

Ріккера, що дозволяє передбачати поведінку динамічної моделі при всіх можливих параметрах, що описують дану модель.

Література

1. *Дыхта В.А.* Динамические системы в экономике. Введение в анализ одномерных моделей: Учебное пособие. — Иркутск: Изд-во БГУ-ЭП, 2003. — 178 с.
2. *Васенкова Е.К., Волкова Е.С., Шандра И.Г.* Математика для экономистов. Дифференциальные и разностные уравнения: Курс лекций. — М.: Финансовая академия, 2003. — 116 с.
3. *Романко В.К.* Разностные уравнения: Учебное пособие. — М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006. — 112 с.
4. *Liz E., Tkachenko V., Trofimchuk S.* Global stability in discrete population models with delayed-density dependence // *Mathem. Biosciences.* — 2006. — 199. — P. 26—37.
5. *Неня О.І.* Про глобальну стійкість одного нелінійного різницевого рівняння // *Нелінійні коливання.* — 2006. — Т.9. — № 4. — С. 525–534.
6. *Неня О.І., Ткаченко В.І., Трофимчук С.І.* Про точні умови глобальної стійкості різницевого рівняння, яке задовольняє умову Йорка// *Український математичний журнал.* — 2008. — Т. 60. — №1. — С. 73–80.
7. *Ахтямов А.М.* Математика для соціологів і економістів: учеб. пособие. — М.: ФИЗМАТЛИТ. — 2004. — 464 с.
8. *Неня О.І.* Глобальна стійкість одного різницевого рівняння// *Матеріали XI міжнародної наукової конференції імені академіка М. Кравчука,* 18 — 20 трав., 2006 р. — К.: ТОВ «Задруга», 2006. — 206 с.

Статтю подано до редакції 30.03.12 р.

УДК 519.23/.25

Т. О. Зінькевич, канд. екон. наук,
доц. кафедри фінансів підприємств,
В. П. Лісовська, канд. фіз.-мат. наук,
заст. зав. кафедри вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ ДО АНАЛІЗУ ЕКОНОМІЧНИХ ДАНИХ

АНОТАЦІЯ. У статті розглянуто і проаналізовано важливість застосування математичних і статистичних методів в економіці. По-

казано, що в умовах сучасної української економіки є потреба у підготовці висококваліфікованого економіста, який би міг приймати науково обґрунтовані рішення та робити правильні висновки на основі статистичних даних. Є нагальна потреба у створенні курсів, аналогічних тим, які читаються у провідних університетах Європи, США, Канади і яким ще недостатньо приділяється уваги в нашій країні, а саме практичному їх застосуванню в різних сферах економіки. Це курси по «Застосуванню методів математичної статистики до аналізу економічних даних».

КЛЮЧОВІ СЛОВА: Методи збору даних, математична статистика, вибірка, закон розподілу, гіпотеза, ймовірність помилок, перевірка гіпотези, дисперсія, критерії згоди.

АННОТАЦИЯ. В статье рассмотрено и проанализировано важность применения математических и статистических методов в экономике. Показано, что в условиях современной украинской экономики есть потребность в подготовке высококвалифицированного экономиста, который бы мог принимать научно обоснованные решения и делать правильные выводы на основе статистических данных. Есть насущная потребность в создании курсов, аналогичных тем, которые читаются в ведущих университетах Европы, США, Канады и которым еще недостаточно уделяется внимания в нашей стране, а именно практическому их применению в различных сферах экономики. Это курсы по «Применению методов математической статистики к анализу экономических данных».

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Методы сбора данных, математическая статистика, выборка, закон распределения, гипотеза, вероятность ошибок, проверка гипотезы, дисперсия, критерии согласия.

ANOTATION. The article discusses and analyses the importance of mathematical and statistical methods in economics. It is shown that under conditions of modern Ukrainian economy is the need to prepare highly qualified economist, which could make scientifically informed decisions and do the right conclusions based on statistics. There is an urgent need to create courses similar to those taught at leading universities in Europe, the USA, Canada, and that not enough attention is paid to our country, namely the practical application of them in various spheres of economy. These courses are called «Application of mathematical statistics to analyse economic data.»

