

Щедрина О. І., к.е.н.,

доцент кафедри інформаційного менеджменту,

Черета І. В.,

студент 3-го курсу спеціальності "Системний аналіз",

Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

Shchedrina O. I., PhD Candidate of Economic Sciences,

Associate Professor of the Information Management Department,

Chereda I. V.,

3rd year Student at the "System analysis" speciality,

Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman

СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ПОШУКУ ОПТИМАЛЬНИХ РІШЕНЬ В ЕКОНОМІЧНИХ КОНФЛІКТАХ

SYSTEM ANALYSIS OF SEARCHING OPTIMAL SOLUTIONS IN ECONOMIC CONFLICTS

Анотація. Теорія ігор виникла у 40-50-х роках. Її основна мета — дослідити, яким чином люди приймають рішення. Може йтися не лише про людей, а й про тварин чи комп'ютерні програми, які приймають рішення. У часи створення теорії комп'ютерних ігор ще не було. Тому такою назвою теорія зобов'язана салонним іграм. Таким, як шахи та карти. Спеціалісти з теорії ігор не дуже люблять цю назву, їм більше подобається "Стратегічна взаємодія раціональних гравців".

"Стратегічна", бо гравці думають наперед, як їм діяти, щоб отримати найбільший вигравш. Раціональність означає, що у кожного гравця задана функція, яку він прагне максимізувати.

Теорія ігор — це розділ прикладної математики, який надає інструменти для аналізу ситуацій, в яких сторони, так звані гравці, приймають рішення, які є взаємозалежними. Ця взаємозалежність змушує кожного гравця враховувати можливі рішення або стратегії іншого гравця при формулюванні своєї власної стратегії. Рішення гри описує оптимальні рішення гравців, які можуть мати схожі, протилежні або змішані інтереси, а також результати, які можуть виникнути в результаті цих рішень.

Гра — це ідеалізована математична модель колективної поведінки: кілька індивідуумів (учасників, гравців) впливають на ситуацію (результат гри), причому їх інтереси (їх вигравші при різних можливих ситуаціях) різні. Антагонізм інтересів народжує конфлікт, в той час як збіг інтересів зводить гру до чистої координації, для здійснення якої єдиним розумним поведінкою є кооперація. У більшості ігор, що виникають з аналізу соціально-економічних ситуацій, інтереси не є ні строго антагоністичними, ні точно збігаються. Продавець і покупець згодні, що в їхніх спільних інтересах домовитися про продаж, звичайно, за умови, що угода вигідна обом. Однак вони енергійно торгуються при виборі конкретної ціни в межах, що визначаються умовами взаємної вигідності угоди.

На думку авторів, теорія ігор є корисним логічним апаратом для аналізу мотивів поведінки учасників в подібних ситуаціях. Вона має арсенал формалізованих сценаріїв поведінки, починаючи з некооперативної поведінки і до коаліційних угод з використанням взаємних погроз.

Ключові слова: рішення, інтереси, теорія, ситуації, учасники.

Abstract. Game theory originated in the 40's and 50's. Its main purpose is to explore how people make decisions. It may not only be about humans, but also about animals or computer programs that make decisions.

There were no computer games theory at the time. That is why the theory is bound to be a gaming salon. Such as chess and cards. Game theory experts do not like the name very much, they like "Strategic interaction of rational players".

"Strategic" because players think ahead of them how to act to get the biggest win. Rationality means that each player is given a function that he wants to maximize.

Game theory is a section of applied mathematics that provides tools for analyzing situations in which parties, so-called players, make interdependent decisions. This interdependence makes each player consider the other player's possible decisions or strategies when formulating their own strategy. The decision of the game describes the optimal decisions of the players who may have similar, opposite or mixed interests, as well as the results that may result from these decisions.

