризиком не більшим, ніж α, можна стверджувати, що значення показника *R* (наприклад, дохідності деякого фінансового інструменту) буде більшим за величину B_m^+, тобто виконується співвідношення:

$$P\{R > B_m^+\} \geq 1 - \alpha.$$

Або, інакше, можна сказати, що величина B_m^+ визначає рівень мінімальної дохідності, яку можна отримати за заданого рівня ризику α.

Якщо ж досліджуваний показник має негативний інгредієнт, тобто його прагнуть мінімізувати, то його ефективне значення (B_m^-) обчислюється за формулою

$$B_m^- = m(R) + k\sigma(R).$$

Ефективне значення B_m^- можна тлумачити наступним чином: з імовірністю не меншою, ніж γ, γ=1-α чи з ризиком не більшим, ніж α, можна стверджувати, що значення показника *R* (наприклад, збитків від операцій за деяким фінансовим інструментом) буде меншим за величину B_m^-, тобто виконується співвідношення:

$$P\{R < B_m^-\} \geq 1 - \alpha.$$

Або інакше можна сказати, що величина B_m^- визначає рівень максимальних збитків, яких можна зазнати за заданого рівня ризику α.

Надалі будемо проводити дослідження для показників, які мають позитивний інгредієнт. Для показників, які мають негативний інгредієнт, можна отримати аналогічні результати.

Зауважимо, що на практиці математичне сподівання не завжди є адекватною характеристикою випадкової величини *R*, і тому його доцільно було б замінити, зокрема, модою чи медіаною, а іноді – взагалі деякою довільною фіксованою величиною.

Розглянемо у якості показника ризику відхилення випадкової величини *R* (дисперсію чи середньоквадратичне відхилення) від деякої заданої константи *C*. Позначимо через $\sigma_C(R)$ середньоквадратичне відхилення випадкової величини *R* від заданої константи *C*, тобто

$$\sigma_C^2(R) = M[(R-C)^2],$$

де $M[\bullet]$ – оператор математичного сподівання.

Нагадаємо зміст леми Маркова: якщо випадкова величина X приймає лише невід'ємні значення, то для будь-якого невід'ємного числа ε буде справедливою нерівність:

$$P\{X > \varepsilon\} \leq M[X]/\varepsilon.$$

Покладемо у лемі Маркова $X = |R - C|$, $\varepsilon = k\sigma_C(R)$, отримаємо (2)

$$P\{|R-C| > k\sigma_C(R)\} = P\{(R-C)^2 > k^2\sigma_C^2(R)\} \leq$$

$$\leq \frac{M[(R-C)^2]}{k^2\sigma_C^2(R)} = \frac{\sigma_C^2(R)}{k^2\sigma_C^2(R)} = \frac{1}{k^2} = \alpha$$

Тобто існує *k*, що з імовірністю не меншою, ніж γ, γ=1-α, чи з ризиком не більшим, ніж α, можна стверджувати, що виконується наступна нерівність:

$$C - k\sigma_C(R) < R < C + k\sigma_C(R).$$

Отже, для досліджуваного показника *R* з позитивним інгредієнтом ефективне значення (B_C^+) можна обчислити за формулою:

$$B_C^+ = C - k\sigma_C(R).$$

Зауважимо, що із співвідношення $\frac{1}{k^2} = \alpha$ і умови $\alpha < 1$ випливає, що має виконуватись умова:

$$k > 1. \quad (3)$$

Наголосимо, що в якості константи *C* може бути використана, зокрема, мода чи медіана випадкової величини.

Проаналізуємо, за яких умов оцінка ефективного значення B_m^+ (2) буде кращою за оцінку ефективного значення B_C^+ (8).

По-перше, для будь-яких значень *C* виконується нерівність:

$$\sigma(R) < \sigma_C(R).$$

Дійсно,

$$\sigma^2(R) = M[(R - m(R))^2] = M[(R - C + C - m(R))^2] =$$

$$= M[(R-C)^2 + 2(R-C)(C - m(R)) + (C - m(R))^2] =$$

$$= M[(R-C)^2] + 2(M[R] - C)(C - m(R)) + M[(C - m(R))^2] =$$

$$= \sigma_C^2(R) - 2(C - m(R))^2 + (C - m(R))^2 = \sigma_C^2(R) - (C - m(R))^2,$$

або

$$\sigma_C^2(R) = \sigma^2(R) + (C - m(R))^2.$$

З рівності (11) і випливає нерівність (10).