KEYWORDS. Methods of data collection, mathematical statistics, sampling, distribution law, hypothesis, probability of error, hypothesis testing, variance, criteria for approval.

Постановка проблеми. Сучасна економічна наука не може існувати без математичних і статистичних методів, оскільки на основі статистичних даних будуються економічні прогнози, вивчається інвестиційна активність підприємств, динаміка росту цін, вплив реклами на попит, коригування й прогнозування змін фінансового стану та оцінки фінансових можливостей підприємства на майбутнє.

Основним елементом економічного дослідження є аналіз і побудова взаємозв'язку економічних змінних, а цьому передують збір даних, аналіз, оцінювання параметрів вибірки, висунення та перевірка гіпотез, інтервальне оцінювання тощо. Оскільки такий взаємозв'язок не є строгим, завдяки тому, що не завжди можна виявити всі основні фактори, які впливають на змінну, а деякі взаємодії чи фактори впливу на змінні ще й бувають випадковими, окрім того, економісти часто мають ще й обмежений набір статистичних даних, тому є нагальна потреба у розгляді та вивченні більш глибоко, у комплексі математичних і статистичних методів. Статистичні дані є основою для виявлення і обґрунтування економічних закономірностей.

Якщо нам відома вся генеральна сукупність, тобто відомі всі економічні показники, тоді можна теоретично визначати значення параметрів в моделі, і відповідно розраховувати всі необхідні економічні показники. Однак на практиці нам не відома множина всіх можливих результатів. Можна спостерігати тільки випадково вибрані значення тих показників, які нас цікавлять у задачі. Тому, маючи вибіркові лише значення, можна оцінити, але не визначити точно значення параметрів, які нас цікавлять.

Отже, нам важливо з'ясувати, наскільки середні оцінки, що визначені на основі вибірових даних, є надійними, а також з'ясувати випадкове розсіювання даних, бо процес формування вибірки є випадковим. Зокрема, важливо знати взаємозв'язок між економічними показниками та як вони впливають один на одного.

Основний матеріал дослідження. Статистичне дослідження економічних явищ і процесів розпочинається зі збору первинної інформації, яку дістають за допомогою статистичного спостереження. Оскільки сукупності у реальному житті схильні бути дуже великими, то обчислення їхніх параметрів фактично неможливе. У результаті, більшість параметрів сукупності є не тільки неві-

домими, але і непізнаними. А для того, щоб прийняти рішення, нам потрібна інформація про значення параметрів. Наприклад, щоб прийняти рішення про те, чи розширювати лінію з виробництва певної продукції, наприклад, одягу, потрібно знати середні щорічні витрати на одяг дорослої людини країни. Оскільки розмір цієї сукупності (для України) приблизно 30 млн, то визначення середнього неможливе. Проте, якщо бажаємо оцінити середню лінію менш, ніж з 100-відсотковою точністю, тоді можна використовувати статистичний висновок і замість дослідження всієї сукупності, вибираємо, наприклад, кількість дорослого населення за деякий рік (зокрема, попередній досліджуваному), визначаємо річні витрати на одяг цієї групи та обчислюємо середнє вибіркоче. Хоча ймовірність того, що середнє вибіркоче дорівнюватиме середньому по сукупності дуже мала, ми очікуємо, що вони близькі. У багатьох випадках, для прийняття багатьох рішень, нам важливо знати, наскільки вони близькі. Щоб відповісти на це питання, спочатку розглянемо питання про те, які бувають методи збору даних та наскільки інформація, одержана тими чи іншими методами є точною [8].

