

DOI: [10.32702/2307-2105-2020.7.60](https://doi.org/10.32702/2307-2105-2020.7.60)

УДК 519.86 +330.46

Ю. В. Коляда,

*к. т. н., доцент математики, професор кафедри економіко-математичного моделювання, Державний вищий навчальний заклад «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана», Київ
ORCID ID: 0000-0003-3474-8706*

Т. Л. Кмитюк,

*к. е. н., доцент кафедри економіко-математичного моделювання, Державний вищий навчальний заклад «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана», Київ
ORCID ID: 0000-0001-5262-856X*

І. Ф. Шатарська,

*старший викладач кафедри економіко-математичного моделювання, Державний вищий навчальний заклад «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана», Київ
ORCID ID: 0000-0001-7070-9718*

СИСТЕМА МЕТОДІВ ТА МОДЕЛЕЙ ОЦІНЮВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ЧИСЛОВОЇ МІРИ ЕКОНОМІЧНОГО РИЗИКУ

Yu. Kolyada

PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Economic and Mathematical Modeling Department, Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Kyiv

T. Kmytiuk

PhD in Economics, Associate Professor of the Economic and Mathematical Modeling Department, Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Kyiv

I. Shatarska

senior lecturer of the Economic and Mathematical Modeling Department, Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman, Kyiv

SYSTEM OF METHODS AND MODELS FOR ESTIMATING NONLINEAR DYNAMICS OF THE NUMERICAL MEASURE OF ECONOMIC RISK

На підставі аналітичної залежності зв'язку між ризиком та інерційністю економічної системи встановлюється послідовність оцінок показника ризикованості раціональної стратегії з урахуванням наявності чи відсутності фактору персистентності прибутковості обраної раціональної стратегії з оцінюванням показника Херста. Це дозволяє досліджувати динаміку ризику із плином часу, протягом якого відбуваються події і процеси в економічних системах з урахуванням ступеня невизначеності – ентропії. як певної міри невпорядкованості економічного об'єкту, що є відкритою системою.

Використовуючи класичну модель нелінійної динаміки (модель «жертва-хижак») – систему рівнянь Вольтерри-Лотки, в роботі отримано аналітичні формули оцінювання кількісної міри ризику поведінки суб'єкта прийняття рішень, який в антагоністичному ринковому

середовищі може бути як «жертвою», так і «хижаком» у довільний момент часу для випадку двовимірних (площинних) динамічних моделей економіки.

Risk assessment of the economic event has always attracted the attention of a wide range of economists. It is important for the rational activity of the subject of making strategic economic decisions to prevent possible unsuccessful business results in the future or correct / compensate the losses. Practical activities require, as far as possible, a certain quantitative assessment of the above factors.

Of course, such assessment will only be approximate, and the problem of studying of risk dynamics over time, during which events and processes occur in economic systems, as an urgent and in-demand practice, arises.

This task is still relevant, because the demands of the modern economy bring forward the ability of evaluation opportunities the persistence (stability) of the economic indicator, the dynamics of variability of events, the ability to predict the nature of their development in the transition from one economic state to another.

One of the possible ways to radically improve the management of the viability of the economic system is the digital economy, which is based on three main components: models - the means of their study - computational experiment tools (computer implementation of models and algorithms of their qualitative and quantitative analysis).

The digital economy contributes to a systematic (deep and comprehensive) analysis of the economic system as a nonlinear dynamic system, with deep direct and inverse hierarchical connections between its components and the external environment, which are characterized by the global of interaction, the coexistence of fleeting elements and elements of slow action.

It is known that rational decisions making under conditions of uncertainty, incomplete information, conflict and the risk caused by them, the scheme of playing with the economic environment - the market, which may be in one of n mutually exclusive states is used $\theta_j \in \Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$.

The game matrix is written in the form of the evaluation functional $F^+ = \|f_{kj}^+\|$, the elements of which f_{kj} ($k = 1 \dots, m; j = 1 \dots n$) are the value of the profit of marketing strategies $s_k \in S = (s_1, s_2, \dots, s_m)$ provided that the economic environment is in one of the states θ_j .

The assessment of these possible states of the external economic environment is formed by information flows in it, depends on the quality of the study: its analysis and conclusions. But often the values of the estimation functional are considered without taking into account: changes in time and the corresponding change in f_{kj} values, that is, it is important to take into account the aging factor of information, the presence and change over time of the entropy factor, as a degree of disorder of an economic object that is an open system.

The study of the dynamics of entropy of economic systems, as open systems, is quite promising: a change in entropy leads to a change in the choice of marketing strategy of companies, their budget, ordering stocks, changes in a certain structure of networks and cash flows circulating in them, etc.

As a quantitative measure of risk assessment of the chosen strategy, you can choose the Hurst exponent H , the value of which characterizes the presence or absence of persistence - the stability of the values of the time series of a particular economic indicator.

Risk management involves, in addition to minimize the negative effects of threats and risks, the creation of preconditions for balanced functioning, namely sustainable development, even under conditions of risk, rather than avoiding the latter. In addition, the worsening of qualitative and quantitative indicators of the enterprise and are the result of reduced risk resistance and imbalance.

