

**О.Р. Овчиннікова**, к.е.н, доцент  
автоматизованих систем і моделювання в економіці,  
Хмельницький національний університет  
**Д.В. Саламаха**, студентка  
Хмельницький національний університет

**O. R. Ovchynnikova**, Candidate of Economic Sciences,  
Associate Professor  
Khmelnyskyi National University  
**D.V. Salamakha**, student  
Khmelnyskyi National University

## ОЦІНЮВАННЯ РІВНЯ ЖИТТЯ НАСЕЛЕННЯ МЕТОДАМИ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ

### MODELING THE LEVEL OF LIVING POPULATION BY FUZZY LOGIC METHODS

**Анотація.** У статті представлено моделювання рівня життя населення методами нечіткої логіки. В основі лежить виділення межі бідності населення в цілому або у визначеній групі населення на основі статистичних даних, зібраних в результаті соціологічних досліджень про характеристики особи, що є представником населення чи групи, яка відібрана для дослідження. Кількісне визначення дії ознак часто неточне через те, що ознаки чи характеристики мають нечіткі границі визначень. Виходом у цій ситуації є підхід, який опирається на передумову про те, що елементами мислення людини є не числа, а елементи деяких нечітких множин чи класів об'єктів, для яких перехід між "приналежністю до класу" й "неприналежністю" є не стрибко-подібним, а безперервним. Постановка завдання в нечіткій формі також значно зменшує можливість отримання несумісних рішень при розрахунках і оптимізації. Система оцінювання рівня життя населення є системою з неперервним виходом, тому що її вихідна змінна може приймати будь-яке значення з неперервного інтервалу  $[0, 1]$ . Багатокритеріальна оцінка визначення рівня життя населення являє собою експертизу рівня матеріального добробуту особи. В роботі запропонований показник стану матеріального добробуту (СМД) та спосіб його обчислення. Суть задачі полягає у віднесенні досліджуваного (або прогнозованого) стану матеріального добробуту до показника рівня життя населення, що використовуються при прийнятті рішення про напрям соціальної політики. Система дозволяє оцінювати рівень життя населення відповідно до характеристик осіб. Поєднання цього знання з інформацією про кількість людей, що володіють такими характеристиками, дозволяє оцінити рівень життя в цілому на деякій території. Наочне представлення результатів здійснено за допомогою функцій приналежності вхідних змінних.

**Ключові слова:** Нечітка логіка, рівень життя населення, межа бідності, стан матеріального добробуту, моделювання, функція приналежності.

**Abstract.** The article presents modeling of living standards by fuzzy logic methods. The basis is the allocation of the poverty line of the population as a whole or in a defined population group on the basis of statistical data collected as a result of sociological studies on the characteristics of a person who is a

representative of the population or group that is selected for research. The quantitative determination of the behavior of the signs is often inaccurate because of the fact that the signs or characteristics have fuzzy boundaries of definitions. The way out in this situation is an approach based on the premise that elements of human thinking are not numbers but elements of some fuzzy sets or classes of objects for which the transition between "belonging to a class" and "inappropriate" is not a jump- similar, but continuous. Setting a task in a fuzzy form also significantly reduces the possibility of obtaining incompatible solutions for calculations and optimization. The system of estimation of a living standard of the population is a system with a continuous output, because its initial variable can take any value from a continuous interval  $[0, 1]$ . Multicriteria assessment of the definition of living standards of the population is an examination of the level of material well-being of the person. The paper proposes an indicator of the state of material well-being (SMD) and a method for its calculation. The essence of the task is to assign the studied (or predicted) state of material well-being to the indicator of the standard of living of the population, which are used when deciding on the direction of social policy. The system allows to assess the standard of living of the population according to the characteristics of individuals. Combining this knowledge with the information on the number of people with such characteristics allows you to assess the standard of living in general in some areas. The visual representation of the results is carried out with the help of the functions of the belonging of the input variables.

**Key words:** Fuzzy logic, living standards of the population, the limit of poverty, the state of material well-being, modeling, the function of belonging.

