

УДК 658:519.86

DOI 10.33111/ sedu.2021.48.096.113

*Коцюба Олексій Станіславович\****НОВІТНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПІДХОДИ ДО МОДЕЛЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ В УПРАВЛІННІ ПІДПРИЄМСТВОМ: ІСТОРИЧНИЙ, КОНЦЕПТУАЛЬНИЙ ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНИЙ АСПЕКТИ**

**Анотація.** Стаття присвячена нечітко-множинному й інтервальному підходам до моделювання невизначеності в межах проблематики з управління підприємством. Розглянуто вузлові події зародження та розвитку теорії нечітких множин, основні етапи становлення й розвитку нечітко-множинного підходу як прикладної методології. Окремо увагу приділено економічним застосуванням теорії нечітких множин, у тому числі стосовно прикладних задач з управління підприємством. Висвітлено історичний, концептуальний та інструментальний аспекти інтервальної методології, яка ґрунтується на апараті інтервальної математики або аналізу, як ще одного значущого підходу до моделювання невизначеності в економіці та бізнесі. Представлені у публікації відомості переконливо свідчать, що і теорію нечітких множин, й інтервальний аналіз нині визначають високий ступінь розвиненості їх теоретико-концептуального базису та інструментально-прикладної складової. Разом з тим, питання подальшого формування й розвитку даних методологій зберігає свою актуальність.

**Ключові слова:** невизначеність; управління підприємством; теорія нечітких множин; нечітка величина; міра можливості; інтервальний аналіз.

**Вступ.** У сфері економіки та управління економічними системами, у тому числі підприємствами, проблема невизначеності належить до категорії найфундаментальніших. Наявність принципово неусувної невизначеності під час підготовки управлінських рішень зумовлює систематичний ризик неефективного (нерезультативного) управління, коли поставлені цілі виявляються не досягнутими. Звідси, раціональне, орієнтоване на забезпечення його подальшого існування та прибутковості, управління підприємством має ґрунтуватися на обов'язковому врахуванні факторів невизначеності та ризику.

Протягом тривалого, в історичній перспективі, періоду часу статус ексклюзивного наукового підходу до кількісного моделювання невизначеності належав теорії імовірностей. Предмет теоретико-ймовірнісної методології становить невизначеність, яка інтерпретується як стохастичність або випадковість. Сферою дії класичної (традиційної) теорії імовірностей виступають масові, однорідні явища, які характеризуються так званою статистичною стійкістю [11].

\* Коцюба Олексій Станіславович — канд. екон. наук, доцент, доцент кафедри бізнес-економіки і підприємництва, ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана», ORCID 0000-0002-8159-0772, [oleksii.kotsiuba@kneu.ua](mailto:oleksii.kotsiuba@kneu.ua)

При розв'язанні багатьох питань у межах управління підприємством, і передусім тих, що стосуються інноваційної та інвестиційної діяльності, інформаційна ситуація, з якою стикається зацікавлена особа (суб'єкт прийняття рішення, експерт), не відповідає правилам застосування імовірно-статистичних методів. Результатом досліджень, спрямованих на подолання розриву між потенціалом традиційної теорії імовірностей, яка спирається на частотно-статистичну методологію, і структурою невизначеності, властивій економічним реаліям, стало створення концепції так званих суб'єктивних імовірностей, які не мають частотної основи, а трактуються як ступінь упевненості або віри суб'єкта управління. Логічна коректність процедури знаходження суб'єктивних імовірностей забезпечується наявністю спеціального математичного апарату, який сьогодні містить у своєму складі кілька груп методів (див. щодо цього, наприклад, [31]).

**Постановка завдання.** Окрім теорії суб'єктивних імовірностей у другій половині минулого сторіччя майже одночасно і незалежно один від одного було запропоновано ще два підходи до моделювання нестохастичної невизначеності, однією з важливих сфер практичного використання яких стала проблематика управління в економіці й бізнесі. Йдеться про теорію нечітких множин та інтервального аналізу (математику) [59; 69]. На цей час на рівні проблематики з управління підприємством використання зазначених підходів набуло помітного розвитку стосовно задач стратегічного аналізу, бюджетування, фінансового аналізу, економічного обґрунтування інвестиційних проектів, оптимізації фінансових інвестицій та ін. [16; 23; 33; 42].

Отже, метою даної публікації є узагальнюючий огляд історичних, концептуальних та інструментальних аспектів теорії нечітких множин та інтервального аналізу як новітніх підходів до формалізованого врахування невизначеності в управлінні підприємством.

**Результати.** Висвітливо спочатку зазначені вище аспекти для підходу до моделювання невизначеності на основі теорії нечітких множин.

Датою народження теорії нечітких множин прийнято вважати 1965 рік, коли професором Каліфорнійського університету в м. Берклі Лотфі Аскером Заде в журналі "Інформація та управління" ("Information and Control") була опублікована новаторська стаття "Нечіткі множини" ("Fuzzy Sets") [69]. У цій роботі Л. А. Заде розширив класичне (канторівське) поняття множини, поклавши, що в загальному випадку характеристична функція, яка в його теоретичних побудовах отримала назву функції належності, може набувати будь-яких значень в інтервалі від 0 до 1, а не лише 0 та 1. Множини зазначеного виду були названі ним нечіткими (fuzzy). Там само Л. А. Заде, враховуючи напрацювання теорії звичайних ("чітких") множин, визначив і дослідив властивості базових операцій над нечіткими множинами, ввів поняття нечіткого відношення, опуклості нечіткої множини та ін.

З точки зору змістовної інтерпретації нечіткі множини слід розуміти як такі множини, межа яких не є точно фіксованою, на кшталт "множина розумних людей", "множина великих споруд", "множина видатних музичних творів" тощо. Формально нечітка множина може бути представлена як сукупність впорядкова-

них пар, складених з елементів розглядуваної універсальної множини (універсуму) і ступенів належності, які їм відповідають [24, с. 34], тобто, якщо якщо  $A$  – нечітка множина, задана на множині дійсних чисел, тоді:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in \mathfrak{R}, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]\},$$

де  $x$  – число (елемент) з множини дійсних чисел;  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  – ступінь належності числа  $x$  нечіткій множині  $\tilde{A}$  (ступінь належності задається в інтервалі від 0 до 1, функція  $\mu_{\tilde{A}}(x): \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$ , яка його визначає, називається функцією належності).

Концепція нечіткої множини послужила потужним імпульсом для фундаментальних і прикладних досліджень, у межах яких за невеликий строк були одержані узагальнення основних понять класичних (традиційних) теорій множин, логіки, а також арифметики. Дальші дослідження на основі ідеї формалізації нечіткості, здійснені самим Л. А. Заде, а також іншими вченими, привели до появи і розвитку спектра нових теоретичних напрямів і підходів, які узяті разом втілили парадигмальний зсув у багатьох наукових та інженерних сферах. Теоретична конструкція нечіткої множини зробила можливим створення математичного апарату для моделювання тих проявів невизначеності, які не входять до предметного поля ймовірнісної методології.

У 1970-му році Лотфі Заде спільно з Річардом Беллманом написали роботу “Прийняття рішень у нечітких умовах”, у якій було розглянуто проблему прийняття рішення, коли цілі та обмеження характеризуються нечіткістю і можуть бути описані за допомогою нечітких множин. Згідно з підходом, сформульованим названими вченими, у зазначеній ситуації рішення являє собою результат злиття цілей і обмежень, або, якщо говорити більш строго, на рівні відповідних формалізмів, нечітку множину, одержану як перетин нечітких множин, які репрезентують цілі та обмеження. Спроможність запропонованого підходу була продемонстрована Л. А. Заде та Р. Е. Беллманом на прикладах задач з багатокроковим процесом прийняття рішення [5].