The risk is associated with overcoming uncertainty and randomness in a situation of inevitable choice by the decision-maker engaged in business activities in the market, i.e in conditions of not just existing conflict, but in conditions of fierce competition and antagonistic interests. Therefore, taking into account the systemic nature of nonlinear interactions of economic system factors should be based on the use of a dynamic model of antagonistic nature, the classical model of nonlinear dynamics ("predator-prey" model) – Lotka-Volterra system of equation at any time for two-dimensional (planar) dynamic models of economics.

The materials of the article will contribute to the preventive assessment of the nonlinear dynamics of the numerical measure of economic risk.

Ключові слова: *цифрова економіка, нелінійна економіка, ентропія, модель «жертва-хижак», динаміка економічного ризику, кількісний аналіз ризику*

Key words: *digital economy, nonlinear economy, entropy, predator-prey model, economic risk dynamics, quantitative risk analysis*

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими або практичними завданнями. Для раціональної діяльності суб'єкта прийняття стратегічних управлінських рішень важливе значення має запобігання можливих невдалих результатів господарювання в перспективі чи виправлення / компенсація отриманих збитків. Практична діяльність потребує, наскільки це можливо, певного кількісного оцінювання зазначених вище факторів. Зрозуміло, таке оцінювання буде лише наближеним, і сповна постає проблема дослідження динаміки ризику із плином часу, протягом якого відбуваються події і процеси в економічних системах, як нагальна та витребувана практикою.

Це завдання вимагає використання адекватного математичного інструментарію, бо сучасна економіка кваліфікується як нелінійна система з глибокими прямими і зворотними гетерархічними зв'язками між своїми складовими та зовнішнім середовищем, яким притаманні глобальність взаємодії, співіснування швидкоплинних елементів та елементів уповільненої дії, інколи калейдоскопічний перебіг економічних подій.

Запити сучасної економіки на перший план висувують можливості оцінювання персистентності (стійкості) економічного показника, динаміки змінюваності подій, уміння передбачати характер їхнього розвитку в процесі переходу від одного економічного стану до іншого.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Уважне вивчення як монографій, так і журнальної літератури [1] - [5] з дослідження проблем економічного ризику, свідчить про глибоке і досить повне концептуального змісту підґрунтя, яке передує формалізації проблеми його оцінювання. При цьому сповна постає проблема дослідження динаміки ризику із плином часу, протягом якого відбуваються події і процеси в економічних системах, як нагальна й витребувана економічною практикою. Це вимагає дослідження їх, як нелінійних і динамічних систем, що потребує адекватного математичного інструментарію, що і було зроблено у роботах [8] - [11], в яких покладений початок вирішенню даної проблеми

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується стаття. Практично єдиною можливістю докорінного поліпшення управління життєздатністю економічної системи є цифрова економіка, яка ґрунтується на трьох «китах»: моделі – засоби їх вивчення – інструментарій обчислювального експерименту. Цифрова економіка надає сучасній економіці можливість використовувати інструментарій комп'ютерної реалізації цих моделей та алгоритмів для якісного та кількісного аналізу проблем дослідження стратегій прийняття рішень

Економічний ризик пов'язаний із подоланням невизначеності та випадковості в ситуації неминучого вибору суб'єктом прийняття рішень, який займається підприємницькою діяльністю на ринку, тобто за умов не просто існуючої конфліктності, а за умов жорсткої конкуренції та антагоністичності інтересів. А це і висуває на перший план знання динаміки змінюваності подій, уміння передбачати характер їхнього розвитку в процесі переходу від одного економічного стану до іншого за допомогою інструменту, адекватного вимогам нелінійної глобальної економіки.

Постановка завдання. Метою статті є продовження дослідження проблеми використання відомого в теорії економічного ризику відносної оцінки міри ризику $\frac{\sigma(X)}{M(X)}$, де $M(X)$ – математичне сподівання випадкової величини X – значення економічного показника, $\sigma(X)$ – середньо квадратичне відхилення від нього, в оцінюванні динаміки ризику із часом, протягом якого відбуваються події і процеси в економічних системах з урахуванням ступеня невизначеності – ентропії, як певної міри неупорядкованості економічного об'єкту, що є відкритою системою з урахуванням наявності чи відсутності фактору персистентності прибутковості обраної раціональної стратегії з оцінюванням показника Херста.

Використовуючи класичну модель нелінійної динаміки (модель «жертва-хижак»), отримати аналітичні формули оцінювання кількісної міри ризику поведінки суб'єкта прийняття рішень, який в антагоністичному ринковому середовищі може бути як «жертвою», так і «хижаком» у довільний момент часу для випадку двовимірних (площинних) динамічних моделей економіки.