**Вступ.** Однією з найгостріших соціально-економічних проблем, зумовлених трансформаційними процесами в економіці України, є низький рівень життя населення. Його підвищення є головним завданням не тільки нашої країни, а будь-якого прогресивного суспільства в цілому. Для покращення життєвого рівня громадян необхідні чіткі та виважені кроки всіх гілок влади, які ґрунтувалися б на детальному і глибокому аналізі широкого спектру показників, що характеризують різні аспекти рівня життя населення. Комплексне статистичне оцінювання життєвого рівня населення надасть можливість об'єктивно охарактеризувати та проаналізувати фактори, що впливають на рівень життя, виявити тенденції на майбутнє з метою реалізації програм щодо підвищення та вирівнювання життєвого рівня населення різних регіонів країни.

**Постановка проблеми.** В роботі пропонується визначення рівня життя населення за допомогою певних вхідних змінних. В свою чергу, вхідні змінні — це часткові показники, оцінювані експертами на основі інформації, отриманої зі статистичних даних або в результаті соціологічних опитувань населення (вбіркові дослідження). Враховуючі багатокритеріальність комбінації вхідних показників виводиться так званий рівень бідності, розрахунок якого запропоновано здійснювати за допомогою алгоритмів, оснований на методах нечіткої логіки.

**Результати.** Елементи теорії нечітких множин можуть успішно використовуватись для прийняття рішень в умовах невизначеності, де в даному випадку невизначеністю можуть виступати самі вхідні змінні.

Нечіткою множиною (fuzzy set)  $\tilde{A}$  на універсальній множини  $U$  називається сукупність пара  $(\mu A^{(u)}, u)$ , де  $\mu A^{(u)}$  — ступінь належності елемента  $u \in U$  до нечіткої множини  $\tilde{A}$ . Ступінь належності — це число з діапазону  $[0, 1]$ . Чим вище ступінь належності, тим з більшою мірою елемент універсальної множини відповідає властивостям нечіткої множини [3].

Завданням моделювання рівня життя населення є на основі вхідних даних про характеристики особи визначити рівень бідності населення. Алгоритм прийняття рішення базується на методах нечіткої логіки. Така задача є прикладом використання нечіткої логіки при багатокритеріальній оцінці. При дослідженні рівня життя багатокритеріальна оцінка являє собою експертизу рівня матеріального добробуту особи. Суть задачі складається у віднесенні досліджуваної особи, що відноситься до конкретної групи населення — до однієї з категорій рівня бідності, що використовуються при прийнятті рішення про визначення стану матеріального добробуту (СМД) — у бік надання адресної матеріальної допомоги, призначення пільг чи у бік їх позбавлення.

Вхідні змінні — це часткові показники, оцінювані експертами на основі інформації, отриманої або зі статистичних органів (офіційні дані), або із соціологічних опитувань населення (вибіркові дослідження).

Вихідна змінна — це інтегральна оцінка якості рівня життя, тобто його складових елементів (табл.1), які можуть бути як чіткими, так і нечіткими показниками. Основним джерелом інформації, що використовується, є листки обстеження умов життя домогосподарств, а також звітність, розроблена для обробки цієї інформації. У якості джерела інформації можуть виступати також різноманітні опитування, направлені на вивчення рівня життя на окремій території.

На основі знань, отриманих у ході попередніх опитувань, фрагмент ієрархічної бази знань, що зв'язує вихідну і вхідну змінні, неважко записати у такому вигляді:

ЯКЩО: вік людини *літній*;

І стать *чоловіча*;

І житлові умови *погані*;

І здоров'я *задовільне*;

I освіта *середня загальна*;  
 I рівень доходів *нижче середнього*;  
 I ...,  
 TO: стан матеріального добробуту(СМД) *низький*  
 (СМД близький до нуля).

