

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

**Коляда Ю.В.**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент;*

**Бондар В.А.**

*студент,*

*Київський національний економічний університет  
імені Вадима Гетьмана*

### МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РИЗИКУ НА ПІДГРУНТІ МОДЕЛІ СОЛОУ

Отримане Р. Солоу [1, с. 69] нелінійне рівняння неокласичної моделі економічного зростання узагальнено записується [2]:

$$x'(t) = s \cdot f(x(t)) - b \cdot x(t), \quad (1)$$

де змінна  $x(t) = \frac{K(t)}{L(t)}$  – капіталозабезпеченість, а  $K(t)$  – рівень капіталу,  $L(t)$  – чисельність працездатного населення;  $s$  – рівень заощаджень;  $f(x(t))$  – виробнича функція; коефіцієнт  $b$  сумарно ураховує ступінь зносу фондоозброєності, приріст населення і НТП.

Якщо скористатися виразом  $f(x) = A \cdot x^\alpha$ , де стала  $A$  відображає технологічний рівень, коефіцієнт еластичності  $0 < \alpha < 1$ , класичної виробничої функції Кобба-Дугласа, то нелінійна модель (1) набуває вигляду:

$$x'(t) = s \cdot A \cdot x^\alpha - b \cdot x(t), \quad (2)$$

Рівняння (2) має аналітичний розв'язок:

$$x(t) = x_0 \left( (1 - M) \cdot e^{(\alpha-1)bt} + M \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad (3)$$

де константа  $M = \frac{sAx_0^{\alpha-1}}{b}$ ;  $x_0 = \frac{K_0}{L_0}$  – початкова (стартова) умова.

Відомо, що рівноважне значення капіталозабезпеченості, при якому економічна виробнича система переходить у стійкий стан рівноваги, тобто  $x'(t) = 0$ , отримується за допомогою виразу (4).

$$x^* = \left( \frac{sA}{b} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (4)$$

Якщо  $x(t) < x^*$ , то значення моделі (2) будуть зростати з плином часу до того моменту, коли  $x(t) = x^*$ . За іншої ситуації –  $x(t) > x^*$  – значення капіталозабезпеченості будуть поступово спадати аж поки не досягнуть величини  $x^*$ . Враховуючи дану особливість неокласичної моделі Солоу, доцільно математично вказати межі допустимих значень  $x(t)$ , які одночасно охоплюють можливу траєкторію національного продукту, залежно від рівноважного стану  $x^*$ , але разом з тим допускають відхилення значень моделі від фактичних даних. Для цього необхідно визначити нижню межу коридору за допомогою мультиплікатора, який постійно зменшується з плином часу, прямуючи до 0. Аналогічним чином,

верхня межа отримується за допомогою зростаючого з часом мультиплікатора. Тоді зазначене вище можна узагальнити у вигляді наступної нерівності:

$$x(t) \times e^{-\gamma t} \leq x(t) \leq x(t) \times e^{\gamma t}, \quad (5)$$

де  $0 < \gamma < 1$  – міра місткості коридору допустимих відхилень.

Подвійна нерівність (5) формує експоненційний коридор на динамічному просторі можливих станів у межах результатів моделі (2). Необхідно зауважити, що міру місткості  $\gamma$  варто оптимізувати таким чином, щоб усі статистичні спостереження могли бути охоплені межами коридору.

З метою оцінки міри відхилення фактичних значень від результатів моделювання, скористуємося формулою динаміки ризику (6) [3, с. 157]. Вона визначається як відносне значення різниці відстаней поточних значень величини капіталозабезпеченості від лівої та правої меж коридору. Тобто помітне зміщення фактичної величини  $x(t)$  до крайніх значень нерівності (5) є сигналом загрози втрати стабільності системи.

$$r(t) = \left| \frac{x(t) \times e^{\gamma t} + x(t) \times e^{-\gamma t}}{x(t)} - 2 \right| \times 100\%, \quad (6)$$

де  $r(t)$  – міра динаміки ризику.

Варто зазначити, що величина  $r(t)\%$  вказує на усереднену частку капіталозабезпеченості, яка може бути втрачена у результаті зміни рівноважного стану з  $x_0^*$  на  $x_1^*$ .

Використаємо нелінійне рівняння Солоу (2) та формулу динаміки ризику (6) для моделювання економіки України та оцінки загрози настання кризових явищ для періоду 2000-2016 рр.. Необхідна статистична інформація зведена у табл. 1.

