УДК 338.27 : 519.246.8

П. М. Грицюк, *канд. фіз.-мат. наук, здобувач,*
Національний університет водного господарства та природокористування

ПРОГНОЗУВАННЯ ВРОЖАЙНОСТІ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР: ОСОБЛИВОСТІ І МЕТОДИКА

Праця присвячена розробці нових методів прогнозування часових рядів урожайності та порівнянню їх ефективності з нинішніми. Апробацію методів прогнозування проведено на прикладі рядів середньої врожайності озимої пшениці в областях України. Запропоновано методику оцінки точності методів прогнозування.

Ключові слова: часові ряди врожайності, прогнозування, похибка, гармонійна модель, різницеві серії, нейронні мережі, фазовий простір.

Різноманіття і мінливість природно-кліматичних, ґрунтових, економічних і технологічних чинників зумовлюють міжрічні коливання у виробництві сільськогосподарської продукції, які сягають 10 % загального обсягу валового внутрішнього продукту країни [1]. Тому розв’язання проблеми стійкості сільськогосподарського виробництва є одним з найважливіших завдань, що стоять перед агропромисловим комплексом. Особливе значення для підвищення стійкості виробництва в АПК мають прогнози врожайності сільськогосподарських культур річної та більшої завчасності. Такі прогнози можуть забезпечити: ефективне маневрування структурою та розміщенням виробництва; істотне поліпшення зовнішньоторговельної діяльності, здешевлення імпорту і збільшення доходів од експорту продукції АПК; оптимізацію об’ємів та структури резервних фондів і запасів.

Характерною особливістю процесу зерновиробництва в Україні є різке збільшення дисперсії врожайності в останні роки. Ця тенденція може бути пояснена впливом метеорологічних чинників, які зазнають схожих змін [2]. Така поведінка системи збільшує невизначеність і ризик інвестиційних рішень. Якщо вірогідність реалізації критично низької врожайності стає істотною, інвестор може прийняти рішення про зміну інвестиційних планів. Але для цього необхідно мати таку оцінку в річній перспективі.

Найуспішніші прогнози реалізуються, коли побудована адекватна математична модель об’єкта. Методи, спрямовані на побудову моделі, поділяються на дві великі групи:

1) побудова лінійних стохастичних моделей (найбільш популярний їх вид — моделі авторегресії та ковзаючого середнього). Цей напрям дістав спеціальну назву «ідентифікації систем». Найбільш завершеного вигляду набув цей підхід у працях Бокса і Дженкінса, які запропонували модель ARIMA [3];

2) побудова нелінійних динамічних моделей (відображень або звичайних диференціальних рівнянь). Ця методика спирається на ідеї та методи нелінійної динаміки. Вона дістала назву «реконструкція динамічних систем».

Проте в багатьох реальних випадках невідомо, чи існує адекватна модель, і як її слід будувати. Реконструкція реальної системи вимагає значних зусиль, а її прогнозні можливості можуть бути обмежені в силу ляпуновського розбігання фазових траєкторій [4]. Крім того, моделювання динаміки врожайності ускладнюється сильними неврожаями, які виявляються випадково і зазвичай пов’язані з метеорологічними факторами. Тому більшого поширення здобув перший підхід, основою якого є обробка наявних часових рядів параметрів $x_1, x_2, ..., x_n$, які є відображенням минулої поведінки об’єкта.

Часові ряди зазвичай служать основою для аналізу, моделювання та прогнозування подальшого розвитку систем. Якість прогнозування залежатиме від того, наскільки правильно проведено оцінку системи з погляду її детермінованості. Якщо часовий ряд є випадковим процесом типу «випадкового блукання», до його моделювання слід застосовувати стохастичні методи та оцінки [3, 5—6]. Інші підходи використовують у разі, коли ряд виявляє довготермінову пам'ять, тобто відповідна система є значною мірою детермінованою [4, 7]. Передпрогнозний аналіз, який дозволив оцінити ступінь стохастичності та період трендостійкості рядів урожайності озимої пшениці, був виконаний нами раніше [8]. Дослідження показали, що часові ряди врожайності є персистентними часовими рядами, тобто вони володіють ефектом «тривалої пам'яті». Це означає, що авторегресійні моделі не можуть виступати адекватним інструментом моделювання та прогнозування таких рядів.