Таблиця 1

**МОЖЛИВІ ЗНАЧЕННЯ ВХІДНИХ ЗМІННИХ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ**

Характеристики	Опитування	Нечітка модель
Стать	Чоловік, жінка	Чоловік, жінка
Вік	До 20 р., 21–25 р., 26–30 р., 31–35 р., 36–40 р., 41–45 р., 46–50 р., після 50 р.	Молодий, середнього віку, вище за середній, літній
Шлюбний стан	Неодружені, одружені, розлучені, вдівці	Неодружені, одружені, розлучені, вдівці
Розмір сім'ї	2 чол. 3 чол.4 чол. 5 чол. 6 чол. 7 чол.	Малий, середній, великий
Рівень освіти	Вища, незакінчена вища, сере- дня спеціальна, середня зага- льна, неповна середня	Вища, незакінчена вища, середня спеціальна, сере- дня загальна, неповна середня
Соціальне положення	Працює у державному секторі економіки, підприємці, селяни, безробітні, пенсіонери, учні чи студенти, інше соціальне положення	Працює у державному се- кторі економіки, підпри- ємці, селяни, безробітні, пенсіонери, учні чи сту- денти, інше соціальне положення
житлові умови сім'ї громадянина	Дуже добрі, добрі, задовільні, погані	Дуже добрі, добрі, задові- льні, погані
Здоров'я громадянина	Гарне, добре, задовільне, погане	Гарне, добре, задовільне, погане
Заробітна плата (грн)	До 1000, до 3000, до 5000, до 7000, до 9000, 9000 і більше	—
Загальний рівень доходів	—	Дуже високий, високий, вище середнього, серед- ній, нижче середнього, низький

Звичайно, ці ознаки недостатньо характеризують громадянина та його матеріальний стан. Такі змінні були вибрані з огляду на їх

різноманітність, що дозволяє ширше продемонструвати можливості засобів нечіткого обчислення. При бажанні включити до розгляду більшу кількість ознак значно зростає кількість всіх можливих комбінацій.

Вся інформація про можливість набуття вихідною змінною одного із властивих їй значень зводиться у матрицю знань, яка представляє собою таблицю, в якій кожний рядок представляє деяку комбінацію значень вхідних змінних, віднесена експертами до одного з можливих значень вихідної змінної  $y$  [1]. При цьому перші  $k_1$  рядків відповідають значенню вихідної змінної  $y = d_1$ , другі  $k_2$  рядків — значенню вихідної змінної  $y = d_2$ , ..., останні  $k_m$  рядків — значенню вихідної змінної  $y = d_m$ . Елемент  $a_i^{jp}$ , який стоїть на перетині  $i$ -го стовпчика та  $jp$ -го рядка, відповідає лінгвістичній оцінці параметру  $x_i$  в рядку нечіткої бази знань з номером  $jp$ .

Ці ознаки є вхідними змінними системи, на основі обробки яких за допомогою бази нечітких знань отримують вихідні змінні. Тобто розглядається система моделювання рівня життя з одним виходом і  $n$  входами виду:

$$y = f_y(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

де  $y$  — вихідна змінна;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — вхідні змінні.

Як вхідні, так і вихідні змінні можуть бути кількісними і якісними. Для кількісних змінних повинні бути відомими області зміни:

$$U_i = [\underline{x}_i, \bar{x}_i], \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$Y = [\underline{y}, \bar{y}], \quad (3)$$

де  $\underline{x}_i$  ( $\bar{x}_i$ ) — нижнє (верхнє) значення вхідних змінних  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;

$\underline{y}$  ( $\bar{y}$ ) — нижнє (верхнє) значення вихідної змінної  $y$ .

Через те, що наведений вище перелік вхідних змінних є досить довгим і має дуже значну кількість можливих комбінацій, для побудови нечіткої бази знань системи моделювання рівня життя вибираємо такі вхідні змінні:

- вік;
- розмір сім'ї;
- рівень доходів.

Для кожної змінної визначається множина всіх можливих значень. Для спрощення розробки також обмежимося невеликою кількістю значень вхідних та вихідної змінних:

- вік ( $x_1$ ) = {„молодий” (М), „середнього віку” (С), „літній” (Л)};
- розмір сім’ї ( $x_2$ ) = {„малий” (М), „середній” (С), „великий” (В)};
- рівень доходів ( $x_3$ ) = {„високий” (В), „вище середнього” (ВС), „середній” (С), „нижче середнього” (НС), „низький” (Н)}.