The game is an idealized mathematical model of collective behavior: several individuals (participants, players) influence the situation (the result of the game), and their interests (their winnings in different possible situations) are different. The antagonism of interests gives rise to conflict, while the coincidence of interests reduces the game to pure coordination, for which the only reasonable behavior is cooperation. In most games that emerge from the analysis of socio-economic situations, interests are neither strictly antagonistic nor exactly coincide. The seller and the buyer agree that it is in their mutual interests to negotiate the sale, of course, provided that the agreement is beneficial to both. However, they are vigorously traded when choosing a specific price within the limits determined by the terms of the mutual benefit of the transaction.

In my opinion, game theory is a useful logical tool for analyzing the motives of participants in such situations. It has an entire arsenal of formalized behavioral scenarios, from non-cooperative behavior to coalition agreements using mutual threats.

Keywords: decisions, interests, theory, situations, participants.

Вступ: Теорія ігор за замовчуванням вважає, що гравці діють узгоджено зі своєю функцією корисності. Творцем теорії ігор вважається вчений угорського походження Джон фон Нейман. Він був дуже яскравим математиком і у 29 років написав підручник з квантової механіки, яка тоді тільки зароджувалася. Цей підручник одразу став класичним.

На той час, коли він придумав теорію ігор, він встиг зробити внесок практично в кожен галузь математики. Наприкінці 40-х фон Нейман створив дві теорії. Одна з них перетворилася на computer science — сучасні комп'ютери побудовані на фон-нейманівській архітектурі.

Крім того, він поставив перед собою амбіційну мету аксіоматизувати економіку, перетворивши її на точну науку, на кшталт фізики чи математики. І теорія ігор стала спробою побудувати математичні засади економіки.

Цікаво, що зараз, 70 років потому, computer science та теорія ігор зустрілися. Сучасна теорія ігор застосовується для дослідження інтернету, нові протоколи тестуються за допомогою теорії ігор.

Постановка проблеми: аналіз пошуку оптимальних рішень в економічних конфліктах пов'язаний з можливістю використання його у прийнятті рішень у виробництві чи управлінні проектами і, як наслідок, для поліпшення економічних результатів компанії чи підприємства.

Метою статі є дослідження є вивчення теорії ігор та розробка практичних рекомендацій для забезпечення прийняття оптимальних рішень у сферах виробництва та управління проектами в умовах економічного конфлікту.

Виклад основного матеріалу: Для теорії ігор фундаментальними є три поняття:

- конфлікт і його сторони;
- прийняття рішення в конфлікті;
- оптимальність прийнятого рішення.

Ці поняття утворюють логічну основу теорії та входять у її визначення. Формалізація понять відповідає змістовним уявленням про відповідні об'єкти. Звісно, конфліктом можна назвати будь-яке явище, для якого в свою чергу можна визначити його учасників, їхні дії, результати явищ, до яких призводять дії. Також часто говорять про сторони конфлікту, які тією чи іншою мірою зацікавлені в певних результатах і про сутність цієї зацікавленості.

Якщо назвати учасників конфлікту *коаліціями дії* (позначивши їхню множину як \mathfrak{R}_D , можливі дії кожної із коаліцій дії — її *стратегіями* (множина всіх стратегій коаліції дії K позначається як S), результати конфлікту — *ситуаціями* (множина всіх ситуацій позначається як S ; вважається, що кожна ситуація складається внаслідок вибору кожної із коаліцій дії деякої своєї стратегії

так, що $S \subset \prod_{K \in \mathfrak{R}} S_K$), зацікавлені сторони — *коаліціями інтересів* (їхня множина — \mathfrak{R}_I) і, нарешті, говорити про можливі переваги для кожної коаліції інтересів K однієї ситуації s' перед іншою s'' (цей факт позначається як $s'_K \lessdot s''$), то конфлікт в цілому може бути описаний як система [3–5]:

$$\Gamma = \langle \mathfrak{R}_D, \{S_K\}_{K \in \mathfrak{R}_D}, S, \mathfrak{R}_I, \{ \lessdot \}_{K \in \mathfrak{R}_I} \rangle.$$

Така система, яка являє собою конфлікт, називається *грою*. Конкретизації складових, які задають гру, призводять до різноманітних класів ігор [5, 6].