Головні завдання, які ми хочемо виконати в даному дослідженні, це: розробка нових методів прогнозування врожайності та порівняння їх з нинішніми; порівняльна оцінка точності різних методів прогнозування. Усі методи, розглянуті в даній роботі, були протестовані на часових рядах середньої врожайності озимої пшениці для областей України (дані Держкомстату України за останніх 53 роки).

1. ***Гармонічна модель.*** Однією з головних ознак детермінованої поведінки системи є циклічність. Для лінійних консервативних систем характерна чітко періодична циклічність. Більшість природних та економічних систем належать до класів нелінійних дисипативних систем та нелінійних автоколивальних систем. Для таких об'єктів є характерними коливання із змінними значеннями періоду й амплітуди.

Проведені нами дослідження показали, що часовим рядам врожайності озимої пшениці притаманні короткі цикли тривалістю 4 роки і середні цикли тривалістю 16—20 років [9]. Короткий цикл швидше за все викликаний циклічністю погодно-кліматичних факторів, середній може бути пояснений у рамках моделі «врожайність — родючість», яка є моделлю типу «хижак — жертва». Найчіткіше виражений ефект циклічності для областей степової зони. Для областей західного реґіону України циклічність врожайності є менш помітною, що пояснюється стохастизуючим впливом клімату Атлантики. Ефективним способом моделювання часових рядів з ефектом циклічності є полігармонічна модель врожайності [10], в основі якої лежить гіпотеза про те, що функція врожайності є сумою кількох гармонік і випадкового чинника (шуму)

$$x_t = a_0 + \sum_{i=1}^{m} a_i \cos(\frac{2\pi}{T_i}t) + \sum_{i=1}^{m} b_i \sin(\frac{2\pi}{T_i}t) + E\,. \qquad (1)$$

Тут x_t — фактичні значення врожайності, a_i, b_i — амплітуди i-ої гармоніки, T_i — період гармоніки, t — поточний час, m — кількість головних гармонік. За нашими оцінками, найбільш істотними є перші три гармоніки. Значення параметрів i-ої гармоніки ($i = 1, 2, 3, ..., m$) ми послідовно визначали з умови мінімуму функціонала похибки моделі

$$\Psi = \sum_{i=1}^{m} \sum_{t=0}^{T\max} (x_t - a_0 - a_i \cdot \cos(\frac{2\pi}{T_i}t) - b_i \cdot \sin(\frac{2\pi}{T_i}t))^2 \to \min \qquad (2)$$

методом найменших квадратів у комбінації з повним перебором значень періоду. Екстраполяція трьохгармонічного тренду (1) була використана нами для прогнозування врожайності під назвою гармонічна модель.

2. ***Метод аналізу різницевих серій.*** Ефективним механізмом прогнозування часового ряду є дослідження і моделювання ряду перших різниць. Перевага такого підходу полягає у коректному відтворенні послідовності приростів і спадів, що є особливо важливим для моделювання динаміки часового ряду. Якщо часовий ряд є рядом з незалежними приростами, ймовірності приростів і спадів однакові. Ефект персистентності відкидає таку можливість. Тому відповідні ймовірності необхідно оцінювати для кожного конкретного часового ряду. Такий підхід ми реалізували в рамках методу статистичного аналізу різницевих серій (МАРС) [11]. Алгоритм методу є таким.

