УДК 330:51 (075.8)

Ю. В. Коляда, докторант
кафедри економіко-математичного моделювання,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ОБМІННОГО ТИПУ. 1. ОДНОПАРАМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ

Математично описано низку принципово важливих для динаміки процесів обміну ефектів. Із застосуванням теорії якісного аналізу диференціальних рівнянь вивчено поведінку відповідних математичних моделей. Отримані таким чином результати економічно тлумачаться: встановлено верхню і нижню межу величини абсолютного дефіциту. На підґрунті якісного моделювання зазначено умови нестійкості системи господарювання.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нелінійний, насиченість, математична модель, якісний аналіз, стабілізуючий характер, нестійкість, оцінка зверху.

Перечень принципиально важных для динамики процессов обмена эффектов описывается математически. Применением теории качественного анализ дифференциальных уравнений изучается поведение соответствующих математических моделей. Полученные таким образом результаты экономически интерпретируются: определены верхняя и нижняя границы величины абсолютного дефицита. На основании качественного моделирования указываются условия неустойчивости системы хозяйствования.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: нелинейный, насыщенность, математическая модель, качественный анализ, стабилизирующий характер, неустойчивость, оценка сверху.

Row on principle important for a dynamics processes of exchange of effects described mathematically. With application of theory of high-quality analysis of differential equalizations the conduct of the proper mathematical models is studied. It is got thus results explained economic: the top and lower limit of size of absolute deficit is set. On subsoil of high-quality design the terms of instability of the system of menage are marked.

KEYWORDS: nonlinear, saturation, mathematical model, high-quality analysis, antihunt character, instability, estimation from above.

Вступ. У монографії [1] подано елементи прикладного спрямування теорії обмінних процесів (обміну товарами, послугами, благами суспільства тощо). Вона ґрунтується на застосуванні до системи двох звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) першого порядку

$$\begin{cases} \dot{x} = j_1 - j_2 xy - j_3 x \\ \dot{y} = j_4 - j_5 xy - j_6 y \end{cases} \qquad (1)$$

результатів якісного аналізу теорії ЗДР [2]. У математичній моделі (ММ) (1) мають місце позначення: $x(t) = x$ і $y(t) = y$ — відповідно кількісні характеристики товару першого та другого виробника, між якими здійснюється обмін; а $\dot{x}$ і $\dot{y}$ — похідні залежних змінних; величини j_1 і j_4 – обсяги випуску товару за одиницю часу t; доданки ($-j_2 xy$) і ($-j_5 xy$) відображають вибір товару споживачем, тобто їх зустріч, конкуренцію та обмін на ринку, а коефіцієнти j_2 і j_5 — міру ефективності обміну; по-іншому, доданок $j_2 xy$ вказує, скільки товару x убуває на ринку в результаті конкуренції, вибору і обміну за одиницю часу; аналогічно для $j_5 xy$; відношення $C = \frac{j_2 xy}{j_5 xy} = \frac{j_2}{j_5}$ називається обмінною вартістю (за одиницю товару y в результаті обміну дається j_2 одиниць товару x); величини ($-j_3 x$) і ($-j_6 y$) описують убуток товарів унаслідок фізичного зносу і морального старіння ($\tau_x = \frac{1}{j_3}$ і $\tau_y = \frac{1}{j_6}$ — коефіцієнти довговічності товарів). Наданням залежним змінним $x(t)$ і $y(t)$ відповідного тлумачення утворюється широке коло задач макроекономічної нелінійної динаміки, а саме:

обмінні процеси — обмін споживчими товарами, їх вартостями і виникнення грошей; нерівноважна концепція ціни і ціноутворення. Також математичною моделлю (1) охвачується діяльність малих соціальних груп (сім'я, виробничі та приятельські колективи, компанії підлітків) та лідерство в них.

Таким чином, має місце започаткована в [1] і далі просунута в монографії [3] синергетична теорія соціально-економічних процесів обмінного типу, елементи якої дають певні відповідні на запити нелінійної динаміки сьогодення практичної економіки, а окремі результати котрої перекривають здобутки рівноважного економічного аналізу. По суті справи, базовою моделлю згадуваної теорії виступає універсального характеру система диференціальних рівнянь Вольтера–Лотки (в (1) треба покласти $j_1 = j_4 = 0$), добре знана спочатку в математичній біології, екології, хімічній кінетиці, нелінійній біофизиці тощо, а потім у деяких інших сферах наукового пізнання. Стосовно класичної моделі:

$$\begin{cases} \dot{x} = -j_3 x - j_2 xy \\ \dot{y} = -j_6 y - j_5 xy \end{cases}, \tag{1а}$$

зауважимо, що хоча в ній присутні чотири параметри j_2, j_3, j_4 і j_5, але заміною змінних: ($x = \frac{j_3}{j_5} u$; $y = \frac{j_3}{j_2} v$; $t = \frac{\tau}{j_3}$) отримується система рівнянь у безрозмірному вигляді:

$$\begin{cases} \dot{u} = -u - uv \\ \dot{v} = -\gamma v - uv \end{cases} \tag{1б}$$

з одним параметром $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$.

У моделі типу (1) поза увагою лишилась низка принципово важливих з економічної точки зору моментів, а саме:

— нелінійна залежність швидкості росту обсягу товару x при малих щільностях, що властиво початковій фазі виробництва;

— насиченість обмінного процесу товаром y;

— нелінійний характер залежності швидкості обміну товару y на x від щільності величини x при малих її значення x;

— нелінійна залежність швидкості створення товару y від щільності при малих його обсягах.