Отже, до методів збору даних відносяться: пряме спостереження, експеримент, огляд, особисте інтерв'ю, телефонне інтерв'ю, само-анкетування, оформлення анкети тощо. Найпростішим є метод отримання даних прямим спостереженням. У цього методу є багато недоліків: таким чином важко отримати корисну інформацію. Однією перевагою прямого спостереження є відносно невисока його вартість. Дорожчий, але кращий шлях отримати дані — експеримент. Звідси виникло поняття «експериментальні» дані. При опитуванні не завжди можуть бути дані надійними. На відміну від інших методів збору, особисте інтерв'ю має переваги, щоб дістати більш правдиві відповіді. Інтерв'юер може прояснити питання під час опитування і тому більш імовірно, що відповіді на них будуть менш некорисними. Головний недолік — вони дорожчі в порівнянні з іншими методами.

Головною причиною для дослідження вибірки замість сукупності є витрати. Статистичні висновки дозволяють робити заключення (висновки) про параметри сукупності, на підставі вибірки, яка в порівнянні з розмірністю сукупності є абсолютно маленькою. Наприклад, розглянемо вибірку із області управління якістю. Менеджер повинен знати, яка частка елементів продукції, що

виготовляється, є дефектною, щоб гарантувати, що виробничий процес відбувається належним чином. Якщо він це з'ясуватиме безпосередньо перевіркою елементів на якість продукції, то таким чином може знищити всю продукцію. Зрозуміло, що ймовірна пропорція дефектних елементів продукції у вибірці й у сукупності не однакова. Проте, вибірка може давати схожу оцінку сукупності, про яку ми хочемо зробити висновок. Вибірки самоопитування також є упередженими, оскільки опитувані можуть бути зацікавлені у результаті, на відміну від інших членів сукупності. В результаті висновки, одержані таким чином, часто неправильні.

Отже, маючи тільки вибіркові значення, можна лише оцінити, але не визначити точно значення параметрів сукупності чи моделі. Ці оцінки є випадковими і змінюються від вибірки до вибірки. Тому важливо не тільки знати середні оцінки параметрів, знайдені на підставі вибірових даних, але й розуміти міру їх надійності та випадкового розсіювання, яке обумовлено випадковістю процесу формування вибірки. Для цього висуваємо гіпотезу (припущення) про значення генеральної середньої чи про порівняння дисперсій двох нормально розподілених сукупностей, тощо.

Перевірка гіпотез має різноманітне застосування, як у бізнесі і економіці, так і у багатьох інших сферах. Перевірка гіпотез — основна процедура підведення підсумків про поведінку генеральної сукупності.

Часто буває необхідним знати закон розподілу досліджуваної ознаки генеральної сукупності. Якщо закон розподілу невідомий, але є міркування для припущення його певного вигляду (назвемо його A , де в якості A може виступати рівномірний, показниковий, нормальний розподіл тощо), тоді висувають *гіпотезу H : ознака генеральної сукупності розподілена за законом A* . У цій гіпотезі мова йде про вигляд невідомого розподілу.

Іноді закон розподілу ознаки генеральної сукупності відомий, але його параметри (числові характеристики) невідомі. Якщо є міркування припустити, що невідомий параметр θ дорівнює певному значенню θ_0 , то висувають *гіпотезу H : $\theta = \theta_0$* . Ця гіпотеза вказує на припущену величину параметра відомого розподілу.

Можливі також інші гіпотези: про рівність параметрів ознак двох різних розподілів, про незалежність вибірок тощо.

Статистичні гіпотези поділяють на **параметричні та непараметричні**. В **параметричних** статистичних гіпотезах містяться твердження про значення параметрів генеральної сукупності. Всі інші статистичні гіпотези називають **непараметричними**.

Розв'язання кожної задачі перевірки статистичних гіпотез завжди починається з визначення **основної та альтернативної гіпотез**. Основну гіпотезу називають **нульовою гіпотезою** та позначають H_0 . Одночасно з основною гіпотезою H_0 завжди розглядають **альтернативну їй гіпотезу** H_1 , яка конкурує з нульовою гіпотезою.