Викладення основного матеріалу. Як відомо, для прийняття раціональних рішень за умов невизначеності, неповноти інформації, конфліктності та зумовленого ними ризику використовується схема гри з економічним середовищем – ринком, яке може перебувати в одному з n взаємовиключних станів $\theta_j \in \Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$. Матриця гри записується у виді функціонала оцінювання $F^T = \|f_{kj}^+\|$, елементами якого f_{kj}^+ ($k = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$) є значення прибутку управлінських стратегій $s_k \in S = (s_1, s_2, \dots, s_m)$ за умови, що економічне середовище перебуває в одному зі станів θ_j

Оцінка цих можливих станів зовнішнього економічного середовища формується інформаційними потоками в ньому, залежить від якості проведеного дослідження: його аналізу та висновків. Але часто значення функціонала оцінювання розглядаються без урахування:

✓ зміни часу і відповідної зміни значень f_{kj} , тобто велике значення має врахування фактору старіння інформації [4],

✓ наявності та, знову ж таки, зміни в часі фактору *ентропії*, як певної міри неупорядкованості економічного об'єкту, що є відкритою системою.

➤ Обґрунтування прийняття найкращого (з позиції найбільш прибуткового та найменш ризикованого) рішення можна здійснити з використанням низки спеціальних критеріїв, зокрема, модифікованого [2]. Так, за модифікованим критерієм оптимальна стратегія s_{k_0} може визначатися умовою:

$$\Phi^+(s_{k_0}; P; \lambda) = \max_{s_k \in S} \Phi^+(s_k; P; \lambda) = \max_{s_k \in S} [B^+(s_k; P) - k \cdot Risk(s_k; P)], \quad (1)$$

$$\bullet B^+(s_k; P) = \sum_{j=1}^n p_j f_{kj}^+, \text{ -- значення очікуваної прибутковості для різних стратегій } s_k \in S, \mathbf{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n) =$$

$(p(\theta_1), p(\theta_2), \dots, p(\theta_n))$ – розподіл ймовірностей станів θ_j економічного середовища;

• за величину $Risk(s_k; P)$ позначено одну з оцінок ступеня ризику;

• коефіцієнт $k = f(\lambda; \gamma)$ можна трактувати в якості своєрідної плати за ризик: чим більшим буде його значення, тобто чим більшою є ціна ризику, тим меншим буде значення очікуваного прибутку, при цьому

✓ γ – це суб'єктивна оцінка ставлення до ризику особи, яка приймає управлінське рішення; показник $\gamma = \gamma(\alpha)$ є функцією ймовірності α небажаного значення економічного показника – певного встановленого рівня економічного ефекту, недосягнення якого трактується як небажана подія;

✓ λ – показник об'єктивності існуючої невизначеності та зумовленого нею ризику, в якості цього показника можна використовувати оцінку величини *ентропії* – певної міри неупорядкованості, неусталеності об'єкту спостережень (це поняття пов'язане зі змінами енергії системи – її втратами, розсіюванням в навколишньому середовищі [7]).

Зв'язок між показниками суб'єктивної й об'єктивної складової коефіцієнта k може бути як адитивним, так і мультиплікативним в залежності від можливості відобразити структуру невизначеності, яка породжує ризик.

Найчастіше за міру невизначеності такого об'єкту використовується, зокрема, *ентропія Шеннона*, яка визначається як математичне сподівання питомої кількості інформації, необхідної для подолання невизначеності:

$$H(P) = - \sum_{k=1}^m p_k \cdot \log_b p_k, \quad (2)$$

де n – кількість елементів даної системи;

m – кількість можливих станів, в яких кожен з цих елементів може знаходитись;

$p_k = p(\theta_k), k = 1, 2, \dots, m$ – імовірність знаходження елемента у стані $\theta_k \in \Theta$.

Зауваження. У дослідженнях поведінки економічних систем саме поняття ентропії економічного об'єкту може трактуватися по різному [4]:

✓ ентропія – кількісний показник безпорядку, міра зайвої роботи для досягнення визначеної мети, частка некорисних побічних явищ в процесі певного виду діяльності;

✓ ентропія замкненої економічної системи – це міра господарського порядку-безпорядку за часовий цикл взаємодії щодо реалізованих стабільних та дестабілізованих режимів економічного об'єкта тощо.

За теорією дисипативних структур І. Пригожина усталеному стану системи відповідає мінімальне значення ентропії (близьке до нуля), а за умов впливу зовнішніх факторів, які протидіють стану рівноваги, ентропія зростає. Максимальна ентропія за відсутності додаткових обмежень відповідає випадку рівної ймовірності всіх можливих станів (сценаріїв), в яких можуть перебувати локальні сегменти ринку. Ліквідація розбіжностей (зменшення контрастів) між цими станами пов'язана зі зменшенням кількості станів, тобто зі спрощенням економічної системи. Якщо в системі зменшилася кількість реально можливих станів (імовірності яких суттєво відрізняються від нуля), то відповідно знизиться й кількісна оцінка ентропії [7].

Модифікований критерій фактично виступає в ролі своєрідної згортки інформації, дозволяючи знайти компроміс між прибутком і ризиком – тобто раціональну стратегію s_{k_0} . Для цієї стратегії можна оцінити зміну значень $\Phi^+(s_{k_0}; P; \lambda)$ протягом часу T , доки вона залишатиметься оптимальною, в певному сенсі стійкою до ризику. Наскільки довго обрана стратегія залишатиметься оптимальною, в певному сенсі стійкою до ризику? Зрозуміло, доки $\Phi_t^+(s_{k_0}; P; \lambda) \geq \varepsilon$, де $\varepsilon > 0$ – певний допустимий рівень, нижня межа отримання прибутку (рис. 1).

