

**Вітлінський В.В.,**

*доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіко-математичного моделювання Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана*

**Коляда Ю.В.,**

*кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри економіко-математичного моделювання Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана*

**Семашко К.А.,**

*аспірант кафедри економіко-математичного моделювання Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана*

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ**

Рішення в економіці мають бути не лише своєчасними і адекватними, вони обов'язково мають урахувати можливі наслідки. Отже, потрібно генерувати та оцінювати сценарії можливого розвитку економічних процесів. А це об'єктивно призводить до необхідності розробляти адекватні математичні моделі динаміки економічної еволюції, враховуючи цілі та мету дослідження.

Економіко-математичні моделі (ЕММ) використовуються для вивчення того, що знаходиться як так і поза інтуїцією дослідника та вказують на потребу проведення модельних експериментів. Одне із головних призначень економіко-математичного моделювання полягає в тому, щоб сприяти вибору або формуванню релевантного рішення, надаючи своєчасно достовірну інформацію суб'єкту прийняття рішень – комп'ютерні сценарії можливого розвитку подій за наявності певних умов. Тому моделювання економічних систем завжди сприяє більш глибокому пізнанню сутності їхнього функціонування.

Економічні реалії характеризуються неперервною еволюцією, яка є дискретною і супроводжується старінням складових (структури і елементів) досліджуваної економічної системи. Залежно від низки чинників ЕММ можуть бути трьох видів: дискретні відображення, звичайні диференційні рівняння (ЗДР) і рівняння в частинних похідних. Поки що більш розповсюджені перші два види здійснення економіко-мате-

матичного моделювання, оскільки третій з низки супроводжується значними труднощами щодо застосування математичних методів. Якісний аналіз змістовних ЕММ, як попередній етап моделювання в економіці, сприяє створенню категорійного апарату методології модельного комп'ютерного дослідження перебігу економічних процесів. Заключний етап розроблення такого підходу завершується кількісним вивченням результатів моделювання, інтерпретуючи їх у термінах предметної області.

Зазначимо, що традиційне використання економетрики для розв'язання проблем економічного аналізу є досить успішним за домінування лінійної парадигми. Але природа економіки нелінійна, економічний світ став значно динамічнішим, ніж раніше. Нагально постали питання адекватного відображення радикалізації відносин між об'єктами і суб'єктами господарювання, а саме: а) необхідність прогнозування можливих наслідків управління або прийняття тих чи інших рішень, тобто зазирнути у найближче майбуття; б) катастрофічний розвиток деяких явищ та подій, наприклад, економічні "чуда і провали".

Навіть адаптивне економетричне моделювання [1] виявилось неспроможним здійснити прогнозне оцінювання подій, що видно на прикладі економічної еволюції свого часу держави СРСР.

Отже, нагально постає завдання побудови ЕММ нелінійної економічної динаміки у просторі подій, водночас визначившись з числом системи координат. Крім первісних гіпотез необхідно сформулювати правила отримання математичних рівнянь моделі, приймаючи до уваги досвід економістів записувати балансові співвідношення (вести статистику), що є близьким до способу головних пропорцій, відомого також у синергетиці.

Водночас, використання білінійного принципу взаємодії виявляється недостатнім, особливо для періоду глибоких трансформацій – парадигми нелінійності як домінанти економічного розвитку. Адекватна ЕММ економічної динаміки має використовувати та доповнювати статистичну інформацію, хоча та інколи просто відсутня (наприклад стосовно тіньової економіки). Наявність статистичних та експертних даних сприяє додатковому контролю за правильною ЕММ. В окремих випадках модель доповнює експериментальні дані.

Важливим напрямком у створенні ЕММ економічної динаміки є врахування стану насиченості економічних процесів. Вплив лагів, який добре відомий економістам, також має бути врахованим у моделях нелінійної економічної динаміки. Поки що спостерігається лише констатація факту запізнення та наголошується на його важливості. Тому необхідні прогнозні сценарії розвитку подій – графічні результати комп'ютерного

моделювання економіки з варіацією параметрів щодо умов здійснення сценарію. У результаті якісного і кількісного дослідження ЕММ формується уявлення про поведінку економічного об'єкта, зважаючи на систематичний дрейф його елементів і складових, змінюваність структурних взаємозв'язків і взаємовпливів між ними.

На нашу думку, ключовими координатами економічного простору подій є наступні економічні чинники: 1) капітал –  $K$ ; 2) трудові резерви –  $L$ ; 3) попит на інвестиції –  $I$ ; 4) споживання –  $C$  або його норма; 5) платоспроможний попит –  $Q$ ; 6) виробнича функція –  $F$ ; 7) агрегована ціна –  $P$ ; 8) норма накопичення –  $\rho$  9) відсоткова ставка –  $r$ . Наприклад, нелінійна функція Кобба-Дугласа (статична модель), використовує перші дві координати; лінійне рівняння Харрада-Домара і нелінійне Солоу - ґрунтуються на чинниках 1 і 3 – одномірні моделі макроекономічної динаміки [1]. Наведемо приклади нелінійних динамічних тримірних ЕММ: у відомій системі рівнянь Лоренца фігурують координати 5-7 [3]; стійкість фінансової системи описується в координатах 3, 7, 9 [2]; ринкова економіка суспільства відображається в координатах 1, 5 і 8) [4].

Очевидно, що всі зазначенні ЕММ побудовані у підпросторах економічного простору подій. Загальна ЕММ макроекономічної динаміки складається з дев'яти нелінійних звичайних диференціальних рівнянь. Таку диференціальну систему рівнянь можна інтегрувати числовими методами, будувати інтегральні криві, які відображатимуть змінюваність динаміки економічних чинників з плином часу, і фазові портрети – взаємозалежності між змінними моделі (координатами простору). Якісний аналіз викликатиме певні труднощі, втрачаючи свою наочність порівняно з моделями мінімальної розмірності (два, три ключові чинники).

Можна розглядати інші рушійні сили (причини) запуску і функціонування економічного механізму досліджуваних економічних систем, що відображатиметься на розмірності економічного простору подій – ЕММ нелінійної динаміки.

Методологією розподілу на підпростори охоплюються не лише згадувані вище ЕММ, але можна отримати й нові описи нелінійної макроекономічної динаміки і відстежувати нелінійні взаємозв'язки й взаємовпливи між ключовими змінними моделі (економічними чинниками). Звісно, спосіб утворення підпросторів ґрунтується на запитах економічної практики.

Наостанок, з огляду на тезу Маршалла про спорідненість різноманітних систем, маємо зважати на здобутки, зокрема, математичної біології, проводячи глибокі паралелі між нею і економічними системами.

**Література:**

- 1 Вітлінський В.В. Моделювання економіки: навч. посібн. – К.:КНЕУ, 2005. – 438 с.
2. G. Cai, J. Huang. A new finance chaotic attractor // Int.J. of Nonlinear Science. – 2007. – vol.3. – p. 213-226.
3. Коляда Ю.В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки: монографія – К.:КНЕУ, 2011. – 297 с.
4. Магницкий Н.М. Теория динамического хаоса. – М.: ЛЕНАНД, 2011. – 320 с.