На основі вихідного ряду будується ряд різниць, і відслідковуються серії, які складаються з одного, двох, трьох чи більше послідовних приростів (спадів). Класифікуються такі різницеві серії: i_1 — одноланковий приріст (спад—приріст—спад), i_2 — серія з двох послідовних приростів, i_3 — серія з трьох послідовних приростів, i_4 — серія з чотирьох чи більше послідовних приростів. Відповідні серії спадів позначимо d_1, d_2, d_3, d_4. Проводиться статистичний аналіз ряду різниць для виявлення частоти появи кожної з виділених вище восьми серій. На його підставі з урахуванням типу останньої серії і можливих наступних сценаріїв поведінки системи будується прогноз

$$x^*_{n+1} = x_n + p_i * \Delta_i + p_d * \Delta_d . \tag{3}$$

Тут p_i — ймовірність майбутнього приросту, яка визначається типом останньої серії, p_d — ймовірність спаду, Δ_i — середнє значення приросту, Δ_d — середнє значення спаду. Нехай, наприклад, знаки двох останніх різниць є такими: « – + ». Якщо наступним знаком буде «+», то можуть бути реалізовані серії i_2, i_3 або i_4. А якщо наступним буде знак «–», то реалізується серія i_1. Імовірність появи майбутнього приросту можна оцінити як

$$p_i = (p_{i2} + p_{i3} + p_{i4})/(p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}) . \tag{4}$$

Імовірність майбутнього спаду

$$p_d = p_{i1} /(p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} + p_{i4}) . \tag{5}$$

Певним недоліком методу аналізу різницевих серій є значна залежність прогнозного значення x^*_{n+1} від бази прогнозування x_n. У зв’язку з цим доцільно як базу прогнозування вибирати усереднене значення m останніх елементів ряду, або ж поточне середнє значення всіх елементів ряду. У даній праці ми реалізували останній варіант.

3. ***Метод найближчих сусідів.*** Наші дослідження дають підстави вважати, що система зерновиробництва належить до класу систем з хаотичною динамікою [9, 12]. Наявність позитивного ляпуновського показника відображає чутливу залежність динамічної системи від початкових даних, що є однією з головних ознак детермінованого хаосу. З ляпуновським показником безпосередньо пов’язаний горизонт передбачуваності хаотичної системи: протягом часу, обернено пропорційного до показника Ляпунова, система повністю втрачає інформацію про свій початковий стан. Отже, прогноз динаміки хаотичної системи на час, більший від горизонту передбачуваності, є в принципі неможливим. Отримана нами оцінка старшого показника Ляпунова $L_1 = 0{,}27$ дозволяє встановити максимальний горизонт прогнозування врожайності озимої пшениці — 4 роки [12].

Для систем з хаотичною динамікою використовують підхід, відомий під назвою «метод затримок». Він ґрунтується на побудові фазової траєкторії (атрактора) у реконструйованому фазовому просторі. Для відновлення фазової траєкторії системи за рядом спостережень однієї змінної x_i необхідно сформувати послідовність векторів y_i за тим же принципом, що й у задачах авторегресії

$$y_n = (x_n, x_{n-1}, ..., x_{n-D+1})^T . \tag{6}$$

Тут D — мінімальна розмірність вкладення. Теоретичне обґрунтування методу затримок дав Такенс [13]. Згідно з теоремою Такенса, реальний атрактор динамічної системи й атрактор, відновлений у фазовому просторі за часовим рядом одного з параметрів, за адекватного підбору розмірності вкладення є топологічно еквівалентними і володіють однаковими узагальненими фрактальними розмірностями, ляпуновськими показниками та іншими числовими характеристиками. Якщо часовий ряд породжений динамічною системою, тобто значення x_t є певною функцією стану такої системи, існує така глибина занурення D, яка забезпечує однозначне передбачення наступного значення часового ряду. За нашими оцінками, значення розмірності вкладення для системи зерновиробництва становить $D = 4 \div 5$ [9, 12].