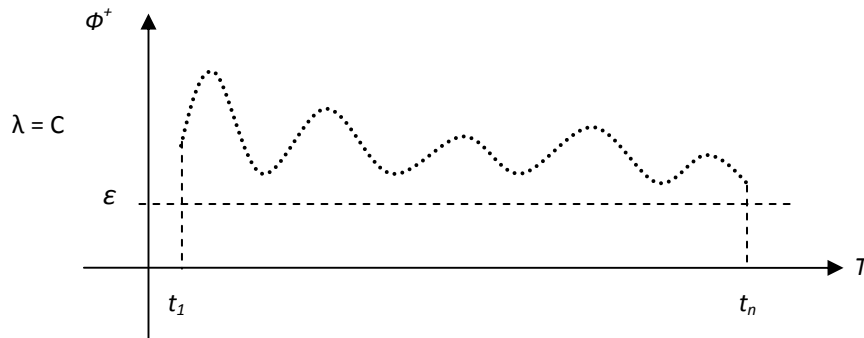


Рис. 1. Коливний характер зміни значень Φ^+ із плином часу

Досліджувати слід не тільки оптимальну стратегію, а й стратегії «близькі» до неї за значенням $\Phi^+(s_k; P; \lambda)$, які через певний час можуть покращити свій результат, і тоді відбудеться перехід до іншого кращого рішення. Але все це розглядалося для сталого значення λ , а, в свою чергу, цей показник теж може змінюватися і вносити суттєві зміни в «поведінку» стратегій-рішень.

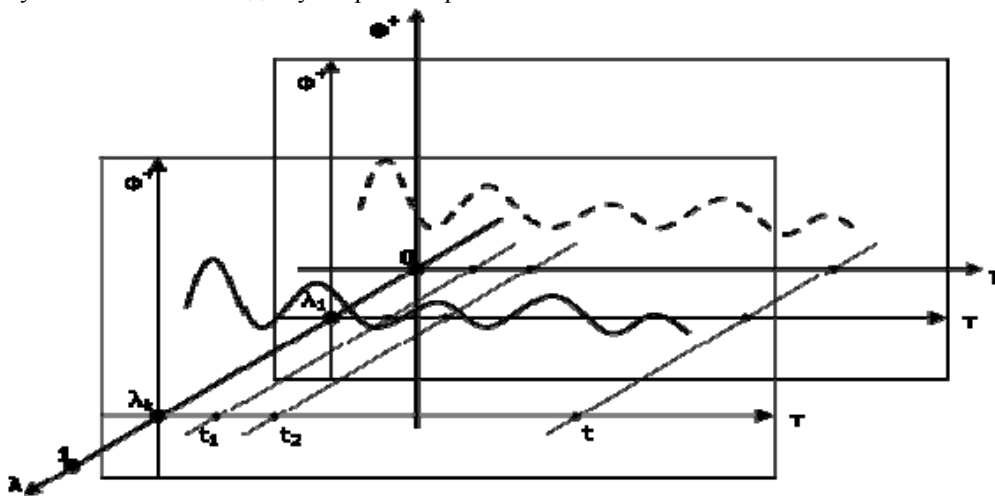


Рис. 2. Зміна значень Φ_k^+ для різних значень ентропії

Тобто дослідження обраної оптимальної стратегії і «сусідніх» з нею доцільно проводити паралельно в двох напрямках щодо зміни значень

$$\Phi_o^+ = \Phi^+(s_{ko}; P; \lambda) \text{ і } \Phi_k^+ = \Phi^+(s_k; P; \lambda):$$

для різних значень ентропії $\lambda \in [0; 1]$ і в часі $t \in [t_0; T]$ для сталого значення ентропії.

Тоді стратегія s_{ko} залишатиметься для часу t на проміжку $[t_0; T]$ оптимальною, доки $\Phi_o^+ > \Phi_k^+$ для різних значень t і λ . Крім того, стратегія s_{ko} є найбільш стійкою, ризикостійкою до зміни в часі, коли $\Delta \Phi_t^+ \rightarrow \min$.

На нашу думку, дослідження динаміки ентропії економічних систем, як відкритих систем, є досить перспективним: зміна ентропії призводить до зміни вибору маркетингової стратегії компанії, їхнього бюджету, впорядкування запасів, зміни певної структури мереж і грошових потоків, які в них циркулюють тощо.

Тобто використання ентропії в системі кількісних оцінок ризику щодо обґрунтування прийняття раціонального рішення, визначення ризикостійкості обраної стратегії є досить важливим фактором.

➤ В якості кількісної міри оцінювання ризикостійкості обраної стратегії можна обрати показник Херста H , величина якого і характеризує наявність або відсутність персистентності – стійкості значень часового ряду певного економічного показника:

$$\frac{R}{S} = \left(\frac{\tau}{2}\right)^H, \quad (3)$$

де $R(\tau)$ – розмах часового ряду за період часу τ , а S – його стандартне відхилення:

$0,5 \leq H \leq 1$ – наявна персистентність – стійкість значень часового ряду присутня;

$0 \leq H < 0,5$ – наявна антиперсистентність – стійкості значень часового ряду немає.

