

Зауважимо, що пакет програм Mathematica 8 також полегшує використання аналітичних рішень для вивчення зв'язків між елементами дизайну і дає цінну інформацію про поведінку складних систем управління в економіці. З будь-якої точністю чисел, автоматичним вибором алгоритму, і передовою візуалізацією, Mathematica 8 ідеально підходить для побудови та аналізу систем управління в економічних дослідженнях.

Література

1. *Бородин А.И., Бугай А. С.* Выдающиеся математики: Биограф. слов. справ. — 2-е изд., перераб. и доп. — К.: Рад.школа, 1987. — 656 с.
2. *Андронов И.К.* Математика действительных и комплексных чисел. — М.: Просвещение, 1975. — 158 с.
3. *А. Нивен.* Числа рациональные и иррациональные. — М.: Мир, 1966. — 196 с.
4. *Блудова Т.В., Мартиненко В.С.* Теорія функцій комплексного змінного. — К.: Просвіта, 2000. — 472 с.
5. <http://www.wolfram.com/mathematica/>
6. <http://www.wolframalpha.com/>
7. *Светуньков И.С.* Использование комплексных переменных в теории производственных функций / Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. — 2007. — № 4. — С. 127—129.
8. *Светуньков С.Г., Светуньков И.С.* Производственные функции комплексных переменных: Экономико-математическое моделирование производственной динамики. — М.: Изд-во ЛКИ, 2008. — 136 с.

Статтю подано до редакції 06.03.12 р.

УДК 330.322.54; 519.86

О. В. Піскунова, канд. техн. наук,
доцент кафедри ЕММ,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

ВПЛИВ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ, ЩО ВИРОБЛЯЄТЬСЯ НА РОЗВИТОК МАЛОГО ПІДПРИЄМСТВА

АНОТАЦІЯ. Розроблено модель динаміки малого підприємства у дискретному часі. Модель дозволяє досліджувати вплив на розвиток підприємства якості продукції, що виробляється від якої залежить рівень цін на продукцію підприємства. Розглянуто випадки

детермінованої, стохастичної та нечіткої якості продукції, що виробляється.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: якість продукції, стохастична невизначеність якості, нечітка невизначеність якості, мале підприємство, модель динаміки малого підприємства.

АННОТАЦІЯ. Разработана модель динамики малого предприятия в дискретном времени. Модель позволяет исследовать влияние на развитие предприятия качества изготавливаемой продукции, от которого зависит уровень цены на продукцию предприятия. Рассмотрены случаи детерминированного, стохастического и нечеткого качества изготавливаемой продукции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: качество продукции, случайная величина, нечеткая величина, малое предприятие, модель динамики малого предприятия.

ANNOTATION. The model of dynamics small enterprise is developed for discrete time. A model allows to research the influence of the quality of products on the small enterprise development. Deals with determine, stochastic and fuzzy quality of products.

KEYWORDS: products quality, stochastic uncertainty of the quality, fuzzy uncertainty of the quality, small enterprise, model of small enterprise dynamics.

Постановка проблеми. На сучасному етапі розвитку вітчизняної ринкової економіки підвищення ефективності виробництва усе більшою мірою визначається якістю вироблюваної продукції, за рахунок якої забезпечується її конкурентоздатність. Водночас, низька якість продукції, пов'язана з багатьма внутрішніми та зовнішніми факторами: якістю виробничих фондів, застосовуваними технологіями, кваліфікацією персоналу, його мотивацією, ментальністю та культурою, тощо, є однією з найболючіших проблем вітчизняного малого підприємництва [7]. Насичення ринку недорогими товарами імпортного виробництва, які за показником якості часто перевершують вітчизняну продукцію, призводить до збільшення ризику діяльності малих підприємств. Важливою умовою стабільного розвитку малого бізнесу в країні є його державна підтримка, яка має забезпечувати не тільки зростання кількості малих підприємств, але й сприяти підвищенню ефективності їх діяльності, а побудова економіко-математичних моделей динаміки малого підприємства з урахуванням якості вироблюваної продукції є необхідною складовою поглибленого аналізу ефективності такої підтримки.