Метод найближчих сусідів ґрунтується на уявленні про близькість фазових векторів. Основна ідея полягає в тому, що близькі фазові вектори на короткому відрізку часу еволюціонують однаково. Задача прогнозу у термінах фазових векторів формулюється так. Дано послідовність фазових векторів $\{ y_i \}$ $(i = 1...k)$, необхідно змоделювати вектор y_{k+1}. Для того, щоб оцінити зміну фазового вектора y_k, необхідно знайти m найближчих до нього векторів (найближчих сусідів). Позначимо ці вектори $y_{n1}, y_{n2},..., y_{nm}$. У процесі еволюції системи ці вектори переходять у наступні за ними вектори — послідовності сусідніх елементів часового ряду $y_{n1+1}, y_{n2+1},..., y_{nm+1}$. Як найпростішу модель вектора y_{k+1} можна використати такий вектор:

$$y_{k+1} = \frac{1}{m}(y_{n1+1} + y_{n2+1} + ... + y_{nm+1}) \tag{7}$$

(ми використовували значення $m = 5$). Розмірність вкладення ми підбирали для кожного з рядів у межах $D = 3 \div 7$ за критерієм мінімальної похибки прогнозування. Відстань між векторами y_i та y_j визначалася за евклідовим означенням:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_{1i} - x_{1j})^2 + (x_{2i} - x_{2j})^2 + ... + (x_{ni} - x_{nj})^2} \; . \tag{8}$$

4. ***Метод нейронних мереж.*** В останні роки одним з найбільш перспективних підходів до побудови систем прогнозування вважається застосування багатошарових нейронних мереж [14]. Між вхідними та вихідними даними таких мереж розташовано кілька прихованих шарів нейронів, які додають більше нелінійних зв'язків у модель. Вихідний сигнал нейрона y визначається шляхом пропускання рівня збудження V через нелінійну функцію y. Ми використовували [15] сигмоїдну активаційну функцію виду:

$$y = \frac{e^{\lambda V} - 1}{e^{\lambda V} + 1} \tag{9}$$

з вихідними значеннями у проміжку [–1, 1]. Коефіцієнт λ визначає крутизну сигмоїда. Згідно з теоремою Такенса, вибравши достатньо велике значення глибини занурення D можна гарантувати однозначну залежність майбутнього значення ряду від його D минулих значень: $X_t = f(\vec{X}_{t-D})$, тобто передбачення часового ряду зводиться до завдання інтерполювання функції багатьох змінних. Нейромережу можна використовувати для відновлення цієї невідомої функції за даними часового ряду. Значення D визначає розмір часового вікна, яке ковзає вздовж часового ряду, задаючи вхідні набори.

Найпопулярніший навчаючий алгоритм — це зворотне поширення помилки, яке складається з двох взаємопов'язаних процесів. У прямому процесі вхідний сигнал проходить через мережу, генеруючи певний вихід. У зворотному процесі помилка (різниця між бажаним та отриманим виходом) передається від вихідних шарів до вхідних з одночасною модифікацією зв'язків нейронів так, щоб у наступному прогоні інформації через мережу помилка на вихідному шарі була зменшена. Нехай навчальна множина складається з P зразків, а класифікація передбачає поділ на Q множин. Згідно з методом найменших квадратів необхідно мінімізувати цільову функцію похибки вигляду

$$E = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{P}\sum_{j=1}^{Q}(d_{jp} - y_{jp})^2 \; . \tag{10}$$

Тут y_{jp} — реальний вихідний стан нейрона j вихідного шару нейронної мережі при подачі на її входи p-го зразка; d_{jp} — бажаний вихідний стан цього нейрона. Сумування ведеться по всіх нейронах вихідного шару і по всіх вхідних образах.