Перевірка нульової гіпотези H_0 проводиться статистичними методами, тому її називають **статистичною перевіркою гіпотези**. Основна нульова гіпотеза, яка на початковому етапі перевірки завжди вважається вірною, в дійсності може бути як вірною, так і помилковою. Тому, за результатами статистичної перевірки нульової гіпотези може бути прийняте як вірне, так і помилкове рішення. Вірне рішення може бути прийнято у двох випадках: коли, за результатами перевірки не відхиляється вірна нульова гіпотеза та відхиляється хибна нульова гіпотеза. Помилкове рішення може бути прийнято теж у двох випадках: коли відхиляється вірна нульова гіпотеза та не відхиляється хибна. Або, інакше кажучи, в результаті прийняття помилкового рішення можуть бути допущені **помилки двох типів**:

- 1) буде відхилено вірну нульову гіпотезу (помилка першого типу);
- 2) не буде відхилено хибну нульову гіпотезу (помилка другого типу).

Отже, доцільно відрізнити як гіпотези H_0 і H_1 , так і наслідки помилок першого та другого типів, які виникають при перевірці статистичних гіпотез.

Розглянемо ці питання на прикладі перевірки достовірності гіпотези H_0 у сфері світового кримінального права.

Коли особа звинувачується у злочині, вона постає перед судом. Звинувачення передає випадок злочину на розгляд суду присяжних, який має винести вирок на основі наданих доказів. Фактично, присяжними здійснюється перевірка двох гіпотез. Перша гіпотеза: відповідач винен, друга гіпотеза: відповідач невинен. Яку з них позначити за нульову, а яку за альтернативну? Оскільки в кримінальному судочинстві завжди діє презумпція невинуватості, основною припущеною гіпотезою буде наступна

гіпотеза: H_0 : *відповідач не винен*. Альтернативною або досліджуваною буде гіпотеза: H_1 : *відповідач винен*.

Звичайно, присяжні не знають, котра з гіпотез справедлива. Вони мають винести рішення, опираючись на докази, надані як звинуваченням, так і захистом. Існує лише два можливих рішення — засудити чи виправдати відповідача. Мовою статистики, засудження відповідача рівнозначно відхиленню нульової гіпотези на користь альтернативної, або підтвердження присяжними достатності доказів, наданих звинуваченням для висновку про те, що відповідач винен. За умови недостатності доказів для визнання відповідача винним присяжні приймають рішення про його виправдання, що на мові статистики означає «недостатність статистичних доказів для відхилення нульової гіпотези на користь альтернативної».

Помилка першого типу має місце за умови відхилення істинної нульової гіпотези. Згідно наведеного прикладу, помилка першого типу матиме місце за умови засудження невинної особи.

Помилка другого типу має місце за умови невідхилення помилкової нульової гіпотези, або виправдання винного відповідача.

У системі правосуддя засудження невинної особи (помилка першого типу) вважається більш серйозною. Як наслідок, система встановлює, що ймовірність присутності помилки першого типу повинна бути як можна меншою. Це забезпечується тим, що обов'язок доведення вини покладається на звинувачення (звинувачення зобов'язане довести вину, захист не повинен доводити нічого) та інструкціями, які судді дають присяжним визнавати відповідача винним тільки якщо «доказ переважає розумний сумнів». За відсутності достатніх доказів, присяжні мають винести вердикт виправдання, навіть якщо можуть бути деякі докази вини. Як наслідок таких заходів, ймовірність виправдання винних людей досить велика.

Перевірку статистичної гіпотези можна здійснити лише з використанням даних вибірки. Для цього слід обрати деяку випадкову статистичну характеристику (вибіркову функцію), точний або наближений розподіл якої відомий, і за допомогою цієї характеристики здійснити перевірку основної нульової гіпотези.