Таблиця 1

**Динаміка працездатного населення та вартість основних засобів України в період 2000-2013 рр.**

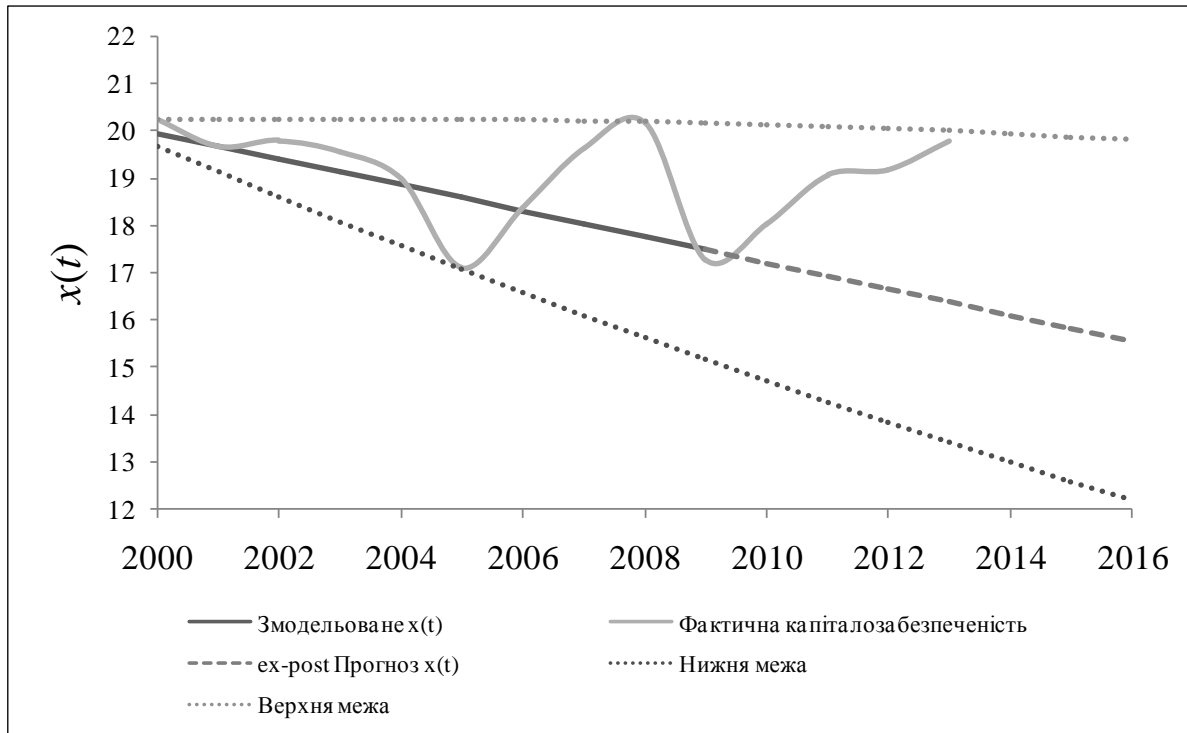
Рік	L, тис. чол.	K, млн. грн.*
2000	33310	673291,6
2001	34441	676693
2002	34314	678555,1
2003	34187	668242,6
2004	34060	645586,4
2005	33933	579952,2
2006	33806	621045,9
2007	33679	660513,5
2008	33498	675070,3
2009	33346	575902,3
2010	33216	598647,2
2011	33100	630490,2
2012	33013	632309,8
2013	32940	651886,5

\* у цінах 1999 року.

Джерело: складено авторами на основі [4]

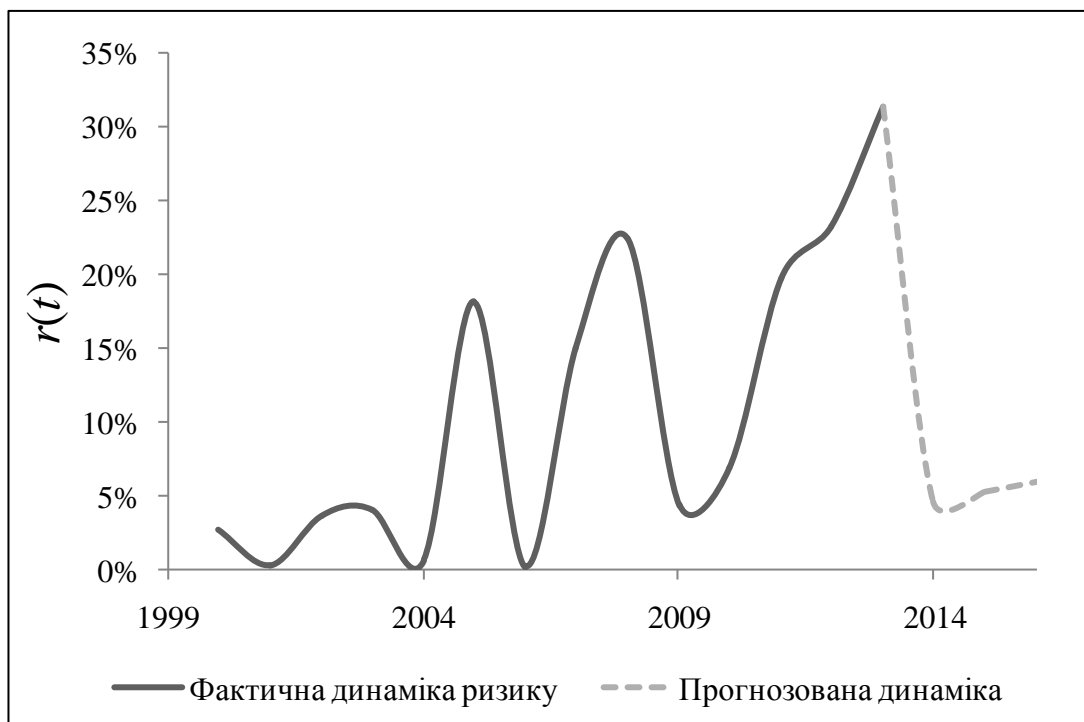
Виходячи з класичної виробничої функції, припустимо, що  $A = 1$ . Беручи за основу аналітичний розв’язок (4), динаміка рівня капіталозабезпеченості України на 2000-2013 рр., може бути змодельована за таких параметрів:  $x_0 = 20.213$ ,  $\alpha = 0.256$ ,  $b = 0.0033$ ,  $s = 0.25$ . З метою визначення міри ризику, побудуємо межі коридору допустимих відхилень  $x(t)$ , користуючись