Мінімізація відбувається згідно з алгоритмом градієнтного спуску, а це означає модифікацію вагових коефіцієнтів таким чином:

$$\Delta w_{ij}^{n} = -\eta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_{ij}}. \tag{11}$$

Тут w_{ij} — ваговий коефіцієнт синаптичного зв'язку, який з'єднує i-ий нейрон шару $n-1$ з j-им нейроном шару n, η — коефіцієнт швидкості навчання, $0<\eta<1$. Початкові значення для всіх ваг вибираються малими, щоб жоден із сигмоїдних елементів не став перенасиченим. Дані навчальної вибірки попередньо масштабують до інтервалу (0,1). Це дозволяє зменшити помилки в навчанні та роботі нейронної мережі.

У дослідженнях ми використовували вхідне вікно розміром три роки. Значення врожайності за четвертий рік служило виходом мережі. Отже ми використовували двошарову мережу з чотирма входами й одним виходом. На три входи надходили три значення з вікна часового ряду. На четвертий вхід подавалося стандартне значення 1. Інші параметри моделі були вибрані такими:

$$\lambda = 0{,}2;\ \eta = 0{,}3;\ E_{\min} = 0{,}05\,.$$

5. ***Порівняльний аналіз методів прогнозування.***

Для порівняльної оцінки точності різних методів прогнозування врожайності ми використовували усереднену похибку та такий алгоритм [10].

- Початковий ряд врожайності розділимо на дві частини: навчальна вибірка — більша частина ряду (служить для побудови моделі) і контрольна вибірка — решта всіх елементів ряду (перший елемент контрольної вибірки використовується для оцінки похибки прогнозу моделі).
- На базі навчальної вибірки (її довжина мінялася від 43 до 52 років) будуємо модель і з її допомогою виконуємо прогноз на один рік вперед. Визначаємо відносну похибку прогнозу.
- Перший елемент контрольної вибірки приєднуємо до навчальної вибірки. Таким чином, навчальна вибірка збільшується на один елемент, контрольна вибірка зменшується на один елемент.
- Повторюємо другий і третій пункти алгоритму до тих пір, поки в контрольній вибірці не залишиться жодного елементу.
- Визначаємо середнє значення модуля відносної похибки методу.

Значення середньої похибки прогнозу за період 1998—2007 рр. для всіх областей України наведені в табл. 1. Два останні рядки таблиці містять середнє значення похибки для всіх областей і для основних зерносіючих областей. Аналіз таблиці доводить, що найефективнішими методами прогнозування часових рядів урожайності є гармонічна модель та метод статистичного аналізу різницевих серій. Гармонічна модель є точнішою для областей степової зони, які роблять найбільший внесок у житницю України. Метод МАРС має кращу точність у тих областях, у яких циклічний характер динаміки врожайності виявляється слабкіше. Метод МАРС та гармонічна модель мають кращу точність у 9 з 25 областей, метод нейронних мереж та метод найближчих сусідів — у 5 областях з 25. Метод ARIMA (не наведений у таблиці) має гіршу точність, оскільки не враховує ефекту довготривалої пам'яті. Для порівняння ми ввели у таблицю результати стохастичної моделі прогнозування. Згідно з цією моделлю часовий ряд врожайності є реалізацією випадкового процесу. Тому найкращим прогнозом урожайності на майбутній рік буде цьогорічне значення врожайності [5]. Великі значення похибки даної моделі (четвертий стовпець табл. 1) чітко вказують на детермінований характер системи зерновиробництва. Одначе детермінований характер часових рядів спотворюється шумовими добавками, причиною яких є погодні, політичні та економічні фактори. Співвідношення «детермінованість — стохастичність» для часового ряду зазвичай оцінюють за допомогою коефіцієнта Херста [16]. Виходячи з результатів нашої роботи, можна запропонувати іншу оцінку цього співвідношення. Чим більше відношення похибки стохастичної моделі до похибки найкращої із запропонованих нами моделей, тим вищий ступінь детермінованості даного часового ряду. Введемо коефіцієнт детермінованості $H^* = 1 - \frac{e_{\min}}{2e_{stohast}}$.