Аналіз останніх наукових публікацій. У працях [1, 8] побудовано диференціальні моделі динаміки малих підприємств, що дозволяють досліджувати вплив фінансово-кредитної підтримки на розвиток малого підприємства. Ці моделі містять набір найбільш суттєвих змінних, що відображають вплив як зовнішніх факторів, так і внутрішніх характеристик підприємства, а запропоновані в них методи базуються на системному підході щодо аналізу функціонування малого підприємства. Очевидними недоліками даних моделей є їх непристосованість до податкового законодавства України, а також до умов сучасної ринкової економіки. У праці [4] розроблено дискретну модель динаміки малого підприємства, яка враховує специфіку вітчизняного податкового законодавства та дозволяє досліджувати фактори розвитку вітчизняних малих підприємств, зокрема аналізувати вплив на їх динаміку ринкової кон'юнктури та ризику. Водночас ця модель не враховує вплив на розвиток підприємства якості продукції, що виробляється.

Метою роботи є розробка дискретної моделі динаміки малого підприємства, яка враховуватиме вплив на розвиток підприємства якості вироблюваної продукції у випадку, коли якість продукції можна вважати детермінованою, а також коли якість продукції є невизначеною: стохастичною або нечіткою величиною.

Основний зміст дослідження. Базова дискретна модель динаміки малого підприємства, яка враховує якість вироблюваної продукції, ґрунтується на таких гіпотезах: основні виробничі фонди A_{t-1} — це єдиний обмежуючий фактор, що визначає випуск продукції X_t в момент часу t : $X_t = f' \cdot A_{t-1}$, де $f' = const$ — коефіцієнт фондівіддачі (підприємство функціонує за незмінної технології). Вважається, що весь обсяг виробленої продукції X_t реалізується на ринку за ціною P_t . Виручка від реалізації продукції дорівнює $V_t = P_t \cdot X_t$. Чистий прибуток підприємства F_t представляє собою різницю між загальним прибутком $F_t^{заг} = (1 - c_t) \cdot V_t$ і сплаченим обсягом податків і зборів $N_t = v_t \cdot V_t$: $F_t = (1 - c_t - v_t) \cdot V_t$. Тут $c_t = C_t / V_t$ — питома собівартість продукції (C_t — витрати на виробництво та реалізацію продукції без урахування податків і зборів), v_t - агрегована ставка оподаткування малого підприємства: $v_t = \gamma_t - \beta_t \cdot c_t$, γ_t і β_t — параметри, значення яких залежать від обраної малим підприємством схеми оподаткування та від діючих ставок податків [4—6]. У зага-

льному випадку підприємство може розвиватись за рахунок як внутрішніх джерел (отриманого прибутку F_t), так і зовнішньої фінансової підтримки I_t : $\Delta A_t = A_t - A_{t-1} = \xi \cdot F_t + I_t$, де $\xi \in [0, 1]$ — частка чистого прибутку, що відраховується малим підприємством на реінвестування.

Будемо припускати, що ціна P_t на продукцію підприємства в деякий момент часу $t \geq 1$ залежить виключно від її якості. Представимо її наступним чином: $P_t = P_c + \Delta P_t$, де P_c — ціна продукції середньої якості, ΔP_t — різниця між ціною виробленої продукції та продукції середньої якості. Тоді $\frac{P_t}{P_c} = 1 + \frac{\Delta P_t}{P_c}$, або $\pi_t = 1 + \varepsilon_t$, де $\pi_t = P_t / P_c$ — відношення ціни на продукцію підприємства, яка реалізується у момент часу t , до ціни продукції середньої якості; $\varepsilon_t = \Delta P_t / P_c$ — відносна різниця між ціною продукції, що реалізується у момент часу t , та ціною продукції середньої якості.