Вихідна змінна (СМД), що представляє собою оцінку якості рівня життя, приймає такі значення:

- $y = \{„висока” (В), „вище середньої” (ВС), „середня” (С), „нижче середньої” (НС), „низька” (Н)\}$ .

Функція приналежності  $\mu^T(x)$  характеризує суб’єктивну міру (в діапазоні [0; 1] впевненості експерта у тому, що чітке значення  $x$  відповідає нечіткому терму  $T$ . Найбільше поширення в практичному застосуванні отримали трикутні, трапецієвидні і гаусові функції приналежності, параметри яких дозволяють змінювати форму функцій [2].

При визначенні змінних „розмір сім’ї” та „рівень доходів” труднощів не виникає, тому що „розмір сім’ї” є дискретною величиною, а рівень доходів пропонується визначити самим опитуваним. Це буде правильно з точки зору визначення стану матеріального добробуту, оскільки людину можуть задовольняти чи не задовольняти її доходи не зважаючи на загальнопоширену думку і, навіть, на думку експерта.

При визначенні значення вхідного вектору труднощі виникають лише зі змінною «вік», так як не завжди легко визначити, до якої з трьох запропонованих категорій належить людина (молода, середнього віку чи літня). Тому саме для цієї змінної побудована нами функція приналежності.

А.П. Ротштейн пропонує таку аналітичну модель функції приналежності змінної  $x$  довільному нечіткому терму  $T$ :

$$\mu^T(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-b}{c}\right)^2} \quad (4)$$

де  $b$  і  $c$  — параметри настройки:  $b$  — координата максимуму функції,  $\mu^T(b) = 1$ ;  $c$  — коефіцієнт концентрації — розтягнення функції.

Для нечіткого терма  $T$  число  $b$  представляє собою значення змінної  $x$ , яке найбільше відповідає назві терма.

Довільно прийнято інтервал років громадян від 16 до 96, виходячи з того судження, що осіб молодших 16 років можна однозначно віднести до категорії молодих, а старше 96 років — до категорії літніх. При бажанні можна встановити інший інтервал, підібравши для нього функцію приналежності, змінюючи коефіцієнти  $b$  та  $c$ . На рисунку 1 приведено графічне зображення функцій приналежності, підібраних для термів „молодий”, „середнього віку” та „літній” вхідної змінної „вік”.

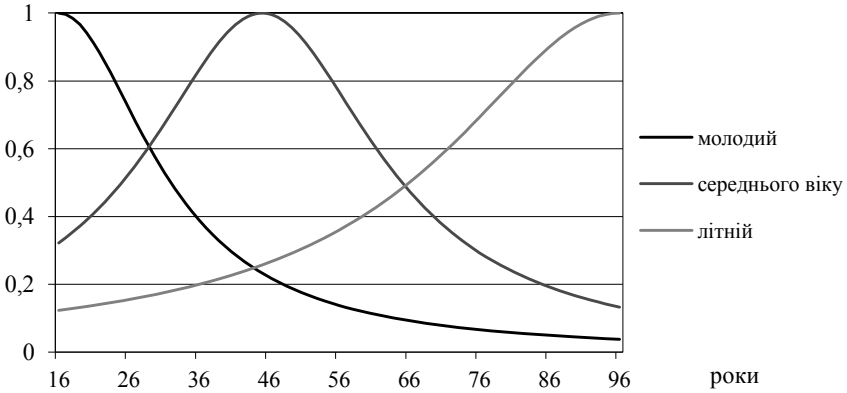


Рис. 1. Функції приналежності вхідної змінної «вік»

Як видно з зображення, людину віком 29 років можна з однаковою ступенем достовірності 0,6 можна віднести до категорії молодих та людей середнього віку. Так само як людину віком 66 років — до літніх людей або людей середнього віку з ступенем 0,45 (точки перетину функцій приналежності). Там де немає однакової ступені достовірності, перевагу надають тій функції, яка має більше значення.