Зазначимо, що у випадку, коли $C < m(R)$, з урахуванням нерівності (10) виконується нерівність:

$$B_C^+ = C - k\sigma_C(R) < m(R) - k\sigma(R) = B_m^+.$$

А, отже, оцінка ефективного значення B_m^+ (2) краща за оцінку ефективного значення B_C^+ (8), оскільки підвищує рівень мінімальної дохідності, яку можна отримати за заданого рівня ризику α. (6)

Тепер розглянемо випадок, коли $C > m(R)$. Дослідимо умови, за яких виконується нерівність

$$C - k\sigma_C(R) < m(R) - k\sigma(R).$$

Перепишемо нерівність (12) у наступному

вигляді:

$$C - m(R) + k\sigma(R) < k\sigma_C(R). \quad (13)$$

Введемо позначення $\delta = C - m(R) > 0$ і перепишемо нерівність (13) з урахуванням рівності (11) наступним чином:

$$\delta + k\sigma(R) < k\sqrt{\sigma^2(R) + \delta^2}.$$

За допомогою рівносильних перетворень отримаємо:

$$\delta^2 + 2k\delta\sigma(R) + k^2\sigma^2(R) < k^2(\sigma^2(R) + \delta^2),$$

$$\delta + 2k\sigma(R) < k^2\delta,$$

$$2k\sigma(R) < (k^2 - 1)\delta.$$

Оскільки виконується умова (9), отримаємо

$$\frac{2k\sigma(R)}{(k^2 - 1)} < \delta. \quad (14)$$

Отже, можемо зробити висновок, що у випадку $C > m(R)$ за умов (9) і (14) ефективне значення B_m^+ є кращою оцінкою за ефективне значення B_C^+. Якщо виконується умова, протилежна до умови (14), то відповідно кращою оцінкою буде ефективне значення B_C^+.

Проведене у статті дослідження оцінок ефективних значень показників дохідності (збитковості) фінансових інструментів (активів), у підґрунті яких лежить поняття квантиля розподілу, дає можливість обирати оцінку, яка буде більш адекватною наявній інформації, поставленим цілям, обраній системі гіпотез та ставленню суб'єкта прийняття рішення до ризику.

Для формування оцінок ефективних значень показників дохідності (збитковості) фінансових інструментів (активів) у якості показника ризику, окрім використаних у нашій роботі, можна використовувати семіваріацію чи семіквадратичне відхилення, обираючи за базу як математичне сподівання, так і моду, медіану, чи деяку фіксовану сталу величину. Надалі планується проаналізувати умови, за яких такі оцінки можуть покращити результати оцінювання, запропоновані у статті.

Список літератури

1. *Бланк, И. А. Управление финансовыми рисками [Текст] / И. А. Бланк. – К. : Ника-Центр, 2005. — 600 с.*
2. *Брігхем, Е. Основи фінансового менеджменту [Текст] / Е. Брігхем. – К. : Молодь, 1997. – 1000 с.*
3. *Вітлінський В. В. Концептуальні засади ризикології у фінансовій діяльності [Текст] / В. В. Вітлінський // Фінанси України. – 2003. – №3. – С. 3–9.*
4. *Верченко, П. І. Багатокритеріальність і динаміка економічного ризику (моделі та методи) [Текст] : монографія / П. І. Верченко. – К. : КНЕУ, 2006. – 272 с.*
5. *Первозванский, А. А. Финансовый рынок: расчёт и риск [Текст] / А. А. Первозванский, Т. Н. Первозванская. – М. : Инфра – М, 1994. – 192с.*
6. *Ястремський О. І. Моделювання економічного ризику [Текст] / О. І. Ястремський. – К. : Либідь, 1992. – 176 с.*
7. *Вітлінський, В. В. Ризикологія в економіці та підприємництві [Текст] : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К. : КНЕУ, 2004. – 480 с.*
8. *Хаб'юк, О. Банківське регулювання та нагляд через призму рекомендацій Базельського комітету [Текст] : монографія / О. Хаб'юк. – Івано-Франківськ: ОІППО; Снятин: ПрутПринт, 2008. – 260с.*
9. *Вітлінський, В. В. Комплексний підхід застосування методології Value-at-Risk [Текст] / В. В. Вітлінський, А. Б. Камінський // Економічна кібернетика. – 2004. – № 5-6. – С. 4-14.*
10. *Jorion P. Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk [Текст] / P. Jorion. – New York: McGraw-Hill Professional, 2002. – 544 p.*

References

1. *Blank, I. A. (2005). Financial Risk Management. Kyiv: Nicka Center.*
2. *Brigham, E. (1997). Fundamentals of Financial Management. Kyiv: Molod.*
3. *Vitlinskiy, V. V. (2003). Conceptual Foundations ryzykolohiyi in financing activities. Finance Ukraine, 3, 3-9.*
4. *Verchenko, P. I.(2006). Multicriteriality and dynamics of economic risk (models and methods). Kyiv: KNEU.*
5. *Pervozvanskii, A. A. & Pervozvanskaya, T. N. (1994). Financial Markets: the calculation of risk. Moscow: Infra-M.*
6. *Yastremskyi, O. I. (1992). Modeling economic risk. Kyiv: Lybid.*
7. *Vitlinskiy, V. V. & Velykoivanenko, G. I. (2004).Riskology in economics and entrepreneurship. Kyiv: KNEU.*
8. *Hab'yuk, O. (2008). Banking regulation and supervision in the light of the recommendations of the Basel Committee. Ivano-Frankivsk OIPPO ; Snyatyn: PrutPrynt.*
9. *Vitlinskiy, V. V. & Kaminski, A. B. (2004). An integrated approach applying the methodology Value-at-Risk. Economic Cybernetics, 5-6, 4-14.*
10. *Jorion, P. (2002). Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk. New York: McGraw-Hill Professional.*

Стаття надійшла до редакції 25.10.2013 р.