Для дослідження впливу якості продукції, що виробляє підприємство, на його розвиток, вважатимемо, що якість продукції має n градацій. Якщо якість продукції, яку виробляє мале підприємство, є детермінованою величиною і не змінюється протягом часу, то ціна продукції підприємства буде постійною детермінованою величиною, і тоді: $\pi^i = 1 + \varepsilon^i$, $i = \overline{1, n}$, де i — номер градації якості продукції; $\pi^i = P^i / P_c$; P^i - ціна продукції i -ої градації якості; $\varepsilon^i = \Delta P^i / P_c$; $\Delta P^i = P^i - P_c$. У цьому разі базову дискретну модель динаміки малого підприємства можна записати так:

Обсяги виробництва продукції:

$$X_t^i = \frac{f_c}{P_c} \cdot A_{t-1}^i, \quad f_c = f' \cdot P_c. \quad (1)$$

Обсяги реалізації продукції:

$$V_t^i = P_c \cdot \pi_t \cdot X_t^i. \quad (2)$$

Чистий прибуток малого підприємства:

$$F_t^i = \left(1 - c^{*i} + \varepsilon^i\right) \cdot \left(1 - \gamma^i\right) \cdot P_c \cdot X_t^i, \quad c^{*i} = \frac{1 - \beta^i}{1 - \gamma^i} \cdot c_0. \quad (3)$$

Умова невід’ємності чистого прибутку: $c^* \leq 1 + \varepsilon$.

Динаміка виробничих фондів за умови додатного прибутку:

$$\Delta A_t^i = \chi^i \cdot A_{t-1}^i + I_t^i, \quad \chi^i = \xi \cdot f_c^i \cdot (1 - \gamma^i) \cdot \left(1 - c^* + \varepsilon \right). \quad (4)$$

Якщо додаткові внески до Пенсійного фонду України не сплачуються [3], то величина c^* не залежить від відносної різниці ε між ціною продукції i -ої градації якості та ціною продукції середньої якості: $c^* \equiv c^*$.

Далі розглядатимемо тільки випадок, коли зовнішніх фінансових інвестицій немає ($I_t \equiv 0$), тоді на підставі формули (4) можна записати такий вираз для відносних обсягів виробничих фондів:

$$\frac{A_t^i}{A_0} = \Psi_t^i = \left(1 + \chi^i \right)^t. \quad (5)$$

Таким чином, за детермінованої якості продукції, що виробляється, мале підприємство розвиватиметься за одним з n можливих сценаріїв розвитку, які описуються формулою (6).

Розглянемо тепер випадок, коли якість продукції, що виробляє мале підприємство, є стохастичною величиною. Це може бути обумовлено, наприклад, технологічними особливостями виробництва продукції: з певною ймовірністю може відбутись збій обладнання, або «людським» фактором, тощо. У цьому разі, якщо ціна на продукцію підприємства залежить виключно від її якості, відносна різниця ε_t між ціною продукції, що реалізується у момент часу t , та ціною продукції середньої якості буде дискретною випадковою величиною, що має наступний розподіл:

ε^i	1	2	...	n
	ε	ε	...	ε
p^i	1	2	...	n
	p	p	...	p

Будемо припускати, що випадкові величини ε_t не корельовані між собою. Модель динаміки малого підприємства (1)—(5) можна тоді записати так:

Відносні обсяги виробництва та реалізації продукції:

$$X_t = \frac{f_c}{P_c} \cdot A_{t-1}, \quad V_t = P_c \cdot \pi_t \cdot X_t. \quad (6)$$

Відносний чистий прибуток малого підприємства:

$$F_t = \left(1 - c^* + \varepsilon_t\right) \cdot (1 - \gamma_t) \cdot P_c \cdot X_t. \quad (7)$$

Динаміка відносних обсягів виробничих фондів:

$$\Delta A_t = \chi_t \cdot A_{t-1} + I_t, \quad \chi_t = \xi \cdot f_c \cdot (1 - \gamma_t) \cdot \left(1 - c^* + \varepsilon_t\right). \quad (8)$$

Тут ε_t^* - дискретна випадкова величина, яка приймає значення $\varepsilon^i = \varepsilon$ з ймовірністю p^i , якщо $\varepsilon \geq c - 1$, і значення $\varepsilon^i = c - 1$ з тією ж ймовірністю p^i , якщо ж $\varepsilon < 1 - c$. Відповідно випадкова величина χ_t також має дискретний розподіл, приймаючи значення $\chi^i = \xi \cdot f_c \cdot (1 - \gamma) \cdot \left(1 - c^* + \varepsilon^i\right)$ з імовірностями p^i . Використання випадкових величин ε_t^* дозволяє врахувати в моделі те, що за від'ємного прибутку внутрішні інвестиції не здійснюються.