У 1973-му році в праці “Основи нового підходу до аналізу складних систем і процесів прийняття рішень” Л. А. Заде вводить поняття лінгвістичної змінної та розробляє математичний апарат оперування цією конструкцією у висловлюваннях та умовиводах [19]. Стосовно останнього вчений формулює складене правило висновування для висловлювань, пропозиціональні змінні яких описуються нечіткими множинами. Згідно з авторським означенням під лінгвістичною змінною слід розуміти таку змінну, “значеннями якої є висловлювання природною або формальною мовою” [19, с. 5]. У межах формалізмів нечітко-множинної методології лінгвістична змінна будується за схемою: “нечітка множина – нечітка змінна – лінгвістична змінна”.

Концепція лінгвістичної змінної позиціонується Л. А. Заде як альтернатива традиційним (загальноприйнятим) методам аналізу систем, в яких бере участь людина. Такі системи він називає гуманістичними. Свій підхід Л. А. Заде аргументує тезою, означеною ним як принцип несумісності. Його суть полягає у то-

му, що “чим складнішою є система, тим меншою мірою ми здатні давати точні й водночас практично значущі судження про її поведінку. Для систем, складність яких перевищує деякий пороговий рівень, точність і практичний сенс стають майже взаємовиключними характеристиками” [19, с. 7]. Як сфери ефективного використання підходу до підтримки прийняття рішень на основі лінгвістичної змінної Л. А. Заде називає економіку, менеджмент, ціноутворення, медицину, біологію, психологію, лінгвістику та ін. У циклі публікацій з трьох частин під спільною назвою “Поняття лінгвістичної змінної і його застосування до прийняття наближених рішень” (1975–1976), підготовлених ним невдовзі, дана методологія набула свого подальшого розвитку [20].

Послідовна реалізація інструментарію лінгвістичної змінної стосовно класичної логіки дозволила Л. А. Заде закласти в представлених вище працях теоретичні основи її розширення, названого ним і відомого нині як нечітка логіка. З часом ідеї управління на основі апарату нечіткої логіки були втілені, зокрема, в технології нечітких контролерів (регуляторів).

У 1978 р. публікується чергова новаторська стаття Л. А. Заде “Нечіткі множини як основа теорії можливостей” [68]. У межах концепції, яка обґрунтовується автором у цій роботі, категорія можливості розглядається як така, що має істотно відмінне порівняно з категорією ймовірності змістовне навантаження, і дозволяє характеризувати ситуації невизначеності, які не передбачають частотної інтерпретації, тобто не можуть бути кількісно проаналізовані з позиції класичної теорії ймовірностей. Згідно з спеціальним прикладом, на якому Л. А. Заде пояснює своє бачення відмінності між ймовірністю та можливістю, остання відображає “ступінь легкості”, з якою може бути реалізований даний захід, досягнутий даний результат. Зауважимо, що в цілому контекст використання категорії можливості у розглядуваній роботі не вичерпується лише зазначеним трактуванням, що й зрозуміло. Дійсно, на якомусь одному прикладі, навіть дуже яскравому і влучному, важко представити всю повноту змісту деякої складної категорії. Звертаючись до формалізмів теорії нечітких множин, Л. А. Заде пропонує і розвиває ідею можливості та доцільності інтерпретації у певних ситуаціях функції належності як функції розподілу можливостей. Опрацювання такого підходу приводить до побудови можливісної міри, для якої функція розподілу можливостей на основі функції належності являє собою її вичерпну характеристику. При можливісній інтерпретації нечітких множин нечіткі величини, під якими слід розуміти нечіткі множини, задані на дійсній числовій прямій, і, відповідно, їх різновид – нечіткі числа, виступають як величини можливісні. В цілому, запропонована Л. А. Заде можливісна інтерпретація нечітких множин дозволяє оперувати нечіткими математичними об'єктами як в сенсі теорії нечітких множин, так і в сенсі теорії можливостей.

За теперішнього часу теорія можливостей на основі теорії нечітких множин являє собою повноцінний напрям математики. Разом з тим, сьогодні не існує якогось єдиного варіанта побудови цієї теорії [18; 40; 47]. Слід також зауважити, що використання нечітких величин (чисел) для оцінювання фінансово-економічних параметрів і критеріїв ефективності інвестиційних проектів ґрунтується, так чи

інакше, саме на найбільшій інтерпретації даного інструментарію. Важливий аспект реалізації можливої методології на основі теорії нечітких множин в інвестиційному аналізі втілює підхід до вимірювання ризику за нечіткими оцінками критеріїв ефективності як ступеня можливості незадовільних (негативних, небажаних) економічних (фінансових) результатів (наслідків) аналізованого інвестиційного проекту, їх невідповідності цільовому (бажаному, запланованому) або гранично припустимому (пороговому, критичному) рівню.

У процесі становлення і розвитку нечітко-множинної методології можна виокремити декілька етапів, які характеризуються такими здобутками та тенденціями (на основі [6; 8; 24–27; 32; 34; 45; 54]).

1. 1965 р. – середина, кінець 1970-х років: первинне формування основ теорії нечітких множин, нечіткої логіки, нечіткої арифметики та інших напрямів нечітко-множинної методології. Змістовне ядро даного етапу становлять роботи, які належать Л. А. Заде (див. вище), а також Р. Е. Беллману, М. Сугено, Д. Дюбуа, А. Праду, Р. Р. Ягеру, Дж. К. Беждеку, К. В. Негойце, Д. А. Ралеску, С. Наміасу, Х. Т. Нгуєну та ін. [48–53; 60–67].

2. Кінець 1970-х років – кінець 1980-х, початок 1990-х років.

По-перше, у зазначений період продовжується активна дальша розбудова теоретичних засад і математичного апарату нечітко-множинної методології. Серед іншого американським ученим Б. Е. Коско в опублікованій у 1986-му році статті були запропоновані так звані нечіткі когнітивні карти, які являють собою нечітко-множинне розширення звичайних когнітивних карт [56]. Нагадаємо, що призначенням когнітивних карт є моделювання різних за своєю природою складних динамічних систем. Формально когнітивна карта – це орієнтований зважений граф, який описує причинно-наслідкові зв'язки (каузальні співвідношення) між структурними елементами (атрибутами, факторами) досліджуваного об'єкта (системи). Ще один важливий здобуток пов'язаний з науковою та практичною діяльністю М. Земанкової, якою у період 1983–1985 рр. була розроблена і реалізована перша нечітка система реляційних баз даних [70].

По-друге, визначальною тенденцією аналізованого етапу є практичне використання нечітко-множинного підходу в промисловості та інших сферах економіки. Як її точку відліку може бути прийнято 1973-й рік, коли І. Х. Мамдані та С. Ассіліаном було спроектовано перший так званий нечіткий (у даному випадку під цим мається на увазі такий, що ґрунтується на нечіткій логіці) контролер (регулятор) для лабораторного парового двигуна [58]. У 1978-му (за іншими даними – у 1980-му) році датською компанією FLSmidt, яка спеціалізується на розробленні технологій і виготовленні устаткування для гірничодобувної, збагачувальної та цементної промисловості, було здійснене промислове впровадження нечіткого контролеру, яке вважається першим, для управління процесом випалу цементу. Зазначена система була спроектована і реалізована Л. П. Холмбладом і Й.-Й. Остергаардом [55]. До наведеного можна додати, що починаючи з 1987-го року управління рухом поїздів метрополітену у м. Сендай (Японія) здійснюється на основі нечіткого контролеру, розробленого фірмою «Хітачі».