Класифікація ігор:

- *Кооперативні або некооперативні*

Гра називається кооперативною, якщо гравці можуть об'єднуватися в групи, взявши на себе деякі зобов'язання перед іншими гравцями і координуючи свої дії. Цим вона відрізняється від некооперативних ігор, в яких кожен зобов'язаний грати за себе. Некооперативні ігри описують ситуації в найменших подробицях і видають більш точні результати. Гібридні ігри містять у собі елементи кооперативних і некооперативних ігор. Наприклад, гравці можуть створювати групи, але гра буде проводитись в некооперативному стилі. Це означає, що кожен гравець буде переслідувати інтереси своєї групи, щоб разом з тим досягти особистої вигоди.

- *Симетричні та асиметричні*

Гра буде симетричною тоді, коли відповідні стратегії у гравців будуть рівними, тобто вони матимуть однакові виграші. Іншими словами, якщо гравці поміняються місцями і при цьому їх виграші за ті ж самі ходи не зміняться.

- *З нульовою і ненульовою сумою*

Ігри з нульовою сумою — це особливий різновид ігор з постійною сумою, тобто таких, де гравці не можуть збільшити або зменшити ресурси або фонд гри, що в них є. Прикладом такої гри є покер, де в результаті раунду один гравець виграє всі ставки інших. В іграх з ненульовою сумою виграш якогось гравця не обов'язково означає програш іншого, і навпаки. Результат такої гри може бути як менше, так і більше нуля.

- *Паралельні та послідовні*

В паралельних іграх гравці ходять (приймають рішення) одночасно, або вони не знають про ходи інших гравців, поки всі не зроблять свій хід. В послідовних іграх гравці можуть робити ходи в наперед визначеному порядку, але при цьому вони отримують деяку інформацію про ходи інших. Ця інформація може бути неповною, наприклад, гравець може дізнатися, що його опонент із п'яти стратегій точно не вибрав третю, нічого не знаючи про інших.

- *З повною або неповною інформацією*

В грі з повною інформацією гравці знають всі ходи, зроблені до поточного моменту, а також можливі стратегії противників, що дозволяє їм деякою мірою передбачити подальший плин гри.

Більшість ігор, які вивчає математика, є іграми з неповною інформацією.

- *Зі скінченним/нескінченним числом ходів*

Ігри в реальному світі або ті, що вивчаються економікою, як правило, тривають у скінченну кількість ходів. Математика не так обмежена, зокрема, в теорії множин розглядаються ігри, які можуть продовжуватись нескінченно довго. Причому переможець і його виграш не визначені до завершення всіх ходів. Задача, яка зазвичай ставиться в цьому випадку, полягає не в пошуку оптимального рішення, а в пошуку принаймні виграшної стратегії. Використовуючи аксіому вибору, можна довести, що інколи навіть для ігор з повною інформацією і двома результатами — виграв або не виграв — жоден з гравців не має такої стратегії. Існування виграшних стратегій для деяких особливо сконструйованих ігор має важливу роль у дескриптивній теорії множин.

- *Дискретні і неперервні*

Більшість ігор — дискретні: в них скінчена кількість гравців, ходів, подій, результатів тощо. Проте ці компоненти можуть бути розширеними на множину дійсних чисел. Такі ігри часто називаються диференціальними. Вони пов'язані з віссю дійсних чисел, хоча події, що відбуваються, можуть бути дискретними по своїй природі.

Математичні ігри (конфлікти) були метою теорії ігор з самого її початку в 1928 році для застосування в серйозних економічних ситуаціях, політиці, бізнесі та інших сферах. Навіть війна може бути проаналізована за допомогою математичної теорії ігор. Та перш за все варто описати «інгредієнти» математичної гри [7, с. 1]:

- *Правила.* Математичні ігри мають строгі правила. Вони вказують, що дозволено, а що ні. Хоча багато ігор реального світу дозволяють знаходити нові ходи або способи дій, ігри, які можуть бути проаналізовані математично, мають жорсткий набір можливих ходів, зазвичай всі відомі заздалегідь.