Як правило, розглядають:

1) перевірки достовірності гіпотез про значення середньої генеральної сукупності, якщо дисперсія генеральної сукупності відома (невідома);

2) перевірка гіпотези про значення ймовірності (частки ознаки) в генеральній сукупності;

3) порівняння дисперсій двох нормально розподілених сукупностей;

4) перевірка гіпотези про порівняння виправленої вибіркової дисперсії з гіпотетичним значенням дисперсій генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом;

5) перевірка гіпотези про порівняння середніх двох генеральних сукупностей тощо.

Весь сенс перевірки гіпотези полягає в тому, щоб зрозуміти, наскільки великим є ризик отримання висновку про відхилення нульової гіпотези тимчасом, коли вона дійсно є вірною. Оскільки для висновку за результатами перевірки гіпотези використовується вибірка, ми повинні прийняти до уваги, що присутня помилка вибірки. Тоді виникає питання: з якою граничною величиною похибки ми бажаємо створити аналіз, з тим, щоб визначити, чи є відхилення між значенням середньої, отримане за результатами вибірки та припущеним нульовою гіпотезою значенням середньої значущим, чи це лише наслідок помилки вибірки? Це питання, на яке дає відповідь вибір рівня значущості.

Аналітик самостійно може обирати рівень значущості для випробування. Але потрібно розуміти, що обираючи 1-відсотковим рівень значущості, в результаті перевірки нульової гіпотези рівно 1% усіх можливих спостережень призведуть до її відхилення. Наприклад, із 100 обчислених за вибірковими даними спостережуваних значень критерію рівно 99 будуть сприяти невідхиленню нульової гіпотези, і лише 1 сприяти її відхиленню. Отже, якщо нульова гіпотеза відхиляється навіть на цьому рівні значущості, то статистичні докази за відхилення нульової гіпотези вважаються достатньо вагомими.

Аналогічно, для 10-тивідсоткового рівня значущості, 10 із 100 обчислених спостережуваних значень критерію будуть підтверджувати, що нульова гіпотеза є хибною, тимчасом, як рівно 90 інших спостережуваних значень критерію будуть сприяти невідхиленню нульової гіпотези.

Після завершення перевірки нульової гіпотези, аналітик має впевнитися, щоб результати перевірки мали економічний сенс. Незалежно від відхилення або невідхилення нульової гіпотези за результатами її статистичної перевірки, якщо отримані висновки не мають економічного сенсу, то аналітику може знадобитися проведення додаткових випробувань, можливо вже з іншою нульовою гіпотезою.

Необхідність перевірки гіпотези про порівняння двох дисперсій виникає досить часто, оскільки дисперсія характеризує такі важливі показники, як точність приладів технологічних вимірювань, точність методів досліджень, ризик інвестицій тощо. Зрозуміло, що найбільшу точність технологічних вимірювань має той прилад, який забезпечує найменше розсіювання результатів вимірювань, тобто має найменшу дисперсію.

Важливе практичне значення має порівняння середніх двох сукупностей. Часто середні результати однієї серії експериментів відрізняються від іншої. Виникає запитання, чи можливо пояснити різницю середніх випадковими помилками експерименту, чи різниця в середніх значеннях викликана деякими закономірностями? В промисловості задача порівняння середніх часто виникає при вибірковому контролі якості однакових виробів, що виготовлені на різних підприємствах, або на одному підприємстві при різних технологічних режимах, у фінансовому аналізі — при порівнянні рівня доходності різних активів тощо.

Слід зазначити, що важливим є встановлення теоретичного закону розподілу: перевірка гіпотези щодо припущеного закону невідомого розподілу в генеральній сукупності. Для розв'язання цієї задачі потрібно визначити вид і параметри закону розподілу. Припущення про вид закону розподілу висувається на підставі деяких формальних властивостей статистичного розподілу: графічного зображення емпіричного розподілу (гістограми частот або полігону вибірки); виконання умов центральної граничної теореми (це свідчить про нормальний закон розподілу випадкової величини); $x_b = \sigma_b$ — це ознака показникового розподілу; якщо $A_s = 0$ і $E_s = 0$ — це свідчить про нормальний закон розподілу.