По-третє, з розглядуваним періодом пов'язують перші дослідження та практичні спроби стосовно використання інструментальних засобів нечітко-множинної методології для аналізу, моделювання і управління у сфері економіки та фінансів. Як ключові або помітні фігури тут виступають Дж. Дж. Баклі, А. Кофман, Х. Хіл Алуха, Г.-Ю. Циммерман, А. М. Хіл Лафуенте та ін. Особливе місце серед ранніх праць зазначеного спрямування посідає монографія А. Кофмана і Х. Хіла Алухи [23], в якій представлено моделі з використанням теорії нечітких множин для широкого спектра задач з управління підприємствами: починаючи від бюджетування, планування капітальних інвестицій, оптимізації заміни устаткування і завершуючи відбором персоналу, аналізом фінансової звітності та довгостроковим прогнозуванням.

3. Початок 1990-х років – дотепер. Даний етап характеризують такі тенденції і вузлові події.

По-перше, має місце дальше вдосконалення та розвиток теоретико-концептуальних аспектів і математичного апарату нечітко-множинної методології. Знаменною подією тут стало доведення у 1992–1993 рр. Б. Е. Коско так званої FA-теорема, згідно з якою будь-яка математична система, яка змістовно виражає зв'язок між “входами” і “виходами”, може бути апроксимована системою, яка ґрунтується на нечіткій логіці [57].

По-друге, поряд з впровадженням засобів автоматичного управління на основі нечітко-множинної методології у промисловості, транспортній та оборонній сферах, вони розробляються і знаходять широке застосування стосовно товарів народного споживання: пральних машин, пілососів, відеокамер, мікрохвильових печей та ін. Пальма першості за цим напрямом належить японській фірмі «Мацусіта», якою у 1991-му році була випущена перша “інтелектуальна” пральна машина, в якій використовуються самокеровані на основі нечітких (нечітко-логічних) алгоритмів датчики і мікропроцесори.

По-третє, в аналізованій період відбувається широке впровадження експертних систем, біржових (торгових) роботів, інших комп'ютерних програм для інтелектуальної підтримки управлінської діяльності в економічній, фінансовій та бізнесовій сферах, основу математичної складової яких становлять формалізми теорії нечітких множин та нечітка логіка. Як відправний пункт тут може бути взято 1990-й рік, коли американською компанією «Гіперлоджик» було створено перший професійний повнофункціональний програмний пакет для розробки прикладних програм (експертних систем) на базі нечіткої логіки SubiCalc. У тому ж самому 1990-му році японською фінансовою корпорацією «Ямаїчі Сек'юрітіз» була завершена і протестована комп'ютерна програма, яка працює на принципах нечіткої логіки, для автоматичного ведення середньо- та довгострокових торговельних операцій з цінними паперами на біржі. Трохи згодом у межах іншого японського підприємства фінансової індустрії, «Фудзі-банку», було розроблено систему на основі нечіткої логіки для автоматичної торгівлі цінними паперами в режимі “on-line”, що є складнішою задачею, ніж та, що була реалізована корпорацією «Ямаїчі Сек'юрітіз».

Наведені вище комп'ютерні програми являють собою складні, комплексні програмні засоби, які потребують компетентної професійної підтримки. Іншим

напрямом практичної реалізації нечітко-множинного підходу в економіці, бізнесі і фінансах є розроблення та використання компактних і простих для опанування комп'ютерних програм, аналітико-інструментальний потенціал яких пов'язаний з апаратом нечіткої арифметики та суміжних з нею складових теорії нечітких множин. Одним з найбільш показових представників програмного забезпечення даного класу є програма FuziCalc, створена американською компанією FuziWare. Функціонально зазначена програма являє собою табличний процесор, тобто сукупність електронних таблиць, який дозволяє проводити розрахунки як з точними, так і з нечіткими даними.

Окремих коментарів потребують особливості становлення та розвитку нечітко-множинної методології в межах СРСР, а нині країн пострадянського простору, у тому числі України.

З концепцією нечітких множин учені СРСР змогли ознайомитися без відставання від своїх західних колег. Більше того, практично одночасно зі статтею "Fuzzy Sets" для журналу "Information and Control" спеціально для радянської наукової спільноти Л. А. Заде підготував ще одну основоположну статтю за даною теорією під назвою "Тіні нечітких множин" [21], яка була передана ним до журналу АН СРСР "Проблеми передачі інформації", в якому вона побачила світ у 1966 р. Переклад ключових термінів описуваної публікації, таких як "нечітка множина", "функція належності" та ін., Л. А. Заде запропонував сам. Окрім цього, перша наукова доповідь, присвячена нечітким множинам, була зроблена Л. А. Заде саме у СРСР, на міжнародній конференції з кібернетики, яка пройшла у 1965 р. Доповідь була позитивно сприйнята радянськими вченими і викликала жваве обговорення [2].

У результаті, в силу як об'єктивних (потреби науки і практики, доступ до здобутків західних дослідників), так і суб'єктивних (готовність і ставлення до ідей нової теорії, налагодження особистих наукових зв'язків) факторів, у СРСР сформувалася та плідно функціонувала потужна наукова школа з теорії нечітких множин та нечіткої логіки. В числі її засновників і представників можна назвати Д. О. Поспелова, О. М. Аверкіна, І. З. Батиршина, О. Ф. Блішуна, В. Б. Сілова, В. Б. Тарасова, О. В. Язеніна, А. М. Борисова, О. В. Алексєєва, О. А. Крумберга, С. О. Орловського та ін. [30; 35–38; 46]. Разом з тим радянські вчені майже не займалися проблематикою економічних застосувань нечітко-множинної методології.

Після розпаду СРСР у державах, які виникли на пострадянському просторі, паралельно із становленням у них економік ринкового типу відбулися відповідні трансформації у структурі науково-дослідної діяльності. Серед іншого це привело до розгортання в них досліджень стосовно застосувань нечітко-множинного підходу для різноманітних задач управління економічними системами. Як вчені, які зробили відчутний внесок у сучасне становлення та розвиток нечітко-множинної методології у сфері економіки на теренах колишнього СРСР, у тому числі України, заслуговують на відзнаку О. О. Недосєкін, О. Є. Алтунін, М. В. Семухін, О. С. Птускін, В. Г. Чернов, П. В. Севастьянов, Л. Г. Димова, Ю. П. Зайченко, В. П. Бочарников, В. В. Вітлінський, А. В. Матвійчук, П. М. Дерв'янка та ін. [4; 7; 9; 14; 16; 22; 28; 32; 39; 43].

Відштовхуючись від результатів проведеного вище огляду, можна стверджувати, що у площині інвестиційного аналізу і бізнес-планування одним з найвагоміших досягнень теорії нечітких множин слід вважати введення нечітких чисел і розроблення апарату нечіткої арифметики. Їх використання дає змогу здійснювати весь обсяг аналітичної роботи та фінансово-економічних обчислень стосовно конкретних задач у зазначених сферах на рівні нечітко-множинних описів, починаючи від оцінювання початкових параметрів і завершуючи знаходженням і аналізом результуючих показників.

Паралельно і великою мірою незалежно від теорії нечітких множин відбувалося виникнення та розвиток інтервального підходу до моделювання невизначеності, коли зацікавлена особа може зазначити лише границі варіювання досліджуваної кількісної характеристики, тобто її належність до деякого інтервалу.