Таблиця 1

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ПРОГНОЗУВАННЯ ВРОЖАЙНОСТІ РІЗНИМИ МЕТОДАМИ

		Дисперсія ряду	Стохастична модель	Гармонічна модель	Метод МАРС	Нейронних мереж	Найбл. сусідів	Розм. вкладення	Коеф. детермін.
1	Чернігівська	6,74	23,9 %	**16,4 %**	18,4 %	20,4 %	17,0 %	3	0,67
2	АР Крим	6,44	11,7 %	**10,6 %**	14,7 %	14,3 %	17,7 %	5	0,55
3	Миколаївська	7,38	76,4 %	**52,2 %**	56,0 %	56,3 %	59,6 %	4	0,66
4	Херсонська	7,31	54,2 %	**31,7 %**	45,8 %	46,7 %	45,0 %	4	0,71
5	Дніпропетровська	8,23	65,1 %	51,3 %	47,8 %	49,3 %	**43,3 %**	6	0,67
6	Полтавська	9,62	56,9 %	38,2 %	**36,9 %**	40,6 %	42,9 %	6	0,68
7	Чернівецька	8,64	30,1 %	29,9 %	26,5 %	**24,7 %**	27,4 %	3	0,59
8	Вінницька	8,16	28,0 %	19,6 %	**17,9 %**	21,6 %	24,4 %	6	0,68
9	Черкаська	9,26	36,2 %	**27,9 %**	30,5 %	30,4 %	34,3 %	4	0,61
10	Київська	7,83	21,5 %	**12,9 %**	14,1 %	15,2 %	17,0 %	3	0,70
11	Кіровоградська	8,23	67,5 %	**46,2 %**	48,1 %	50,3 %	53,7 %	3	0,66
12	Донецька	7,25	44,8 %	39,3 %	42,8 %	37,2 %	**29,6 %**	4	0,67
13	Харківська	8,05	49,1 %	38,6 %	**33,2 %**	34,8 %	35,3 %	4	0,66
14	Запорізька	7,41	45,1 %	33,4 %	35,6 %	34,3 %	**30,0 %**	7	0,67
15	Одеська	6,87	69,5 %	49,0 %	**46,5 %**	49,6 %	**46,3 %**	7	0,67
16	Сумська	7,32	35,5 %	30,0 %	**21,9 %**	24,7 %	27,4 %	3	0,69
17	Луганська	7,13	42,3 %	**39,1 %**	47,2 %	43,4 %	43,6 %	5	0,54
18	Житомирська	5,69	18,8 %	**12,2 %**	18,5 %	18,8 %	12,7 %	6	0,67
19	Волинська	6,87	11,6 %	14,5 %	10,1 %	**8,2 %**	11,3 %	4	0,65
20	Закарпатська	9,10	16,2 %	15,2 %	14,2 %	14,7 %	**13,3 %**	7	0,59
21	Ів.-Франківська	6,70	16,1 %	11,6 %	**8,8 %**	**8,5 %**	12,2 %	3	0,74
22	Львівська	6,76	9,5 %	12,3 %	10,1 %	**7,9 %**	10,2 %	3	0,59
23	Рівненська	7,09	20,9 %	14,6 %	**11,2 %**	**11,0 %**	14,4 %	4	0,74
24	Тернопільська	8,65	22,0 %	18,7 %	**16,7 %**	21,3 %	20,2 %	3	0,62
25	Хмельницька	7,14	26,8 %	21,1 %	**16,0 %**	19,1 %	19,0 %	4	0,70
Середнє значення похибки			36.0 %	27,5 %	27,6 %	28,1 %	28,3 %		
Середнє значення похибки			51.2 %	36,7 %	37,9 %	38,9 %	38,5 %		

Тут $e_{\min}$ — похибка найкращої з моделей, $e_{stohast}$ — похибка стохастичної моделі. Для абсолютно детермінованого процесу $H^* = 1$, для абсолютно випадкового $H^* = 0{,}5$. Результати розрахунку коефіцієнта H^* наведені в останньому стовпці табл. 1. Найбільш детерміновано поводять себе ряди середньої врожайності Івано-Франківської і Рівненської областей. Слід зауважити, що природа цього детермінізму не циклічна, а виявляється у статистиці приростів і спадів. Тому найефективніше прогнозують дані ряди метод МАРС і метод нейронних мереж. Найбільш стохастичними є ряди врожайності Луганської області та АР Крим.