Ми вже пропонували оцінювати показник ризикованості раціональної стратегії s_k у виді:

$$Rtsk(s_k) = \frac{\Phi_{\max}^{(k)} - \Phi_{\min}^{(k)}}{(\Phi_{\max}^{(k)} + \Phi_{\min}^{(k)})/2} \cdot 100\%, \quad (4)$$

де $\Phi_{\max}^{(k)}$, $\Phi_{\min}^{(k)}$ відповідно означають максимальне і мінімальне значення модифікованого критерію для раціональної стратегії s_k .

$$\begin{aligned}
 Rlsk(s_k) &= \frac{\Phi_{\max}^{(k)} - \Phi_{\min}^{(k)}}{\frac{\Phi_{\max}^{(k)} + \Phi_{\min}^{(k)}}{2}} \cdot 100\% \leq \\
 &\leq \frac{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^H \cdot s}{\Phi_{\min}^{(k)}} \cdot 100\% = Rlsk_1(s_k) \quad \text{або} \\
 &\leq \frac{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^H \cdot s}{\Phi_{\max}^{(k)}} \cdot 100\% = Rlsk_2(s_k) \quad \text{і} \\
 &\leq \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^H \cdot s \cdot 100\% = Rlsk_3(s_k).
 \end{aligned}$$

Тобто $Rlsk_2(s_k) \ll Rlsk_1(s_k) \ll Rlsk_3(s_k)$. (5)

Цим самим було зроблено спробу розрахунків значень певної **послідовності оцінок** показника ризикованості раціональної стратегії s_k із урахуванням наявності чи відсутності фактору стійкості значень часового ряду – модифікованого критерію, що дозволяє говорити про можливість дослідження динаміки ризику із плином часу, протягом якого відбуваються події і процеси у економічних системах.

Зрозуміло, що значення $\Phi_{\min}^{(k)}$ не повинне наближатися до нуля. Наявність таких можливих значень свідчатиме про катастрофічний рівень ризику і мови про стійкість до ризику обраних стратегій вже не йтиме.)

Нескладні перетворення нерівності $Rlsk(s_k) \leq \frac{\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^H \cdot s}{\Phi_{\min}^{(k)}} \cdot 100\%$ дозволяють отримати цікаву оцінку самого показника Херста (за умови додатності $\log\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)$):

$$H \geq \frac{\log \frac{Rlsk(s_k) \cdot \Phi_{\min}^{(k)}}{s \cdot 100\%}}{\log\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)}. \quad (6)$$

За умови врахування виразу $Rlsk(s_k) = \frac{\Phi_{\max}^{(k)} - \Phi_{\min}^{(k)}}{(\Phi_{\max}^{(k)} + \Phi_{\min}^{(k)})/2} \cdot 100\%$ і обраної основи логарифма, рівної двом, отримуємо нерівність:

$$H \geq \frac{\log_2(\Phi_{\max}^{(k)} - \Phi_{\min}^{(k)}) - \log_2(\Phi_{\max}^{(k)} + \Phi_{\min}^{(k)}) - \log_2 s + \log_2 \Phi_{\min}^{(k)} + 1}{\log_2 \tau - 1}. \quad (7)$$

Як відомо, *стійкість підприємства* – здатність підприємства зберігати організацію та виконувати свої функції, протистояти негативним впливам ризикованих чинників зовнішнього та внутрішнього середовища, перебуваючи при цьому у стані динамічної рівноваги [5]. Характерною рисою таких систем є їхня здатність впливати на навколишнє середовище, що супроводжується формуванням додаткових ресурсних потоків.

Управління ризикостійкістю передбачає, окрім мінімізації негативних впливів загроз і ризиків, створення передумов для рівноважного функціонування, тобто стійкого розвитку, навіть за умов ризику, а не уникнення останнього. Крім того, погіршення якісних і зниження кількісних показників діяльності підприємства і є результатом зниження ризикостійкості та порушення стану рівноваги.

➤ Але, крім цього, запити прикладної економіки на перший план висувають знання динаміки змінюваності подій, уміння передбачати характер їхнього розвитку в процесі переходу від одного економічного стану до іншого за допомогою інструменту, адекватного вимогам нелінійної глобальної економіки.

Як відомо, ризик пов'язаний із подоланням невизначеності та випадковості в ситуації неминучого вибору суб'єктом прийняття рішень, який займається підприємницькою діяльністю на ринку, тобто за умов не просто існуючої конфліктності, а за умов жорсткої конкуренції та антагоністичності інтересів. Тому урахування системного характеру нелінійних взаємовпливів факторів економічної системи слід проводити на підставі використання динамічної моделі антагоністичного характеру, яка знайшла багато різноманітних застосувань і стала класичною для теорії та практики математичного моделювання економічних процесів, – класична модель нелінійної динаміки (модель «жертва-хижка») – система рівнянь *Вольтерри-Лотки*

Зазначена нелінійна динамічна модель) має вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy, \\ \dot{y} = -cx + dxy, \end{cases} \quad (8)$$

де змінні $x=x(t)$ та $y=y(t)$ є відповідно «жертвою» та «хижаком» з певними початковими умовами $x_0 = x(t_0)$ та $y_0 = y(t_0)$;

✓ їхні похідні $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ та $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ по незалежній змінній t є швидкостями змінюваності обсягів популяцій;

✓ коефіцієнти a, b, c, d є певними скалярними величинами.