Математичний базис інтервального підходу утворює інтервальна математика або аналіз. Згідно з історичними відомостями та реконструкціями, які наводяться у різних джерелах [3; 12; 29], як провісники інтервального аналізу виступають В. М. Брадис (СРСР), Р. Янг (Великобританія), П. Двайєр (США), М. Вармус (Польща), Т. Сунагу (Японія), Л. В. Канторович (СРСР) та ін.

Особливу роль у генезисі інтервального аналізу відіграє діяльність Р. Е. Мура (США). У 1962-му році ним була підготовлена дисертація, а в 1966-му році – перша монографія [59] за розглядуваним науковим напрямом. Остання послужила відправним пунктом для систематичних досліджень з інтервального аналізу та його застосувань.

У становленні й розвитку методів інтервальної математики може бути виокремлено два напрями [10].

У країнах Заходу, передусім у Німеччині, інтервальна математика розвивалася як засіб автоматичного врахування помилок (похибок) округлення при чисельному розв'язуванні задач за допомогою комп'ютерів. При цьому одержуваний результат реалізується як інтервал, а не точкове значення. Даний напрям було названо інтервальними обчисленнями.

Проблематика інтервальних обчислень може бути зведена до двох груп задач: перша – це перевірка точності наявних алгоритмів, аналіз їх інтервальної збіжності і стійкості, друга – створення нових алгоритмів для розв'язання типових задач, які забезпечують мінімальну помилку інтервального результату. Теоретичний базис інтервальних обчислень становить інтервальна арифметика.

Другий напрям одержав розвиток у СРСР. Радянськими вченими інтервальний аналіз розроблявся як теоретична основа для розв'язування задач практичного спрямування з інтервальною невизначеністю у вихідних даних і параметрах моделей. Головною метою, яка при цьому переслідувалася, було не автоматизація обчислень, а знаходження множини можливих значень результату відповідно до структури даних і функцій, заданих у символічній формі. До цього можна додати, що окреслена постановка задачі виходить за межі потенціалу інтервальної арифметики, внаслідок обмежень, якими характеризується остання.

Після розпаду СРСР шляхом самовідданих зусиль ентузіастів вдалося забезпечити спадкоємність радянської наукової школи інтервального аналізу, а також



подальший поступальний рух цієї науково-практичної галузі на пострадянському просторі.

На цей час як сфери успішного застосування й подальшого розвитку інтервального аналізу можуть бути названі такі три основні напрями [44]:

— строге оброблення й врахування помилок (похибок) округлення при обчисленнях з числами з плаваючою точкою на цифрових електронно-обчислювальних машинах;

— розроблення нових ефективних підходів до розв'язування традиційних математичних задач;

— розв'язування практичних задач, які мають інтервальну невизначеність в даних.

Зазначене можна доповнити розмірковуваннями з цього приводу М. В. Гутовськи, згідно з яким як пріоритетні напрями подальших досліджень і практичної діяльності у сфері інтервальної математики виступають [12]:

широке впровадження інтервальних методів у природничі науки (фізику, астрономію, хімію), а також повсякденну інженерну і ділову (бізнесову) практику;

виявлення і аналіз зв'язків з іншими галузями математики, такими як, наприклад, теорія нечітких множин, математична статистика тощо.

Нинішній етап розвитку інтервальної методології окрім іншого пов'язаний з інтенсивними дослідженнями її економічних застосувань, як теоретичної, так і прикладної спрямованості. У цьому зв'язку слід, зокрема, сказати про формування і плідне функціонування на теренах колишнього СРСР наукових колективів, діяльність яких зосереджена на використанні методів інтервальної математики стосовно проблем аналізу, моделювання та управління економічними системами. Як їх лідерів і помітних представників можна назвати В. В. Домбровського, С. М. Авдеєнка, О. В. Чаусову, О. А. Тарасова, А. В. Джігімон [1; 15; 17; 41].

На окрему відзнаку заслуговують наукові здобутки за розглядуваним напрямом Д. В. Давидова [13]. Наскільки можна судити, йому належить перша на пострадянському просторі докторська дисертація, присвячена інтервальним методам і моделям підтримки прийняття рішень в економіці. Окрім розроблення суто або більшою мірою теоретико-концептуальних і математичних питань, у ній представлено масив авторських моделей, які дозволяють побачити потенціал інтервальної методології для моделювання та управління економічними системами. Серед іншого, в описуваному дослідженні Д. В. Давидовим побудовано інтервальну модель оптимального споживчого вибору, моделі оптимізації виробничої діяльності підприємства на ринках з різним типом конкуренції в умовах інтервальної невизначеності цін ресурсів і продукції, інтервальні моделі короткострокової макроекономічної стабілізації та ідентифікації довгострокових макроекономічних параметрів. Не залишає поза своєю увагою Д. В. Давидов і проблематику фінансових і реальних інвестицій підприємства. Зокрема, ним пропонується модель оптимізації портфеля фінансових активів з інтервально заданими доходностями.

**Висновки.** Підбиваючи підсумки проведеного дослідження, можна констатувати таке.

За теперішнього часу теорія нечітких множин та інтервальний аналіз утворюють математичний базис потужних підходів до моделювання невизначеності, яка не може бути описана за допомогою традиційних імовірно-статистичних методів. Методи та моделі на основі зазначених теорій знаходять своє успішне застосування для широкого кола задач з управління підприємством. У цілому ж значення як теорії нечітких множин, так і інтервального аналізу виходить далеко за межі суто економічної проблематики.

Незважаючи на свою відносну нетривалість, історичний шлях, пройдений кожним з висвітлених у роботі теоретичних підходів, характеризується змістовною насиченістю і припускає виокремлення певних етапів їх становлення та розвитку. І теорію нечітких множин, й інтервальний аналіз визначають сьогодні високий ступінь розвиненості їх теоретико-концептуальної та інструментально-прикладної складових. Водночас, подальше формування й розвиток розглянутих у дослідженні методологій продовжує становити великий науковий і практичний інтерес.

### Література

1. Авдеенко С. Н., Домбровский В. В. Анализ инвестиционных проектов в условиях интервальной неопределенности. *Вестник Томского государственного университета*. 2000. № 271. С. 125–126.
2. Аверкин А. Н., Батыршин И. З., Тарасов В. Б. Лотфи Заде и Россия. URL: <http://zadeh.narod.ru/ABT.html> (дата обращения: 15.07.2018).
3. Алефельд Г., Майер Г. Интервальный анализ: теория и приложения / пер. с англ. Д.Ю. Людвина. URL: <http://www.nsc.ru/interval/Introduction/ISurveyRus.pdf> (дата обращения: 21.06.2018).
4. Алтунин А. Е., Семухин М. В. Расчеты в условиях риска и неопределенности в нефтегазовых технологиях: монография. Тюмень: Изд-во Тюмен. гос. ун-та, 2004. 296 с.
5. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях. *Вопросы анализа и процедуры принятия решений*: сб. переводов / под ред. И.Ф. Шахнова; предисл. Г.С. Поспелова. Москва: Мир, 1976. С. 172–215.
6. Болдырев М. Решение задач с применением нечеткой логики. URL: [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzi\\_i.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzi_i.htm) (дата обращения: 15.07.2018).
7. Бочарников В. П. Fuzzy-технология: математические основы. Практика моделирования в экономике. Санкт-Петербург: Наука, 2001. 328 с.
8. Ведерников В. В. Нечетко-множественное моделирование в анализе и прогнозировании экономических явлений и процессов: исторический аспект. *Проблемы современной экономики*. 2006. № 1–2 (17–18). С. 446–449.
9. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємстві: монографія. Київ: КНЕУ, 2004. 480 с.
10. Вощинин А. П. Интервальный анализ данных: развитие и перспективы. *Заводская лаборатория*. 2002. Т. 68, № 1. С. 118–126.
11. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник. Изд. 10-е, доп. Москва: КД «ЛИБРОКОМ», 2011. 488 с.
12. Гутовски М. В. Красота и сила интервальных методов / пер. с англ.: К. С. Дронов, С. П. Шарый. URL: <http://www.nsc.ru/interval/Introduction/PowerBeauty.pdf> (дата обращения: 21.06.2018).