6. ***Висновки.*** Вирішення проблеми стійкості сільськогосподарського виробництва є одним з найважливіших завдань, які стоять перед агропромисловим комплексом. Особливе значення для підвищення стійкості виробництва в АПК мають прогнози врожайності сільськогосподарських культур на рік і більший період. Ми запропонували нові й деякі апробовані з нинішніх методів прогнозування врожайності. Наведено порівняльну характеристику точності методів для областей України. Це дозволяє здійснювати оптимальний підбір методу прогнозування та будувати надійні прогнози врожайності зернових з горизонтом прогнозування від 1 до 4 років.

Література

1. *Яновский Л. П.* Принципы, методология и научное обоснование прогнозов урожая по технологии «ЗОНТ». — Воронеж: ВГАУ, 2000.
2. *Найденов В. И., Швейкина В. И.* Гидрологическая теория глобального потепления климата Земли // Метеорология и гидрология. — 2005. — № 2. — С. 63—76.
3. *Бокс Дж., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — 608 с.
4. *Грицюк П. М.* Реконструкція математичної моделі динаміки врожайності за даними часових рядів // Моделювання та інформаційні системи в економіці: Зб. наукових праць. — К.: КНЕУ, 2008 — Вип. 78 (в друці).
5. *Боровиков В. П., Ивченко Г. И.* Прогнозирование в системе STATISTICA в среде WINDOWS. — М.: Финансы и статистика, 2006. — 368 с.
6. *Джалладова І. А.* Оптимізація стохастичних систем. — К.: КНЕУ, 2005. — 284 с.
7. *Максишко Н. К., Перепелиця В. О.* Аналіз і прогнозування еволюції економічних систем. — Запоріжжя: Поліграф, 2006. — 236 с.
8. *Вітлінський В. В., Грицюк П. М.* Передпрогнозний аналіз рядів урожайності озимої пшениці // Вчені записки: Зб. наукових праць. — К.: КНЕУ, 2008. — Вип. 10. — С. 241—247.
9. *Вітлінський В. В., Грицюк П. М.* Дослідження динаміки урожайності озимої пшениці для областей України // Моделювання та інформаційні системи в економіці: Зб. наукових праць. — К.: КНЕУ, 2007. — Вип. 76. — С. 275—295.
10. *Витлинский В. В., Грицюк П. М.* Полигармоническое прогнозирование как метод минимизации инвестиционных рисков в зернопроизводстве // Труды Международной научной школы МА БР. — СПб.: ГУАП, 2008. — С. 231—236.
11. *Грицюк П. М.* Моделювання і прогнозування елементів кліматичної системи для деяких регіонів країни // Складні системи і процеси. — 2006. — № 2(10). — С. 154—164.
12. *Hrytsyuk P. M.* Evidence for Low Dimensional Chaos in Grain Production System of Ukraine // Material of the International Symposium RA08, Riga-Jurmala, 2008, P. 34—37.
13. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence / Eds. D. Rang and L.S. Young. Lect. Notes in Math. — 1980.- V. 898. — P. 366—381.
14. *Розенблатт Ф.* Принципы нейродинамики. Перцептроны и теория механизмов мозга // Москва, Мир, 1965.
15. *Грицюк П. М.* Прогнозування часових рядів методом нейронних мереж // Вісник НУВГП. — 2005. — Випуск 4 (32). — С. 240—247.
16. *Hurst H. E.* Long-term Storage of Reservoirs // Transactions of the American Society of Civil Engineers. — 1951. — Vol. 116. — PP. 776—808.

Надійшла до редакції: 06.02.2009