Відносний обсяг основних виробничих фондів малого підприємства A_t/A_0 , який є добутком дискретних випадкових величин $(1 + \chi_\tau)$, $\tau = \overline{1, t}$:

$$\frac{A_t}{A_0} = \Psi_t = \prod_{\tau=1}^t (1 + \chi_\tau), \quad (9)$$

також буде дискретною випадковою величиною, що може приймати значення $\Psi_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ з відповідними ймовірностями $p_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ ($i_1 = \overline{1, n_1}$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, ..., $i_t = \overline{1, n_t}$). Якщо деякі реалізації величини

Ψ_t співпадають, то ймовірність відповідного значення величини Ψ_t є сумою ймовірностей усіх реалізацій, що дорівнюють цьому значенню, тоді $n_1 \leq n, n_2 \leq n, \dots, n_t \leq n$. Значення $\Psi_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ та відповідні їм ймовірності $p_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ розраховуються наступним чином:

$$\Psi_t^{i_1 i_2 \dots i_t} = \left(1 + \chi^{i_1}\right) \cdot \left(1 + \chi^{i_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \chi^{i_t}\right), \quad (10)$$

$$p_t^{i_1 i_2 \dots i_t} = p^{i_1} \cdot p^{i_2} \cdot \dots \cdot p^{i_t}. \quad (11)$$

Формули (10), (11) описують динаміку розвитку підприємства за стохастичної невизначеності якості вироблюваної продукції, а саме описують розподіл ймовірностей відносного обсягу виробничих фондів у момент часу t .

При моделюванні динаміки розвитку підприємства, припускалось, що градація якості вироблюваної продукції визначається чітко та однозначно. Але таке припущення не завжди є виправданим: як правило говорити про якість продукції можна лише приблизно, з деякою мірою впевненості. Така невизначеність, пов'язана з неточністю опису самої ситуації або події незалежно від часу її розгляду, вже є нечіткою. Теорія ймовірностей не може адекватно використовуватись для її моделювання, оскільки уявлення про суб'єктивні категорії, які присутні у процесах мислення людини, повною мірою не узгоджуються з її аксіомами. Забезпечити нас адекватною інформацією відносно неточного опису тих або інших ситуацій в певній мірі здатне поняття нечіткої множини. По суті цей підхід найприйнятніший для вирішення таких проблем, в яких невизначеність характеризується відсутністю добре визначених критеріїв, що дозволяють однозначно судити про належність елементів тому чи іншому класу [2]. Таким чином, у багатьох випадках вбачається доречним вважати, що якість продукції є нечіткою.

Розглянемо динаміку розвитку малого підприємства у випадку, коли якість вироблюваної ним продукції вважається нечіткою величиною. Якщо для конкретної градації якості ціни є детермінованими постійними величинами, то відносна різниця ε_t між ціною продукції, що реалізується у момент часу t і має i_t -у гра-

дацію якості, та ціною продукції середньої якості буде дискретною нечіткою змінною, яка задається наступним чином:

i	1	2	...	n
ε	ε	ε	...	ε
i	1	2	...	n
μ	μ	μ	...	μ

У даному випадку нечіткої якості продукції динаміка розвитку малого підприємства буде описуватись рівняннями (6)—(9), але на відміну від випадку стохастичної якості продукції, величина ε_t , що входить явно або неявно у формули (6)—(9) буде нечіткою, і, як наслідок, обсяги виробництва та реалізації продукції, прибуток підприємства та обсяги основних виробничих фондів будуть вже нечіткими змінними. Нечітка змінна ε_t визначається

нечіткою змінною ε_t : якщо $\varepsilon \geq c - 1$, то з можливістю μ $\varepsilon = \varepsilon$, якщо ж $\varepsilon < 1 - c$, то $\varepsilon = c - 1$ з тою ж можливістю μ . Зазначимо, що поняття можливості, що тут застосовується, розглянуто, зокрема, у праці [3].