13. Давыдов Д. В. Интервальные методы и модели принятия решений в экономике: автореф. дис. ... д-ра экон. наук: 08.00.13 / Рос. экон. акад. им. Г. В. Плеханова. Владивосток, 2009. 46 с.
14. Деревянко П. М. Модели и методы принятия стратегических решений по распределению реальных инвестиций предприятия с применением теории нечетких множеств: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13 / С.-Петербург. гос. инж.-экон. ун-т. Санкт-Петербург, 2006. 224 с.
15. Джигимон А. В. Методы измерения риска в условиях интервальной неопределенности. *Информатика и системы управления*. 2010. № 3. С. 61–71.
16. Дилигенский Н. В., Дымова Л. Г., Севастьянов П. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология: монография. Москва: Изд-во «Машиностроение – 1», 2004. 401 с.
17. Домбровский В. В., Чаусова Е. В. Применение интервальных методов в управлении запасами. *Вычислительные технологии*. 2002. Т. 7, № 2. С. 50–58.
18. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике / под ред. С.А. Орловского; пер. с фр. В. Б. Тарасова. Москва: Радио и связь, 1990. 288 с.
19. Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений. *Математика сегодня*: сб. статей / сост. А. В. Шилейко; пер. с англ.: В. А. Горелик, С. А. Орловский, Н. И. Ринго, А. А. Стригалев. Москва: Знание, 1974.
20. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / под ред. Н. Н. Моисеева, С. А. Орловского; пер. с англ. Н. И. Ринго. Москва: Мир, 1976.
21. Заде Л. А. Тени нечетких множеств. *Проблемы передачи информации*. 1966. Т. 2, Вып. 1. С. 37–44.
22. Зайченко Ю. П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах: учеб. пособ. / под общ. ред. М. З. Згуровского. Киев: Слово, 2008. 344 с.
23. Кофман А., Хил Алуха Х. Введение теории нечетких множеств в управлении предприятиями / пер. с исп. предисловие: В. В. Краснопрошин, Н. А. Лепешинский. Минск: Вышэйшая школа, 1992. 224 с.
24. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2003. 736 с.
25. Масалович А. Нечеткая логика в бизнесе и финансах. URL: <https://l.wzm.me/finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy-.htm> (дата обращения: 15.07.2018).
26. Масалович А. Нечеткая логика: на гребне “третьей волны”. URL: [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/ct\\_fuz.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/ct_fuz.htm) (дата обращения: 15.07.2018).
27. Масалович А. Этот нечеткий, нечеткий, нечеткий мир. URL: [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy.htm) (дата обращения: 15.07.2018).
28. Матвійчук А. В. Аналіз та прогнозування розвитку фінансово-економічних систем із використанням теорії нечіткої логіки: монографія. Київ: Центр навчальної літератури, 2005. 206 с.
29. Меньшиков Г. Г., Словцова И. В. Упущенные возможности и возможность наверстать упущенное. *Санкт-Петербургский университет*. 2002. № 28. С. 26–28.
30. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной / А. Н. Борисов и др. Рига: Зинатне, 1982. 256 с.
31. Наумов Г. Е., Подиновский В. В., Подиновский Вик. В. Субъективная вероятность: способы представления и методы получения. Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 5. С. 94–109.

32. Недосекин А. О. Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний: дис. ... д-ра экон. наук: 08.00.13 / Санкт-Петерб. гос. ун-т экономики и финансов. Санкт-Петербург, 2003. 302 с.
33. Недосекин А. О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. Санкт-Петербург: Типография «Сезам», 2002. 181 с.
34. Нечеткие гибридные системы. Теория и практика / Батыршин И. З. и др.; под ред. Н. Г. Ярушкиной. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 208 с.
35. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / А. Н. Аверкин и др.; под ред. Д. А. Поспелова. Москва: Наука, 1986. 312 с.
36. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А. Н. Борисов и др. Москва: Радио и связь, 1989. 304 с.
37. Орловский С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. Москва: Наука, 1981. 208 с.
38. Поспелов Д. А. Ситуационное управление: теория и практика. Москва: Наука, 1986. 288 с.
39. Птускин А. С. Нечеткие модели и методы в менеджменте: учеб. пособ. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 216 с.
40. Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения. Москва: Эдиториал УРСС, 2000. 192 с.
41. Тарасов А. А. Использование интервальных оценок экономическими агентами в процессе выбора: автореф. дис. ... канд. экон. наук: 08.00.13 / Гос. ун-т упр. Москва, 2009. 21 с.
42. Хил Лафуенте А.М. Финансовый анализ в условиях неопределенности / пер. с исп., под ред. Е. И. Велеско, В. В. Краснопрошина, Н. А. Лепешинского. Минск: Тэхналогія, 1998. 150 с.
43. Чернов В. Г. Модели поддержки принятия решений в инвестиционной деятельности на основе аппарата нечетких множеств. Москва: Горячая линия – Телеком, 2007. 312 с.
44. Шарый С. П. Интервальный анализ – современное состояние и перспективы / Ин-т вычислительных технологий СО РАН. URL: <http://www.nsc.ru/interval/Education/Manuals/SShary-RASession.pdf> (дата обращения: 21.06.2018).
45. Штовба С. Д. Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. Москва: Горячая линия – Телеком, 2007. 288 с.
46. Язенин А. В. Нечеткое математическое программирование: учеб. пособ. Калинин: Калинин. гос. ун-т, 1986. 59 с.
47. Язенин А. В. Основные понятия теории возможностей. Москва: Физматлит, 2016. 142 с.
48. Bellman R., Giertz M. On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets. *Information Sciences*. Vol. 5, 1973, P. 149–156.
49. Bellman R. E., Zadeh L. A. Decision-Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*. 1970. Vol. 17, No. 4. P. 141–164.
50. Bezdek J. C. Cluster Validity with Fuzzy Sets. *Journal of Cybernetics*. 1974. Vol. 3, Iss. 3. P. 58–73.
51. Bezdek J. C. Numerical taxonomy with fuzzy sets. *Journal of Mathematical Biology*. 1974. Vol. 1, Iss. 1. P. 57–71.
52. Dubois D., Prade H. Fuzzy real algebra: some results. *Fuzzy Sets and Systems*. 1979. Vol. 2, Iss. 4. P. 327–348.
53. Dubois D., Prade H. Operations on Fuzzy Numbers. *International Journal of Systems Science*. 1978. Vol. 9, No. 6. P. 613–626.