Функція приналежності терму „молодий” така:

$$\mu^M(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-16}{16}\right)^2} \quad (5)$$

Значення  $b=16$  вказує на те, що з вибраного інтервалу значень саме воно найбільше відповідає терміну „молодий”.

Аналогічно для терму „середнього віку” підібрана така функція:

$$\mu^C(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-45}{20}\right)^2}. \quad (6)$$

Функція приналежності для терму „літній” має вигляд:

$$\mu^L(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-96}{30}\right)^2}. \quad (7)$$

У цій функції найбільший серед трьох параметр  $c=30$ , який характеризує розкид значень від середнього (параметру  $b$ ). Це також видно на рисунку: функція, яка відповідає терму „літній” є найбільш пологою і охоплює більшу площину значень, ніж інші.

Вихідна змінна „стан матеріального добробуту” приймає значення на проміжку  $[0,1]$ , але цю змінну можна також виразити за допомогою нечітких термів „високий рівень добробуту”, „вищий середнього”, „середній”, „нижчий середнього” і „низький рівень добробуту”. Для цього здійснюється перехід від неперервного інтервалу  $[0,1]$  до нечіткої множини [4]:

$$\tilde{y} = \left\{ \left[ \frac{\mu^{d_1}(y)}{[y, y_1]}, \frac{\mu^{d_2}(y)}{[y_1, y_2]}, \dots, \frac{\mu^{d_m}(y)}{[y_{m-1}, y]} \right] \right\}, \quad (8)$$

де  $\frac{\mu^{d_i}(y)}{[y_{m-1}, y_m]}$  — функція приналежності проміжку значень змінної

$[y_{m-1}, y_m)$  нечіткому терму  $d_i$ .

Визначення чіткого числа  $y^*$ , яке відповідає нечіткій множині (8), проходить таким чином:

$$y^* = \frac{y\mu^{d_1}(y) + y_1\mu^{d_2}(y) + \dots + y_{m-1}\mu^{d_m}(y)}{\mu^{d_1}(y) + \mu^{d_2}(y) + \dots + \mu^{d_m}(y)}. \quad (9)$$

При імовірнісній інтерпретації ступенів приналежності, формула (9) може розглядатися як аналог математичного очікування дискретної випадкової величини.



Для подальшої роботи необхідно визначити функції приналежності вихідної змінної у кожному з вище перерахованих нечітких термів. На рис. 2 приведено графічні зображення підібраних функцій приналежності вихідної змінної „стан матеріального добробуту” нечітким термам „високий”, „вище середнього”, „середній”, „нижче середнього”, „низький”.

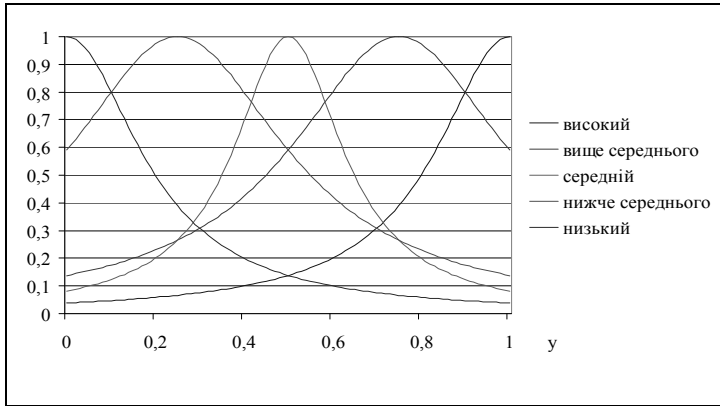


Рис. 2. Функції приналежності вихідної змінної

Функція приналежності змінної у нечіткому терму „високий” має такий вигляд:

$$\mu^B(y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{y-1}{0,2}\right)^2} \quad (10)$$

Функція приналежності змінної у нечіткому терму „вище середнього” така:

$$\mu^{BC}(y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{y-0,75}{0,3}\right)^2} \quad (11)$$

Функція приналежності до терму „середній”:

$$\mu^C(y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{y-0,5}{0,15}\right)^2} \quad (12)$$