Структурно ця модель нагадує класичну одновимірну логістичну модель, будучи її узагальненням – два рівняння логістичного виду пов'язані між собою. Цей підхід принципово відрізняється від загальноживаного підходу в теорії економічного ризику, бо є поширенням на випадок двовимірних (площинних) динамічних моделей економіки.

Заміною змінних: $x = \frac{\alpha}{a}u$, $y = \frac{\alpha}{b}v$, $t = \frac{\tau}{\alpha}$ класична система рівнянь Вольтерри-Лотки записується у безрозмірному вигляді з одним скаляром γ :

$$\begin{cases} \dot{u} = u - uv, \\ \dot{v} = -\gamma v + uv, \end{cases} \quad (9)$$

де змінні $u = u(\tau)$ та $v = v(\tau)$ описують відповідно поведінку «жертви» та «хижака», \dot{u}, \dot{v} – перші похідні по змінній τ характеризують змінюваність кількості «жертв» та «хижаків» із плином безрозмірного часу τ , а коефіцієнт $\gamma = \frac{c}{a}$.

Можна отримати аналітичний вираз кількісної міри ризику поведінки динамічної траєкторії «хижака» $v = v(\tau)$ в залежності від чисельності «жертв».

Загальний інтеграл диференціального рівняння,

$$\frac{du}{dv} = \frac{u(1-v)}{v(-\gamma+u)}, \quad (10)$$

до якого зводиться динамічна модель (9), записується у виді:

$$u - \gamma \ln u = \ln v - v + C$$

або

$$e^u \cdot u^{-\gamma} = v \cdot e^{-v} \cdot C, \quad (11)$$

де величина C – цілком визначувана стала інтегрування [].

Щоб отримати вираз для змінної v , використаємо апроксимацію $e^u \cong 1 + v$.

$$v \cong \frac{e^u}{C \cdot u^{-\gamma} - e^u}, \quad (12)$$

тобто змінна v приймає значення, не менші лівій частини, яка є своєрідною нижньою межею. Також має виконуватися нерівність $C \geq \frac{e^u}{u^{-\gamma}}$ (такий контроль здійснюється в процесі моделювання).

Для оцінювання міри ризику поведінки «хижака» скористаємося апроксимацією:

$$R(V) = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{(V_{\max} + V_{\min})/2}$$

Зрозуміло, що V_{\min} детермінується початковим значенням u_0 , тобто має місце рівність:

$$V_{\min} = \frac{e^{u_0}}{C \cdot u_0^{-\gamma} - e^{u_0}}$$

Але можна скористатися і виразом: $V_{\min} = \frac{e^{u_0}}{C \cdot u_0^{-\gamma}}$

Що стосується V_{\max} , то ця величина зростає із плином часу, тому приймаємо:

$$V_{\max} = \frac{e^u}{C \cdot u^{-\gamma} - e^u}$$

Після алгебраїчних перетворень формула для $R(V)$ набуває остаточного виду

$$R(V) = 2 \cdot \left(1 - \frac{2}{e^{u-u_0} \left(\left(\frac{u_0}{u} \right)^{\gamma} + 1 \right)} \right), \quad (13)$$

де мають місце апостеріорні обчислення в процесі моделювання на підставі математичної моделі (8).

Звідси отримуємо вираз кількісної міри ризику поведінки динамічної траєкторії «хижака» $v = v(\tau)$ в залежності від чисельності жертв.

$$R(V) \geq 2 \cdot (1 - 2e^{u_0-u}). \quad (14)$$

Аналогічно можна отримати вираз кількісної міри ризику поведінки динамічної траєкторії «жертви» $u = u(\tau)$, використавши загальний інтеграл (11) відносно змінної $u = u(\tau)$:

$$e^u \cdot u^{-\gamma} = v \cdot e^{-v} \cdot C$$

За допомогою апроксимації $e^u \cong 1 + u$ отримується нерівність

$$(1+u)u^{-\gamma} \geq v \cdot e^{-v} \cdot C,$$

$$u^{1-\gamma} \leq v \cdot e^{-v} \cdot C$$

Піднесенням до степеня $(\frac{1}{1-\gamma})$ останньої нерівності матимемо такий вираз

$$u \leq (Cv \cdot e^{-v})^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (15)$$

Як вже зазначалося, зв'язок між ризиком та інерційністю економічної системи, прикметними рисами її успішного функціонування, оцінюється за формулою:

$$Risk(C_k) = \frac{P_{max} - P_{min}}{(P_{max} + P_{min})/2} \text{ де}$$

де P – певний показник ефективності функціонування економічної системи впродовж проміжку часу $[t_0; T]$, P_{max} , P_{min} – відповідно є максимальним і мінімальним значенням цього показника за досліджуваний період.