54. Fifty Years of Fuzzy Logic and its Applications / eds.: Tamir D.E., Rishé N.D., Kandel A. Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer International Publishing Switzerland, 2015. 684 p.
55. Holmblad L.P., Ostergaard J.-J. Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic Techniques. *Control science and technology for the progress of society: proceedings of the 8th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Kyoto, Japan, 24–28 August, 1981 / ed. H. Akashi. Vol. 14, Iss. 2. P. 809–814.
56. Kosko B. Fuzzy cognitive maps. *International Journal of Man-Machine Studies*. 1986. Vol. 24, Iss. 1. P. 65–75.
57. Kosko B. Fuzzy Systems as Universal Approximators. *IEEE Transactions on Computers*. 1994. Vol. 43, № 11. P. 1329–1333.
58. Mamdani E. H., Assilian S. An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. *International Journal of Man-Machine Studies*. 1975. Vol. 7, Iss. 1. P. 1–13.
59. Moore R. E. Interval analysis. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1966. XI, 145 p.
60. Nahmias S. Fuzzy variables. *Fuzzy Sets and Systems*. 1978. Vol. 1, Iss. 2. P. 97–110.
61. Negoita C. V., Ralescu D. A. Applications of fuzzy sets to systems analysis. Basel: Springer Basel AG, 1975. 190 p.
62. Nguyen H. T. A note on the extension principle for fuzzy sets. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 1978. Vol. 64, Iss. 2. P. 369–380.
63. Nguyen H. T. On conditional possibility distributions. *Fuzzy Sets and Systems*. 1978. Vol. 1, Iss. 4. P. 299–309.
64. Sugeno M. Fuzzy decision-making problems. *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*. 1975. Vol. 11, No. 6. P. 85–90.
65. Sugeno M. Fuzzy measure and fuzzy integral. *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*. 1972. Vol. 8, No. 2. P. 94–102.
66. Yager R. R. Fuzzy decision making including unequal objectives. *Fuzzy Sets and Systems*. 1978. Vol. 1, Iss. 2. P. 87–95.
67. Yager R. R. Multiple objective decision-making using fuzzy sets. *International Journal of Man-Machine Studies*. 1977. Vol. 9, Iss. 4. P. 375–382.
68. Zadeh L. A. Fuzzy Sets as a basis for theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*. 1978. Vol. 1, No. 1. P. 3–28.
69. Zadeh L. A. Fuzzy Sets. *Information and Control*. 1965. Vol. 8. P. 338–353.
70. Zemankova-Leech M., Kandel A. Fuzzy relational data bases: a key to expert systems. Köln: Verl. TÜV Rheinland, 1984. 180 p.

### References

1. Avdeyenko, S. N., and V. V. Dombrovskiy. “Analiz investitsionnykh proektov v usloviyakh intervalnoy neopredelennosti.” [“Analysis of investment projects in conditions of interval uncertainty”]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta*. No. 271 (2000): 125–126. [in Russian].
2. Averkina, A. N., Batyrshin, I. Z., and V. B. Tarasov. Lotfi Zade y Rossiya. [Lotfi Zade and Russia]. <http://zadeh.narod.ru/ABT.html> (accessed 15.07.2018) [in Russian].
3. Alefeld, H., and H. Maier. *Intervalniy analiz: teoriya i prilozheniya*. [Interval analysis: theory and applications]. <http://www.nsc.ru/interval/Introduction/ISurveyRus.pdf> (accessed 21.06.2018) [in Russian].
4. Altunyn, A. E., and M. V. Semukhyn. *Raschety v usloviyakh riska i neopredelennosti v neftegazovykh tekhnolohiyakh*. [Calculations under conditions of risk and uncertainty in oil and gas technologies.]. Tiumen: Yzd-vo Tiumen. gos. un-ta, 2004. [in Russian].

5. Bellman, R., and L. Zade. *Pryniatiye resheniy v rasplyvchatykh usloviyakh. Voprosy analiza i protsedury pryniatiya resheniy*. [Decision-making in vague conditions. Questions of analysis and decision-making procedures]. Moscow: Mir, 1976: 172–215. [in Russian].
6. Boldyrev, M. Resheniye zadach s primeneniye nechetkoy logiki. [Solving problems using fuzzy logic]. [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzi\\_i.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzi_i.htm) (accessed 15.07.2018). [in Russian].
7. Bocharnikov, V. P. *Fuzzy-tekhnolohiya: matematycheskiye osnovy. Praktika modelirovaniya v ekonomike*. [Fuzzy technology: mathematical foundations. The practice of modeling in economics]. St. Petersburg: Nauka, 2001. [in Russian].
8. Vedernykov, V. V. “Nechetko-mnozhestvennoye modelirovaniye v analize i prognozirovaniy ekonomicheskikh yavleniy i protsessov: istoricheskiy aspekt.” [“Fuzzy-multiple modeling in the analysis and forecasting of economic phenomena and processes: a historical aspect”]. *Problemy sovremennoy ekonomiki*. 1–2 (2006): 446–449. [in Russian].
9. Vitlinskii, V. V., and H. I. Velikoivanenko. *Ryzykolohiia v ekonomitsi ta pidpriyemnytstvi*. [Riskology in economics and entrepreneurship]. Kyiv: KNEU, 2004.. [in Ukrainian].
10. Voshchinin, A. P. “Intervalniy analiz dannykh: razvitiye i perspektivy.” [“Interval data analysis: development and prospects”]. *Zavodskaya laboratoriya*. Vol. 68, no. 1 (2002): 118–126. [in Russian].
11. Gnedenko, B. V. *Kurs teorii veroyatnostey*. [Course of probability theory]. Moscow: KD «LYBROKOM», 2011. [in Russian].
12. Gutovskiy, M. V. Krasota i sila intervalnykh metodov. [The beauty and power of interval methods]. <http://www.nsc.ru/interval/Introduction/PowerBeauty.pdf> (accessed 21.06.2018). [in Russian].
13. Davidov, D. V. Intervalniye metody i modeli priniatiya resheniy v ekonomike. [Interval methods and models of decision making in economics]. Author's ref. dis. ... Dr. Econ. Science: 08.00.13 / Ros. econ. acad. them. G. V. Plekhanov. Vladivostok, 2009. [in Russian].
14. Derevianko, P. M. Modeli i metody prinyatiya strategicheskikh resheniy po raspredeleniu realnykh investitsiy predpriyatiya s primeneniye teoriiy nechetkikh mnozhestv. [Models and methods of making strategic decisions on the distribution of real investment of the enterprise using the theory of fuzzy sets]. Dis. ... cand. econ. Science: 08.00.13 / St.-Peterb. state eng.-econ. un-t. St. Petersburg, 2006. [in Russian].
15. Dzhigimon, A. V. “Metody izmereniya riska v usloviyakh intervalnoy neopredelennosti.” [“Methods of risk measurement in the conditions of interval uncertainty”]. *Informatika i sistemy upravleniya*. 3 (2010): 61–71. [in Russian].
16. Diligenskiy, N. V., Dymova, L. H., and P. V. Sevastiyanov. *Nechetkoye modelirovaniye i mnogokriterialnaya optimizatsiya proizvodstvennykh sistem v usloviyakh neopredelennosti: tekhnolohiya, ekonomika, ekologiya*. [Fuzzy modeling and multicriteria optimization of production systems in conditions of uncertainty: technology, economics, ecology]. Moscow: Yzd-vo «Mashynostroeniye – 1», 2004. [in Russian].
17. Dombrovskiy, V. V., and E. V. Chausova. “Primeneniye intervalnykh metodov v upravlenii zapasami.” [“Application of interval methods in inventory management”]. *Vychislitelniye tekhnologii*. Vol. 7, no. 2 (2002): 50–58. [in Russian].
18. Diubua, D., and A. Prad. *Teoriya vozmozhnostey. Prilozheniya k predstavleniyu znaniy v informatike*. [Theory of possibilities. Applications to the representation of knowledge in computer science]. Moscow: Radio y svyaz, 1990. [in Russian].
19. Zade, L. “Osnovy novogo podkhoda k analizu slozhnykh system i protsessov prinyatiya resheniy.” [“Fundamentals of a new approach to the analysis of complex systems and decision-making processes”]. *Matematika segodniya*. Moscow: Znaniye, 1974. [in Russian].
20. Zade, L. *Ponyatiye lingvisticheskoy peremennoy i yeyo primeneniye k priniatiyu priblizhennykh resheniy*. [The concept of a linguistic variable and its application to approximate decisions]. Ed. N. N. Moiseev, S. A. Orlovskoho. Moscow: Myr, 1976. [in Russian].