Відносний обсяг основних виробничих фондів малого підприємства A_t/A_0 , який є добутком дискретних нечітких величин, також буде дискретною нечіткою величиною, що може приймати значення $\Psi_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$, які знаходяться за формулою (10), з відповідними можливостями $\mu_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$. Тут $i_1 = \overline{1, n_1}$, $i_2 = \overline{1, n_2}$, ..., $i_t = \overline{1, n_t}$. Значення функції належності (можливості) $\mu_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ розраховуються наступним чином:

$$\mu_t^{i_1 i_2 \dots i_t} = \min \left\{ \mu^{i_1}, \mu^{i_2}, \dots, \mu^{i_t} \right\}. \quad (12)$$

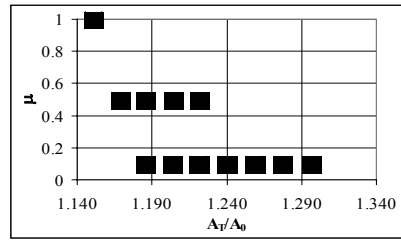
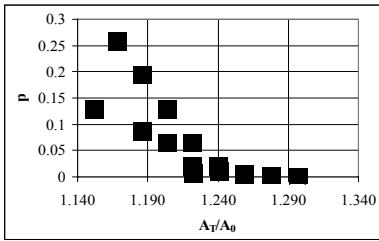
Як і у попередньому випадку, коли якість продукції вважалась стохастичною, деякі значення $\Psi_t^{i_1 i_2 \dots i_t}$ нечіткої величини Ψ_t можуть співпадати, у цьому разі відповідна можливість такого значення буде дорівнювати максимальній з усіх його можливостей, а $n_1 \leq n$, $n_2 \leq n$, ..., $n_t \leq n$.

Проаналізуємо динаміку малого підприємства у випадку, коли якість вироблюваної продукції має три градації: $i = 1$ — якість продукції нижча за середню, $i = 2$ — якість продукції середня, $i = 3$ — якість продукції вища за середню. Припустимо, що відносна різниця ε^i між ціною продукції, якість якої має i -ту градацію, та ціною продукції середньої якості приймає наступні значення $\varepsilon = -\Delta$, $\varepsilon = 0$, $\varepsilon = \Delta$, де деяку величину Δ можна трактувати як «премію» за якісну продукцію, тоді $(-\Delta)$ — «штраф» за неякісну продукцію. Для визначеності вважатимемо, що підприємство застосовує загальну схему оподаткування, крім того нехай $f_0 = 0,25$, $\xi = 1$, $c_0 = 0,65$, $\Delta = 0,1$.

За детермінованої якості продукції підприємство розвиватиметься залежно від її градації за одним з трьох можливих сценаріїв. Розвиваючись за першим сценарієм (якщо якість продукції вища за середню) протягом періоду часу $T = 4$ (такий проміжок часу може відповідати чотирьом кварталам або одному року) підприємство збільшить виробничі фонди на 30 %, за другим сценарієм (якщо якість продукції середня) — на 22 %, і нарешті, розвиваючись за третім сценарієм (якщо якість нижча за середню) мале підприємство зможе збільшити наявні потужності лише на 15 %. Тобто, якість вироблюваної продукції через ціни на цю продукцію досить суттєво впливає на розвиток підприємства.

Розглянемо тепер випадок стохастичної якості вироблюваної продукції. Нехай дискретна випадкова величина ε_t приймає наступні значення: $\varepsilon = -\Delta$ з ймовірністю $p = 0,6$; $\varepsilon = 0$ з ймовірністю $p = 0,3$; $\varepsilon = \Delta$ з ймовірністю $p = 0,1$. За обраних значень ймовірностей якість продукції підприємства частіше буде низькою, ніж середньою та високою. Така ситуація, на жаль, є найбільш типовою для вітчизняних малих підприємств. На рис. 1, а показано розподіл ймовірностей відносних обсягів основних виробничих фондів малого підприємства A_T/A_0 у момент часу $T = 4$. Як бачимо з рис. 1, а, модальне значення відносного обсягу основних виробничих фондів A_T/A_0 дорівнює 1,186, тобто за чотири періоди часу виробничі потужності підприємства найімовірніше зростуть на 19 %. Таке зростання є дещо вищим, ніж у випадку, коли якість продукції завжди нижча за середню, але при цьому підвищується кількість можливих сценаріїв розвитку під-

приємства, внаслідок чого зростає ризик недоотримання бажаного прибутку. Зазначимо, що математичне сподівання відносних обсягів виробничих фондів A_T/A_0 фактично співпадає з їх модальним значенням.