Приналежність змінної „стан матеріального добробуту” до нечіткого терму „нижче середнього” визначається такою функцією:

$$\mu^{HC}(y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{y - 0,25}{0,3}\right)^2} \quad (13)$$

Функція приналежності вихідної змінної нечіткому терму „низький” має вигляд:

$$\mu^H(y) = \frac{1}{1 + \left(\frac{y - 0}{0,2}\right)^2} \quad (14)$$

Як видно з графіків і формул (5-14), найбільше відповідає терму „високий” рівень вихідної змінної 1, терму „вище середнього” — 0,75, терму „середній” — значення змінної 0,5, терму „нижче середнього” найближче значення 0,25, терму „низький” найбільше відповідає значення вихідної змінної, стану матеріального добробуту, рівне 0, що говорить про абсолютну зубожілість. Таким чином, опинитися за межею бідності для людини, що має рівень доходу нижче середнього і утримує середнього розміру сім’ю — є досить імовірним.

**Висновки.** Отже, стан матеріального добробуту являє собою складну імовірнісну систему. Звичайні кількісні методи аналізу систем по своїй суті мало придатні і не є ефективними для такого роду систем. Саме в цьому змісті точний кількісний аналіз у реальних економічних, соціальних і інших системах, пов’язаних з будь-якою діяльністю людини, не має необхідного практичного значення. Застосування нечітких методів прийняття рішень дозволяє сформулювати вимоги до подальшої розробки в цій галузі.

Представлену розробку можна використовувати при створенні статистичних програм прогнозування рівня життя населення для використанні експертами в подальших дослідженнях і розрахунках.

### **Література**

1. Григорук П. М. Задачі нечіткої оптимізації в процесах прийняття рішень / П. М. Григорук // Вісник Хмельницького національного університету. Економічні науки. — 2017. — № 2, т. 2. — С. 221–227.

2. Григорук П. М. Использование теории нечетких множеств в принятии маркетинговых решений / П. М. Григорук // Математическое моделирование экономических систем. Текущие научные проблемы Восточной Европы : Monografie — Politechnika Lubelska. — Lublin. — Politechnika Lubelska, 2013. — С. 143–156.

3. Клебанова Т. С. Нечітка логіка та нейронні мережі в управлінні підприємством: монографія / Т. С. Клебанова, Л. О. Чаговець, О. В. Панасенко — Харків: ВД «ІНЖЕК», 2011. — 240 с.

4. Матвійчук А. В. Нечіткі, нейромережеві та дискримінантні моделі діагностування можливості банкрутства підприємств / А.В. Матвійчук // Нейронечіткі технології моделювання в економіці. — 2013. — № 2. — С. 71–118.

### **References**

1. Hryhoruk P. M. Zadachi nechitkoi optymizacii v procesakh pryinyattia rishen / P. M. Hryhoruk // Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Ekonomichni nauky (Herald of the Khmelnytskyi National University. Economic sciences).— 2017. — № 2, т. 2. — P. 221–227. [in Ukrainian]

2. Hryhoruk P. M. Ispolzovaniye teorii nychyetykih mnozhestv v prinyatiyi marketinhovyh resheniy / P. M. Hryhoruk // Matematicheskoye modelirovaniye ekonomicheskikh sistem. Tekushchiye nauchnyye problemy Vostochnoy Yevropy: Monografiya. — Lublin : Politechnika Lubelska, 2013. — P. 143–156. [in Ukrainian]

3. Klebanova T. S. Nechitka lohika ta nejronni merezhi v upravlinni pidpriemstvom: monohrafija / T. S. Klebanova, L. O. Chahovets, O. V. Panasenko — Kharkiv: VD «INZhEK», 2011. — 240 p. [in Ukrainian]

4. Matviichuk A. V. Nechitki, neiromerezhevi ta dyskryminantni modeli diahnostuvannia mozhlyvosti bankrutstva pidpriemstv / A.V. Matvijchuk // Neironechitki tekhnolohii modeliuвання v ekonomitsi [Neuro-Fuzzy Modeling Techniques in Economics]. — 2013. — № 2. — P. 71–118. [in Ukrainian]

Статтю подано до редакції 30.10.2018 р.