21. Zade, L. A. "Teni nechetkikh mnozhestv." ["Shadows of fuzzy sets"]. *Problemy peredachi informatsiyi*. 2 (1) (1966): 37–44. [in Russian].
22. Zaichenko, Yu. P. *Nechetkiye modeli i metody v intellektualnykh sistemakh*. [Fuzzy models and methods in intelligent systems]. Kyiv: Slovo, 2008. [in Russian].
23. Kofman, A., and Alukha Kh. Khil. *Vvedeniye teorii nechetkikh mnozhestv v upravlenii predpriyatiyami*. [Introduction to the theory of fuzzy sets in enterprise management]. Minsk: Vysheishaia shkola, 1992. [in Russian].
24. Leonenkov, A. V. *Nechetkoye modelirovaniye v srede MATLAB i fuzzyTECH*. [Fuzzy modeling in MATLAB and fuzzyTECH]. St. Petersburg: St. Peterburg, 2003. [in Russian].
25. Masalovich, A. Nechetkaya logika v biznese i finansakh. [Fuzzy logic in business and finance]. [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy-.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy-.htm) (accessed 15.07.2018). [in Russian].
26. Masalovich, A. Nechetkaya logika: na grebne "tretey volny". [Fuzzy logic: on the crest of the "third wave"]. [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/ct\\_fuz.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/ct_fuz.htm) (accessed 15.07.2018). [in Russian].
27. Masalovich, A. Etot nechetkiy, nechetkiy, nechetkiy mir. [This fuzzy, fuzzy, fuzzy world]. [https://l.wzm.me/\\_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy.htm](https://l.wzm.me/_finance/tora-centre.ru/library/fuzzy/fuzzy.htm) (accessed 15.07.2018). [in Russian].
28. Matviichuk, A. V. *Analiz ta prohnozuvannia rozvytku finansovo-ekonomichnykh system iz vykorystanniam teorii nechetkoi lohiky*. [Analysis and forecasting of financial and economic systems using the theory of fuzzy logic]. Kyiv: Tsentr navchalnoi literatury, 2005. [in Ukrainian].
29. Menshikov, G. G., and Y. V. Slovtsova. "Upushchenniye vozmozhnosti i vozmozhnost naverstat upushchennoye." ["Missed opportunities and the opportunity to make up for lost time"]. *St-Peterburgskiy universitet*. 28 (2002): 26–28. [in Russian].
30. Borysov, A. N., et. *Modeli priniatiya resheniy na osnove lingvysticheskoy peremennoy*. [Models of decision-making on the basis of a linguistic variable]. Riga: Zinatne, 1982. [in Russian].
31. Naumov, G. E., Podynovskiy, V. V., and Vik. V. "Podynovskiy. Subyektivnaya veroyatnost: sposoby predstavleniya i metody polucheniya." ["Subjective Probability: Methods of Representation and Methods of Obtaining"]. *Izvestiya AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika*. 5 (1991): 94–109. [in Russian].
32. Nedosekin, A. O. Metodologicheskiye osnovy modeirovaniya finansovoy deyatelnosti s ispolzovaniyem nechetko-mnozhestvennykh opisaniy. [Methodological foundations for modeling financial activities using fuzzy-multiple descriptions]. Dis. ... Dr. econ. Sciences: 08.00.13 / St. Petersburg state University of Economics and Finance. St. Petersburg, 2003. [in Russian].
33. Nedosekin, A. O. *Nechetko-mnozhestvenniy analiz riska fondovykh investitsiy*. [Fuzzy-multiple analysis of the risk of stock investments]. St. Petersburg: Typohrafiya «Sezam», 2002. [in Russian].
34. Batyrshin, Y. Z., et. *Nechetkiye gibridniye sistemy. Teoriya i praktika*. [Fuzzy hybrid systems. Theory and practice]. Ed. Yarushkina. Moscow: Fizmatlit, 2007. [in Russian].
35. Averkin, A. N., et. *Nechetkiye mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta*. [Fuzzy sets in control models and artificial intelligence]. Ed. D. A. Pospelov. Moscow: Nauka, 1986. [in Russian].
36. Borysov, A. N., et. *Obrabotka nechetkoy informatsiyi v sistemakh priniatiya resheniy*. [Processing of fuzzy information in decision-making systems]. Moscow: Radio i svyaz, 1989. [in Russian].
37. Orlovskiy, S. A. *Problemy prinyatiya resheniy pri nechetkoy iskhodnoy informatsiyi*. [Problems of decision making with fuzzy initial information]. Moscow: Nauka, 1981. [in Russian].
38. Pospelov, D. A. *Situatsionnoye upravleniye: teoriya i praktika*. [Situational management: theory and practice]. Moscow: Nauka, 1986. [in Russian].