- *Результати і виграші.* Діти (і дорослі теж) годинами грають в ігри для розваги. Математичні ігри можуть мати багато можливих результатів, кожен з яких приносить виграш гравцям. Виграші можуть бути грошові, або вони можуть приносити задоволення. Але бажання кожного гравця одне — виграти гру.

- *Невизначеність результату.* Математична гра «захоплююча», бо її результат не може бути передбачений заздалегідь. Оскільки її правила фіксовані, це означає, що гра повинна містити кілька випадкових елементів або мати більше одного гравця.

- *Прийняття рішень.* Гра без рішень може бути нудною. Забіг на 100 метрів вимагає не математичних навичок, а лише швидких ніг. Тим не менше, більшість спортивних ігор також пов'язані з рішеннями, і, отже, можуть, принаймні, частково аналізуватися теорією ігор.

- *Обман заборонений.* У реальних іграх обман можливий. Обман означає не грати за правилами. Коли ваш шаховий противник відволікається, ви берете свою королеву і ставите її на кращий квадрат, ви обманюєте. Теорія ігор навіть не визнає факт існування шахрайства.

Теорія ігор широко використовує різноманітні математичні методи й результати теорії ймовірностей, класичного аналізу, функціонального аналізу (особливо важливими є теореми про нерухомі точки), комбінаторної топології, теорії диференціальних та інтегральних рівнянь та інші. Специфіка теорії ігор сприяє розробці різноманітних математичних напрямів (наприклад, теорія опуклих множин, лінійне програмування і так далі).

Прийняттям рішення в теорії ігор вважається вибір коаліцією дії, або, зокрема, вибір гравцем деякої своєї стратегії. Цей вибір можна уявити собі у вигляді одноразової дії та зводити формально до вибору елемента із множини. Ігри з таким розумінням вибору стратегій називаються іграми в нормальній формі. Їм протиставляються динамічні ігри, в яких вибір стратегії є процесом, який відбувається протягом деякого часу, який супроводжується розширенням і звуженням можливостей, отриманням та втратою інформації про поточний стан справ і тому подібне.

Питання про формалізацію поняття оптимальності є досить складним. Єдине уявлення про оптимальність в теорії ігор відсутнє, тому доводиться розглядати кілька принципів оптимальності. Область можливості застосування кожного із принципів оптимальності, які використовуються в теорії ігор, обмежується порівняно вузькими класами ігор, або ж стосується обмежених аспектів їхнього розгляду.

Розглянемо класичну задачу «Дилема ув'язненого». Вона є стандартним прикладом гри, проаналізованої в теорії ігор, яка показує, чому дві абсолютно раціональні людини можуть не співпрацювати, навіть якщо здається, що це в їхніх інтересах. Вона була розроблена Меріллом Флудом і Мелвіном Дрешером в 1950 р. Альберт Такер формалізував гру за допомогою тюремного ув'язнення і назвав її «дилемою ув'язненого», представивши її в такий спосіб:

Два члени злочинного угруповання були заарештовані і поміщені у в'язницю. Кожен в'язень перебуває в одиночній камері без можливості спілкування з іншим. У обвинувачів немає достатніх доказів, щоб засудити пару за основним звинуваченням, але у них є достатньо, щоб засудити обох по меншому звинуваченням. Одночасно правоохоронні органи пропонують кожному ув'язненому вигідну угоду. Кожному ув'язненому надається можливість або зрадити іншого та засвідчити про те, що інший вчинив злочин, або співпрацювати з іншим, зберігаючи мовчання. Можливі результати:

- якщо А і В викривають один одного, кожен з них відбуває два роки в'язниці;
- якщо А видає В, але В зберігає мовчання, А буде звільнений, а В має відбутися 5 років (і навпаки);
- якщо А і В обидва мовчать, обидва вони будуть відбувати тільки один рік у в'язниці.