нерівністю (6) для  $\gamma = 0.01667$ . Результати числових експериментів для періоду 2000-2016 рр. графічного приведені на рис. 1.



**Рис. 1. Результати моделювання української економіки**

Врахуємо значення нижньої (лівої) та верхньої (правої) межі нерівності (6) як чисельник формули (7), а її знаменник – як фактичні значення капіталозабезпеченості для періоду 2000-2013, а для 2014-2016 рр. використаємо прогностні результати моделі (4). Тоді отримаємо наступну динаміку ризику, зображену на рис. 2.



**Рис. 2. Динаміка ризику української економіки на основі нелінійної моделі Солоу на період 2000-2016 рр.**

Таким чином, з табл. 1 засвідчує довготривале убування капіталоабезпеченості виробництва в економічній системі України паралельно з поступовим зниженням чисельності працездатного населення. Саме це є причиною низхідного тренду (див. рис. 1) числових значень динамічної моделі (2). Через систематичну амортизацію основних засобів національного господарства прогнозовані значення ризиків з рис. 2 у період 2008-2014 передбачили загрозу економічного спаду в 2008 р., а також вказують на поступове відновлення загрози для періоду 2009-2014 рр.

#### **Список використаних джерел:**

1. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth / Robert M. Solow // *The Quarterly Journal of Economics*. – 70 (1). – 1956. – С. 65-94.
2. Нелінійна парадигма економічної динаміки / Й.Я. Хром'як, Ю.М. Слюсарчук, Л.Л. Цимбал, В.М. Цимбал // *Вісн. Нац. ун-ту «Львів. політехніка»*. – № 704 (2011). – С. 167-173.
3. Динаміка економічного ризику на основі лагово-фрактальної модифікації рівняння Харрода-Домара [Текст]: матеріали наук.-практ. конф., Хмельницький, 11-12 листопада 2016 р.: тези доповідей / [Ю.В. Коляда, В.А. Бондар]. – Хмельницький. – 2016. – С. 156-159.
4. Филиппова І.Г. Україна: моделі економічного зростання / В.Г. Сумцов, І.Г. Филиппова // *Формування ринкової економіки: збірник наукових праць*. – Спец. випуск: у 3 т. – Т. 3. – К.: КНЕУ, 2010. – С. 336–346.

**Скубіліна А.В.**

*асистент;*

**Муркіна Ж.І.**

*студентка,*

*Донецький національний університет економіки і торгівлі  
імені Михайла Туган-Барановського*

### **РОЛЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ В УПРАВЛІННІ РИЗИКАМИ**

Високий темп перетворень змушує стикатися з новими видами ризиків, у зв'язку з чим доводиться освоювати нові фінансові інструменти. На сьогоднішній день ефективна робота більшості фінансових організацій залежить від якості функціонування їх інформаційних технологій. Автоматизація процесів управління ризиками значно підвищує ефективність цієї роботи. Операції управління фінансовим ризиком повинні виконуватися в автоматичному або автоматизованому режимі із залученням засобів обчислювальної техніки. Складна математична оцінка ризиків неможлива без використання сучасних ІТ рішень. Застосування автоматичних та автоматизованих систем, що звільняють людину від участі в процесах отримання, перетворення, передачі і використання енергії, матеріалів чи інформації, істотно зменшує міру цієї участі чи трудомісткість операцій на підприємстві.

Вивченням питання доцільності застосування інформаційних технологій в управлінській діяльності займалися багато науковців таких як Е. Альтан, Д. Камера, Р. Нараянан, Т. Коннолі, Р. Німмо, А. Ресті, П. Лазарсфельда, Д. Даффі та ін. Однак в сучасних роботах учених було приділено недостатньо уваги ролі використанню цих систем в процесі управління саме ризиками підприємства. А сучасні інформаційні технології, які базуються на професійному використанні інформаційного ресурсу, можуть дати змогу менеджерам усіх рівнів ефективно діяти, мінімізуючи ризик.