39. Ptuskin, A. S. *Nechetkiye modeli i metody v menedzhmente*. [Fuzzy models and methods in management]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, 2008. [in Russian].
40. Pytev, Yu. P. *Vozmozhnost. Elementy teorii i primeneniya*. [Opportunity. Elements of theory and application]. Moscow: Editorial URSS, 2000. [in Russian].
41. Tarasov, A. A. *Ispolzovaniye intervalnykh otsenok ekonomicheskimi agentami v protsesse vybora*. [The use of interval estimates by economic agents in the selection process]. Author. dis. ... Cand. econom. Sciences: 08.00.13 / State. un-t exercise. Moscow, 2009. 21 p. [in Russian].
42. Khyt Lafuente, A. M. *Finansovyi analiz v usloviyakh neopredelennosti*. [Financial analysis in the face of uncertainty]. Ed. E. Y. Velesko, V. V. Krasnoproshyna, N. A. Lepeshynskoho. Minsk: Tekhnologiya, 1998. [in Russian].
43. Chernov, V. H. *Modeli podderzhki prinyatiya resheniy v investitsionnoy deyatel'nosti na osnove apparata nechetkikh mnozhestv*. [Decision support models in investment activities based on the apparatus of fuzzy sets]. Moscow: Goriachaya liniya – Telekom, 2007. [in Russian].
44. Sharyi, S. P. *Intervalnyi analiz – sovremennoye sostoyanie i perspektivy*. [Interval analysis - current state and prospects]. <http://www.nsc.ru/interval/Education/Manuals/SShary-RASession.pdf> (accessed 21.06.2018). [in Russian].
45. Shtovba, S. D. *Proyektirovaniye nechetkikh sistem sredstvami MATLAB*. [Design of fuzzy systems by means of MATLAB]. Moscow: Horiachaya liniya – Telekom, 2007. [in Russian].
46. Yazenin, A. V. *Nechetkoye matematicheskoye programmirovaniye*. [Fuzzy mathematical programming]. Kalinin: Kalinin. gos. un-t, 1986. [in Russian].
47. Yazenin, A. V. *Osnovniye ponyatiya teorii vozmozhnostey*. [Basic concepts of the theory of possibilities]. Moscow: Fizmatlit, 2016. [in Russian].
48. Bellman, R., Giertz, M. "On the analytic formalism of the theory of fuzzy sets." *Information Sciences*. Vol. 5 (1973): 149–156.
49. Bellman, R. E., Zadeh, L. A. "Decision-Making in a Fuzzy Environment." *Management Science*. Vol. 17, No. 4 (1970): 141–164.
50. Bezdek, J. C. "Cluster Validity with Fuzzy Sets." *Journal of Cybernetics*. Vol. 3, Iss. 3 (1974): 58–73.
51. Bezdek, J. C. "Numerical taxonomy with fuzzy sets." *Journal of Mathematical Biology*. Vol. 1, no. 1 (1974): 57–71.
52. Dubois, D., Prade, H. "Fuzzy real algebra: some results." *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 2, no. 4 (1979): 327–348.
53. Dubois, D., Prade, H. "Operations on Fuzzy Numbers." *International Journal of Systems Science*. Vol. 9, No. 6 (1978): 613–626.
54. *Fifty Years of Fuzzy Logic and its Applications* / eds.: Tamir D.E., Rishe N.D., Kandel A. Heidelberg; New York; Dordrecht; London: Springer International Publishing Switzerland, 2015.
55. Holmblad, L. P., Ostergaard, J.-J. "Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic Techniques". Control science and technology for the progress of society: proceedings of the 8th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control, Kyoto, Japan, 24–28 August, 1981 / ed. H. Akashi. Vol. 14, no. 2 (1981): 809–814.
56. Kosko, B. "Fuzzy cognitive maps." *International Journal of Man-Machine Studies*. Vol. 24, no. 1 (1986): 65–75.
57. Kosko, B. "Fuzzy Systems as Universal Approximators". *IEEE Transactions on Computers*. Vol. 43, no. 11 (1994): 1329–1333.
58. Mamdani, E. H., Assilian S. "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller." *International Journal of Man-Machine Studies*. Vol. 7., no. 1 (1975): 1–13.
59. Moore, R. E. *Interval analysis*. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice-Hall, 1966.
60. Nahmias, S. "Fuzzy variables." *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 1, no. 2 (1978): 97–110.
61. Negoita, C. V., Ralescu, D. A. *Applications of fuzzy sets to systems analysis*. Basel: Springer Basel AG, 1975.



62. Nguyen, H. T. "A note on the extension principle for fuzzy sets." *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. Vol. 64, no. 2 (1978): 369–380.
63. Nguyen, H. T. "On conditional possibility distributions." *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 1, no. 4 (1978): 299–309.
64. Sugeno, M. "Fuzzy decision-making problems." *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*. Vol. 11, No. 6 (1975): 85–90.
65. Sugeno, M. "Fuzzy measure and fuzzy integral." *Transaction of the Society of Instrument and Control Engineers*. Vol. 8, No. 2 (1972): 94–102.
66. Yager, R. R. "Fuzzy decision making including unequal objectives." *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 1, no. 2 (1978): 87–95.
67. Yager, R. R. "Multiple objective decision-making using fuzzy sets." *International Journal of Man-Machine Studies*. Vol. 9, no. 4 (1977): 375–382.
68. Zadeh, L. A. "Fuzzy Sets as a basis for theory of possibility." *Fuzzy Sets and Systems*. Vol. 1, No. 1 (1978): 3–28.
69. Zadeh, L. A. "Fuzzy Sets." *Information and Control*. Vol. 8 (1965): 338–353.
70. Zemankova-Leech, M., Kandel, A. *Fuzzy relational data bases: a key to expert systems*. Köln: Verl. TÜV Rheinland, 1984.

## НОВЕЙШИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В УПРАВЛЕНИИ ПРЕДПРИЯТИЕМ: ИСТОРИЧЕСКИЙ, КОНЦЕПТУАЛЬНЫЙ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЙ АСПЕКТЫ

**Коцюба Алексей Станиславович,**

канд. экон. наук, доцент,

доцент кафедры бизнес-экономики

и предпринимательства,

ГВУЗ «Киевский национальный экономический

университет имени Вадима Гетьмана»

ORCID 0000-0002-8159-0772

**Аннотация.** Статья посвящена нечетко-множественному и интервальному подходам к моделированию неопределенности в рамках проблематики по управлению предприятием. Рассмотрены узловые события зарождения и развития теории нечетких множеств, основные этапы становления и развития нечетко-множественного подхода как прикладной методологии. Особое внимание уделено экономическому применению теории нечетких множеств, в том числе в прикладных задачах управления предприятием. Освещены исторический, концептуальный и инструментальный аспекты интервальной методологии, основанной на аппарате интервальной математики или анализа, как еще одного значимого подхода к моделированию неопределенности в экономике и бизнесе. Представленные в публикации сведения убедительно свидетельствуют, что и теорию нечетких множеств, и интервальный анализ ныне определяют высокая степень развития их теоретико-концептуального базиса и инструментально-прикладной составляющей. Вместе с тем, вопрос дальнейшего формирования и развития данных методологий сохраняет свою актуальность.

**Ключевые слова:** неопределенность; управление предприятием; теория нечетких множеств; нечеткая величина; мера возможности; интервальный анализ.

## LATEST THEORETICAL APPROACHES TO UNCERTAINTY MODELING IN ENTERPRISE MANAGEMENT: HISTORICAL, CONCEPTUAL AND INSTRUMENTAL ASPECTS

**Oleksiy S. Kotsyuba,**

PhD in Economics, Associate Professor,  
Associate Professor of the Department  
of Business Economics and Entrepreneurship,  
SHEI «Kyiv National Economic  
University named after Vadym Hetman»  
ORCID 0000-0002-8159-0772

**Abstract.** The article is devoted to fuzzy-set and interval approaches to modelling uncertainty within the issues of enterprise management. The nodal events of origin and development of fuzzy set theory, the main stages of formation and development of fuzzy-set approach as an applied methodology are considered. Particular attention is paid to the economic application of fuzzy set theory, including in relation to applied problems of enterprise management. The historical, conceptual and instrumental aspects of interval methodology, which is based on the apparatus of interval mathematics or analysis, as another significant approach to modelling uncertainty in economics and business, are highlighted.

It is concluded that fuzzy set theory and interval analysis form a mathematical basis for powerful approaches to modelling uncertainty, which cannot be described using traditional probabilistic-statistical methods. Methods and models based on these theories are successfully used for a wide range of enterprise management tasks.

It is proved that in the field of investment analysis and business planning one of the most important achievements of the theory of fuzzy sets should be considered the introduction of fuzzy numbers and the development of fuzzy arithmetic. Their use allows to carry out the entire volume of analytical work and financial and economic calculations for specific tasks in these areas at the level of fuzzy-multiple descriptions, starting from the assessment of initial parameters and ending with the finding and analysis of the resulting indicators.

In general, the significance of both fuzzy set theory and interval analysis goes far beyond purely economic issues.

The information presented in the publication convincingly proves that both the theory of fuzzy sets and interval analysis now determine the high degree of development of their theoretical and conceptual basis and instrumental-applied component. At the same time, the issue of further formation and development of these methodologies remains relevant.

**Keywords:** uncertainty; enterprise management; fuzzy set theory; fuzzy value; measure of possibility; interval analysis.

*Стаття надійшла до редакції 02.05.2021*