Таблиця 1

МАТРИЦЯ ВИГРАШІВ ДЛЯ ДИЛЕМИ УВ'ЯЗНЕНОГО

Б А	Б мовчить	Б викриває
А мовчить	1 1	0 5
А викриває	5 0	2 2

Мається на увазі, що ув'язнені не будуть мати можливості винагородити або покарати свого партнера, за винятком тюремного ув'язнення, яке вони отримують, і що їх рішення не вплине на їх репутацію в майбутньому. Оскільки зрада партнера дає більшу нагороду, ніж співпраця з ним, то будь-який раціональний корисливий в'язень зрадить іншого. Тобто єдиний можливий результат для двох чисто раціональних ув'язнених — зрадити один одного.

Приклад. Фірми Альфа і Бета конкурують на одному ринку. Вони мають постійні середні витрати у розмірі 2 гр. од. на одиницю продукції. Фірми можуть встановити або високу ціну (10 гр. од.), або низьку ціну (5 гр. од.) на свою продукцію.

Коли обидві фірми встановлюють високу ціну, загальний попит дорівнює 10 000 одиниць, який рівномірно розподілений між двома фірмами. Коли обидва встановлюють низьку ціну, загальний попит становить 18 000, що знову ділиться порівну. Якщо

одна фірма встановлює низьку ціну, а друга — високу, то фірма з низькою ціною продає 15 000 одиниць, дорога фірма всього 2 000 одиниць.

Проаналізувати цінові рішення двох фірм як спільну гру.

1. Побудувати матрицю виграшів (прибутки двох фірм).
2. Вивести рівноважний набір стратегій.

Розв’язок

1. Прибуток для кожної фірми ($i = \alpha, \beta$) це загальний прибуток (Π_i), що дорівнює загальному доходу (TR_i) мінус загальні витрати (TC_i).

Тому для наступних наборів стратегій:

(А) {Висока ціна, Висока ціна}. Загальний попит дорівнює 10 000, і тому кожна фірма продає 5 000 одиниць.

$$TR_i = 5\,000 \times 10 = 50\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$TC_i = 5\,000 \times 2 = 10\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$\Pi_i = 50\,000 - 10\,000 = 40\,000 \text{ (гр. од.) } \forall i = \alpha, \beta$$

(Б) {Низька ціна, Низька ціна}. Загальний попит дорівнює 18 000, і тому кожна фірма продає 9 000 одиниць.

$$TR_i = 9\,000 \times 5 = 45\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$TC_i = 9\,000 \times 2 = 18\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$\Pi_i = 45\,000 - 18\,000 = 27\,000 \text{ (гр. од.) } \forall i = \alpha, \beta$$

(В-Г) {Висока ціна, Низька ціна}. Фірма Альфа продає 2 000, а фірма Бета продає 15 000 одиниць. (Аналогічна ситуація, коли фірми поміняються місцями — {Низька ціна, Висока ціна}.)

$$TR_\alpha = 2\,000 \times 10 = 20\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$TC_\alpha = 2\,000 \times 2 = 4\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$\Pi_\alpha = 20\,000 - 4\,000 = 16\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$TR_\beta = 15\,000 \times 5 = 75\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$TC_\beta = 15\,000 \times 2 = 30\,000 \text{ (гр. од.)}$$

$$\Pi_\beta = 75\,000 - 30\,000 = 45\,000 \text{ (гр. од.)}$$

Таким чином, матриця виграшів приймає вигляд:

Таблиця 1

МАТРИЦЯ ВИГРАШІВ ДЛЯ АЛЬФА ТА БЕТА (У ТИС. ГР. ОД.)