а) розподіл ймовірностей

б) розподіл можливостей

Рис. 1. Розподіл значень міри невизначеності відносних обсягів виробничих фондів малого підприємства у момент $T = 4$ (розрахунок автора)

Проаналізуємо тепер динаміку малого підприємства за нечіткої якості продукції. Оберемо наступні значення для μ : $\mu^1 = 1$, $\mu^2 = 0,5$, $\mu^3 = 0,1$. Для цих значень якість продукції, як і у попередньому випадку, можливіше за все низька. На рис. 1, б показано розподіл можливостей відносних обсягів накопичених за період $T = 4$ виробничих фондів підприємства за зроблених припущень. У випадку нечіткої якості продукції модальне значення відносних обсягів виробничих фондів A_T/A_0 буде дорівнювати 0,151, тобто з найбільшою можливістю виробничі фонди зростуть на 15% (це нижче за модальне значення A_T/A_0 за стохастичних цін), водночас центр тяжіння величини A_T/A_0 дорівнює 1,195 і суттєво відрізняється від її модального значення.

Висновки з проведеного дослідження. Таким чином побудовано дискретну модель динаміки малого підприємства з урахуванням якості вироблюваної продукції, яка може розглядатись як детермінована, випадкова або нечітка величина. Проведений аналіз показав, що якість продукції, що виробляється малим підприємством, через ціни на цю продукцію досить суттєво впливає на розвиток підприємства. Стохастичність або нечіткість якості проду-

кції призводять до виникнення невизначеності в системі, що ускладнює прогнозування її подальшого розвитку та може впливати на стратегію розвитку малого підприємства, яке, функціонуючи в мовах підвищеного ризику, може зовсім відмовитись від здійснення інвестицій прибутку у виробничі фонди.

Література

1. Егорова Н. Е., Белецький В. З., Хачатрян С. Р. Моделирование динамики малых предприятий с четом инвестиционного фактора / Препринт #WP/2003/157. — М.: ЦЭМИ РАН, 2003. — 58 с.
2. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzy ТЕСН. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 736 с.
3. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. Бином. — Лаборатория знаний, 2005. — 416 с.
4. Піскунова О. В. Моделювання розвитку малого підприємства за різних форм державної фінансової підтримки // Фінанси України. — 2010. — № 8. — С. 115—124.
5. Податковий кодекс України: Закон: Верховна Рада України. Кодекс від 02.12.2010 № 2755-VI.
6. Про збір та облік єдиного внеску на загальнообов'язкове державне соціальне страхування: Закон України 08.07.2010 № 2464-VI.
7. Про стан та перспективи розвитку підприємництва в Україні. Національна доповідь. — К.: Держкомпідприємство // Економіст. — № 5. — 2009. — С. 18—63.
8. Хачатрян С.Р., Пинегина М.В., Буянов В.П. Методы и модели решения экономических задач: Учебное пособие. — М.: Экзамен. — 2005. — 384 с.

Статтю подано до редакції 21.03.12 р.

УДК 517.9: 330.42

О. І. Неня, канд. фіз.-мат. наук,
старш. викладач, кафедра вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

ДОСЛІДЖЕННЯ ГЛОБАЛЬНОЇ СТІЙКОСТІ НЕРУХОМОЇ ТОЧКИ МОДЕЛІ ДІЛОВОГО ЦИКЛУ

АНОТАЦІЯ. У публікації розглядається нелінійна модель ділового циклу, яка описується різницеvim рівнянням Ріккера з запізненням. Досліджується проблема побудови області глобальної стійкості рівняння Ріккера та даної моделі.