Параметри розподілу, як правило, невідомі, тому їх заміняють найкращими їхніми оцінками за вибіркою. Як би добре не був підібраний теоретичний закон розподілу, між теоретичним і емпіричним законами можливі розбіжності. Закономірно, що виникає питання: ці розбіжності пояснюються тільки випадковими обставинами, що пов'язані з обмеженою кількістю спостережень, чи вони є суттєвими і пов'язані з тим, що невдало підібрано теоретичний закон. Щоб розв'язати цю задачу про перевірку правильності вибору виду розподілу, погодженості дійсного теоретичного розподілу з емпіричним, застосовують спеціально підібрану випадкову величину — так званий критерій згоди.

Існують різні критерії, які не потребують знати значення параметрів генеральної сукупності. Вони називаються непараметричними критеріями. Основна перевага непараметричних критеріїв полягає в тому, що вони не вимагають виконання припущення про те, що вибірка витягнута з нормально розподіленої сукупності. Крім того, вони простіші в розрахунках, легше інтерпретуються і підходять до широкого кола розподілів генеральної сукупності. Недолік їх полягає в тому, що вони не використовують всю інформацію і менш ефективні, ніж параметричні, тобто непараметричні критерії в порівнянні з параметричними мають трохи меншу потужність, але цей недолік компенсується простішою побудовою вибіркових статистичних.

Отже, параметричні критерії більш ефективні в порівнянні з непараметричними, однак їх можна використовувати для сукупностей, які розподілені за нормальним або близьким до нормального законом. Непараметричні ж критерії використовують при будь-якій формі розподілу. Такими критеріями є: критерій К. Пірсона, О.М. Колмогорова, Б.С.Ястремського, М.В. Смирнова, В.І. Романовського та ін. Найпоширенішим з усіх названих критеріїв (і найпотужнішим) є критерій Пірсона. Він забезпечує мінімальну ймовірність похибки другого роду у порівнянні з іншими критеріями згоди.

Висновки з проведеного дослідження. Отже, сучасна економічна наука не може існувати без математичних і статистичних методів, застосування яких в економіці дає змогу будувати економіко-математичні моделі, оцінювати їхні параметри та переві-

ряти твердження (гіпотези) про властивості економічних характеристик і форми їх взаємозв'язку.

На підставі наведеного вище аналізу та високих вимог, які висуває держава до кваліфікації фахівців економічного профілю, вважаємо, що важливим є введення до навчальних планів і програм КНЕУ курсу «Застосування методів математичної статистики до аналізу економічних даних» у розширеному вигляді для оволодіння студентами, аспірантами основами теорії й практики вибіркового обстеження, перевірки статистичних гіпотез, методами регресійного аналізу.

Автори статті планують продовжити розкривати розпочату тему дослідження у подальших статтях. Саме вимоги ринку і освітніх послуг в умовах Болонського процесу потребують нових підходів до розробки освітніх програм і курсів.

Література

1. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. — М.: Бнити, 1998.
2. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике: Учебник// Под общ. ред. д. э. н., проф. А.В. Сидоровича; МГУ им. М.В. Ломоносова. — М.: Изд-во «Дело и Сервис», 2001. — 368 с.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Юнити — Дана, 2000.
4. Мак Томас. Математика рискованого страхування / Пер. с нем. — М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2005. — 432 с.
5. Ниворожкина Л.И., Морозова З.А. Математическая статистика с элементами вероятностей в задачах с решениями: Учебное пособие. — М.: ИКЦ «МарТ», 2005. — 608 с.
6. Орлов А.И. Теория принятия решений: Учебное пособие. — М.: Изд-во «МарТ», 2004. — 656 с.
7. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. Ч. І. Мікроекономіка: навч. посіб. — К.: Вища шк., 2004. — 262 с.
8. Gerbal Keller. Statistics for management and economics. — South-Western GENGAGE Learning. — 889 s.

Статтю подано до редакції 16.03.12 р.