Унаслідок алгебраїчних перетворень ця формула набере виду:

$$Risk(P) = 2 - \frac{\frac{1}{P_{max} + 1}}{\frac{1}{P_{min}}}, \quad (16)$$

Якщо розглядати процес розвитку довільного економічного об'єкту, то на підставі цієї формули можна характеризувати стабільність цього процесу або можливість настання кризи:

- коли $P_{max} = P_{min}$, то $Risk(P) = 0$, що є цілком природньо – ніякого ризику для усталеного розвитку економічної системи немає;
- для $\frac{P_{max}}{P_{min}} = 3$ маємо $Risk(P) = 1$;
- якщо величина P_{max} зростає, то відношення $\frac{P_{max}}{P_{min}}$ і знаменник дробу збільшується, а дріб зменшується, тобто $Risk(P) \rightarrow 2$.

Тобто маємо числовий критерій настання кризи у процесі усталеного розвитку економічної системи. Дійсно, якщо інтерпретувати відношення $\frac{P_{max}}{P_{min}}$ як ступінь поділу населення на багатих і бідних, тобто поляризації суспільства, то формула (7) вказує на зародження і розвиток стану соціальної кризи.

Використовуємо формулу кількісної міри ризику, яка для дослідження моделі поведінки «жертви» набуває виду:

$$Risk = \frac{u_{max} - u_{min}}{\frac{u_{max} + u_{min}}{2}} \quad (17)$$

Зрозуміло, що для $u_{min} = u(0)$ і $u_{max} = (Cv \cdot e^{-v})^{\frac{1}{1-\gamma}}$ на підставі нерівності (15). Після підстановки цих виразів та алгебраїчних перетворень отримаємо вираз для обчислення кількісної міри ризику настання події, яка відповідає поведінці «жертви», де $v_0 = v(0)$:

$$Risk \leq \frac{2}{[1 + \frac{v_0 e^v}{v \cdot e^{v_0}}]^{\frac{1}{1-\gamma}}} \quad (18)$$

Якщо знехтувати одиницею в знаменнику, то матимемо такий вираз:

$$Risk \leq \frac{2}{(\frac{v_0 e^v}{v \cdot e^{v_0}})^{\frac{1}{1-\gamma}}} \quad (19)$$

або

$$Risk \leq 2 \cdot \left(\frac{v_0}{v} \cdot e^{v-v_0} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

Звідси випливає, що кількісна міра ризику динамічної траєкторії $u(\tau)$, будучи залежною від поведінки «хижака» $v(\tau)$, має відповідну оцінку зверху:

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розробок за даним напрямом. Цифрова економіка сприяє системному (глибокому і всебічному) аналізу діяльності економічної системи, як нелінійної динамічної системи, з глибокими прямими і зворотними ієрархічними зв'язками між своїми складовими та зовнішнім середовищем, яким притаманні глобальність взаємодії, співіснування швидкоплинних елементів та елементів уповільненої дії; надає можливість використовувати інструментарій комп'ютерної реалізації моделей складних економічних систем та відповідних алгоритмів для якісного та кількісного аналізу проблем дослідження економічних стратегій. Матеріали статті сприятимуть превентивному оцінюванню нелінійної динаміки числової міри економічного ризику.

На підставі відомої в теорії економічного ризику відносної оцінки міри ризику $\frac{r(x)}{N(x)}$ показано використання показника ризикованості раціональної стратегії

$$Risk(P) = \frac{P_{max} - P_{min}}{(P_{max} + P_{min})/2},$$

де P – певний показник ефективності функціонування економічної системи на проміжку часу $[t_0; T]$, P_{max} , P_{min} – відповідно є максимальним і мінімальним значенням цього показника за досліджуваний період, і отримано:

✓ послідовності оцінок показника ризикованості раціональної стратегії s_k із урахуванням наявності чи відсутності фактору стійкості значень часового ряду – модифікованого критерію, що дозволяє говорити про можливість дослідження динаміки ризику із плином часу, протягом якого відбуваються події і процеси в економічних системах,

✓ оцінку показника Херста, як показника персистентності (стійкості) часового ряду економічного показника – прибутковості обраної раціональної стратегії;

✓ аналітичні формули оцінювання кількісної міри ризику поведінки суб'єкта прийняття рішень, який в антагоністичному ринковому середовищі може бути як «жертвою», так і «хижаком» у довільний момент часу для випадку двовимірних (площинних) динамічних моделей економіки.

Список літератури.