Бета Альфа	Висока ціна	Низька ціна
Висока ціна	40 40	45 16
Низька ціна	16 45	27 27

2. Оскільки встановлення низької ціни передбачає отримання принаймні 27 тис. гр. од. прибутків (у той час як за високої ціни мінімальним прибутком є лише 16 тис. гр. од.), то раціональною стратегією для кожної з фірм є встановлення низької ціни (за умов відсутності кооперації). Таким чином, рівновага досягається у випадку стратегії (низька ціна, низька ціна) з виграшами {27, 27}.

Ця задача має дві важливі характеристики гри «Дилема ув'язненого». По-перше, кожен гравець має домінуючу стратегію — низька ціна. По-друге, поширеною серед ігор схожих на «Дилему ув'язненого» характеристикою є те, що результат рівноваги — це найменша з сум усіх виграшів стратегій. У ній набір стратегій з виграшами {40, 40} є так званим покращенням Парето.

Висновки: Теорія ігор є основним методом, використовуваним у математичній економіці та бізнесі для моделювання поведінки в умовах конкуренції. Програми включають широкий спектр економічних явищ і підходів, таких як аукціони, торги, справедливий поділ, дуополії, олігополії, формування соціальних мереж, загальна рівновага, розробка механізмів і системи голосування; і в таких широких областях, як експериментальна економіка, поведінкова економіка, інформаційна економіка, промислово-організація, і політична економія.

Застосування теорії ігор у політиці дозволяє передбачати результати виборів, реакцію громадян на певні законопроекти, розглядати певні нації ніби у вакуумі, перевіряючи на них певні державні рішення, тощо.

Теоретико-ігрове пояснення демократичного світу полягає в тому, що публічні і відкриті дебати в демократичних країнах посиляють ясну і надійну інформацію про свої наміри в інші держави (ситуація повної інформації).

На додаток до того, що вона використовується для опису, передбачення і пояснення поведінки, теорія ігор також використовувалася для розробки теорій етичного або нормативного поведінки і для приписання такої поведінки. В області економіки і філософії вчені застосовують теорію ігор, щоб допомогти зрозуміти «правильну» поведінку учасників економічних і соціальних відносин.

Література

1. Von Neumann, J.; Morgenstern, O. Theory of Games and Economic Behavior. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944.

2. Nash, John F. "Equilibrium Points in N-person Games" / PNAS 36 (1): p. 48–49, 1950.
3. Петросян Л. А. Теория игр: учебник / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. В. Шевкопляс. — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2012 — 432 с.: ил.
4. Писарук, Н. Н. Введение в теорию игр / Н. Н. Писарук. — Минск : БГУ, 2015. — 256 с.
5. Теорія ігор / Вікіпедія — вільна енциклопедія.
6. Brams, Steven J.; Davis, Morton D. Game Theory / Encyclopedia Britannica.
7. Prisner, Erich. Game Theory Through Examples / Franklin University Switzerland, 2014. — 284 с.
8. Honner, Peter. Why Winning in Rock-Paper-Scissors (and in Life) Isn't Everything.

References

1. von Neumann, J.; Morgenstern, O. Game Theory and Economic Behavior. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1944.
2. Nash, John F. "Equilibrium Points in N-person Games" / PNAS 36 (1): p. 48–49, 1950.
3. Petrosyan, LA Theory of games: a textbook / LA Petrosyan, NA Zenkevich, EV Shevkopyas. — 2nd ed., Remaking. and ext. — St. Petersburg: BHC-Petersburg, 2012 — 432 p.: ill. — (Academic literature).
4. Pisaruk, NN Introduction to game theory / NN Pisaruk. — Minsk: BSU, 2015. — 256 p.
5. Game Theory / Wikipedia is a free encyclopedia.
6. Brams, Steven J.; Davis, Morton D. Game Theory / Encyclopedia Britannica.
7. Prisner, Erich. Game Theory Through Examples / Franklin University Switzerland, 2014. — 284 p.
8. Honner, Peter. Why Winning in Rock-Paper-Scissors (and in Life) Is Everything Everything.

Статтю подано до редакції 24.09.2019 р.