1. Економічний ризик: ігрові моделі: Навч. посібник / В.В.Вітлінський, П.І.Верченко, А.В.Сігал, Я.С.Наконечний; Під ред. В.В.Вітлінського. – К.: КНЕУ, 2002. – 445 с.
2. В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко. Ризикологія в економіці та підприємстві: Монографія. – К.: КНЕУ, 2004. – 480с.
3. М.В. Кузубов, О.М. Єдинак, Н.Л. Овандер. Моделювання економічних і еколого- економічних процесів: Монографія. – К.:КСУ, 2010. – 170с.
4. А.Ю. Чаленко. Самоорганизация и энтропия в природе и экономике.//<http://www.kapital-rus.ru/articles/article/211036/>.
5. М.В. Карпунцов. Ризикостійкість підприємства. – «Актуальні проблеми економіки» № 3/ 2008.
6. В.В. Вітлінський, Ю.В. Коляда, Т.В. Кравченко. Моделі економічної динаміки: навч. посіб. [Електронний ресурс] / – К.: КНЕУ, 2018. – 332с.
7. В.В. Вітлінський, І.Ф. Шатарська. Прийняття раціональних маркетингових рішень із урахуванням кількісного оцінювання ризику. – VI Міжнародна школа-симпозіум «АМУР» -2012, Севастополь, с.93-97.
8. Ю.В. Коляда, І.Ф. Шатарська. Врахування фактору персистентності у кількісній оцінці маркетингових ризиків.- «Маркетинг в Україні», №4, 2014.
9. Коляда Ю.В., Шатарська І.Ф. «Динаміка економічного ризику для класичної логістичної моделі» / Збірник матеріалів XI науково-практичної конференції «Моделювання та прогнозування економічних процесів», Київ, НТУУ КПІ, 2017р., ст.43-45.
10. Коляда Ю.В., Шатарська І.Ф. «Аналітичне оцінювання ризику поведінки змінних моделі Вольтерри-Лотки» / Збірник матеріалів VIII науково-практичної конференції «Економіка підприємства: сучасні проблеми теорії та практики», Одеса, 13-14 вересня 2019 р.
11. Коляда Ю.В., Шатарська І.Ф., Кравченко В.Л. «Межі варіативності динаміки числової міри економічного ризику» / Збірник матеріалів II науково-методичної конференції «Цифрова економіка», Київ, КНЕУ, 17-18 жовтня 2019.

References.

1. V.V. Vitlinskyi, P.I. Verchenko, A. V. Sihal, Ya.S. Nakonechnyi (2002) *Ekonomichnyi ryzyk: ihrovi modeli* [Economic risk: game models]. Kyiv: KNEU (in Ukrainian)
2. V.V. Vitlinskyi, H.I. Velykoivanenko (2004) *Ryzykologhiia v ekonomitsi ta pidpriemnytstvi* [Riscology in economics and business]. Kyiv: KNEU (in Ukrainian)
3. M.V. Kuzubov, O.M. Yedynak, N.L. Ovander (2010) *Modeliuvannia ekonomichnykh i ekoloho-ekonomichnykh protsesiv* [Modeling of economic and ecological-economic processes]. Kyiv: KSU (in Ukrainian)
4. A.Yu. Chalenko (2012) *Samoorganizatsiia i entropiia v prirode i ekonomike* [Self-organization and entropy in nature and economics]. Available at: <http://www.kapital-rus.ru/articles/article/211036/>.
5. M.V. Karpuntsov (2008) *Ryzykostiikist pidpriemstva*. [Risk resistance of the enterprise] *Actual problems of the economy* vol.3
6. V.V. Vitlinskyi, Yu.V. Koliada, T.V. Kravchenko (2018) *Modeli ekonomichnoi dynamiky* [Models of economic dynamics]. Kyiv: KNEU (in Ukrainian)
7. V.V. Vitlinskyi, I.F. Shatarska (2012) *Pryiniattia ratsionalnykh marketynhovykh rishen iz urakhuvanniam kilkisnoho otsiniuvannia ryzyku* [Making rational marketing decisions based on quantitative risk assessment] *Proceedings of the VI International School Symposium "AMUR"* Sevastopol: "AMUR" pp. 93-97
8. Yu.V. Koliada, I.F. Shatarska (2014) *Vrakhuvannia faktoru persystentnosti u kilkisnii otsintsi marketynhovykh ryzykiv* [Taking into account the persistence factor in the quantitative assessment of marketing risks] *Marketing in Ukraine* vol.4
9. Kolyada Yu.V., Shatarska I.F (2017) *Dynamika ekonomichnoho ryzyku dlia klasychnoi lohystychnoi modeli* [Dynamics of economic risk for the classical logistics model] *Proceedings of the XI scientific-practical conference "Modeling and forecasting of economic processes"*, Kyiv: NTUU KPI pp.43-45.
10. Koliada Yu.V., Shatarska I.F (2019) *Analitychne otsiniuvannia ryzyku povedinky zminnykh modeli Volterry-Lotky* [Analytical risk assessment of the behavior of variables of the Lotka- Volterra model] *Proceedings of*

the VIII scientific-practical conference "Business Economics: modern problems of theory and practice (Ukraine, Odessa, September 13-14), Odessa

11. Koliada Yu.V., Shatarska I.F., Kravchenko V.L. (2019) Mezhi variatyvnosti dynamiky chyslovoi miry ekonomichnoho ryzyku [Limits of variability of the dynamics of the numerical measure of economic risk] *Proceedings of the II scientific-methodical conference "Digital Economy"* (Ukraine, Kyiv, October 17-18), Kyiv, KNEU.

Стаття надійшла до редакції 14.07.2020 р.