Отже, результати опису динаміки обмінного процесу, що базується на використанні моделі (1), мають сприйматися в якості нульового наближення відображенні економічної дійсності.

Постановка проблеми і підходи щодо її розв'язання. Зазначені вище вагомі фактори і закономірності протікання обмінних процесів економіки, що не враховується ММ (1), опишемо математично, скориставшись значною мірою паралелями і аналогіями та економічними інтерпретаціями динаміки взаємодіючих біологічних популяцій [4]. За своєю суттю такий підхід органічно продовжує ту лінію історичного процесу, що зародилась у глибинах часу. Досить пригадати появу рівняння Мальтуса $\dot{x} = \mu_3 x$ і його подальше 1) застосування в економіці у вигляді лінійної моделі Харрода — Домара або його 2) узагальнення $\dot{x} = \mu_3 x(1 - x)$ — логічне рівняння, що також є невід'ємною складовою економічної освіти і практики.

Застосовуючи якісну теорію звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) до отриманих вказаним вище способом ММ, вивчається характер і якісна поведінка обмінних процесів.

Використовуючи варіант безрозмірної ММ (1), попередньо до основного дослідження статті повторимо результат [1], оскільки в такому разі все виглядає більш простіше і стає доступнішим, утворюючи певну методику якісного вивчення проблеми. Дійсно, скориставшись заміною змінних: $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = \frac{j_3}{j_5} u$; $y = \frac{j_3}{j_2} v$ та поклавши $\tilde{j}_1 = \frac{j_5}{j_3^2} j_1$ і $\tilde{j}_4 = \frac{j_2 j_4}{j_3^2}$, ММ (1) переписується як:

$$\begin{cases} \dot{u} = \tilde{j}_1 - uv - u \\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - uv - \gamma \cdot v \end{cases}, \tag{1в}$$

де коефіцієнт $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$; $j_1 = \frac{j_3^2 \tilde{j}_1}{j_5}$; $j_4 = \frac{j_3^2 \tilde{j}_4}{j_2}$.

Матриця Якобі моделі (1в) записується

$$J(\cdot) = \begin{bmatrix} -1 & -v \\ -v & -u - \gamma \end{bmatrix}.$$

Її слід — сума елементів головної діагоналі задається виразом $SpJ = -1 - u - \gamma$; визначник $\det J = u + \gamma - v^2$. Ці величини обчислюються в особливих точках ($\dot{u} = 0$; $\dot{v} = 0$), які мають координати:

$\bar{u} = \dfrac{\tilde{j}_1}{1+\bar{v}}$; $\bar{v} = \dfrac{\tilde{j}_4}{(\bar{u}+\gamma)}$. Фазовий портрет або характер поведінки розв'язків ММ в околі рівноважної точки ($\bar{u}$; $\bar{v}$) визначається знаками власних чисел матриці Якобі, які є корені квадратного рівняння $\lambda^2 - (SpJ)\cdot\lambda + \det J = 0$.

Щоб уникнути прямого обчислення власних чисел, варто скористатися діаграмою залежності фазових портретів від сліду SpJ і визначника $\det J$ матриці Якобі [2].

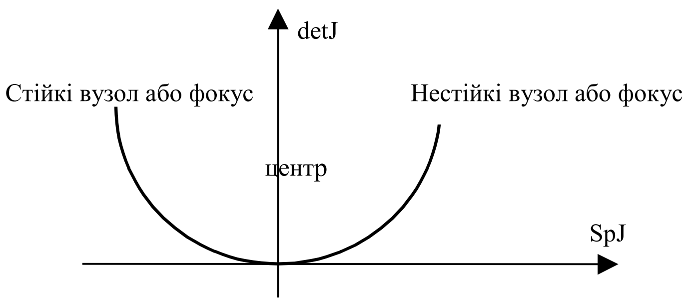

Рис. 1. Розташування фазових портретів

Оскільки слід матриці завжди від'ємний, то стійкий вузол (фокус) чи наявність сідла визначається знаком визначника. Коли $\det J > 0$, то має місце стійка точка, що виконується для нерівності $u + \gamma - v^2 > 0 \Leftrightarrow u > v^2 - \gamma$. На фазовій площині (рис. 2) цій умові відповідають інтервали $(-\infty, -\sqrt{\gamma}) \cup (\sqrt{\gamma}, +\infty)$. Заштрихований інтервал відповідає наявності особливої точки сідло — завжди нестійкої ($\det J < 0$).

На завершення наведемо формулі: рівноважної ціни $C = \dfrac{\tilde{j}_1}{\tilde{j}_4} \leftrightarrow C = \dfrac{j_5 j_1}{j_2 j_4}$, яка дещо відрізняється від оголошеної [1], будучи більш правдоподібною (співмножники $\dfrac{j_5}{j_2}$ ураховують паритет обміну); обмінної вартості $C_0 = \dfrac{\tilde{j}_1 - \bar{u}}{\tilde{j}_4 - \gamma\cdot\bar{v}}$ через запаси товару обміну, звідки вираз нерівноважної ціни

$C_0 = \frac{\tilde{j}_1}{\tilde{j}_4 - \gamma \cdot \bar{v}} \Leftrightarrow C_0 \frac{j_5}{j_2} \cdot \frac{j_1}{(j_4 - \frac{y}{\tau_y})}$, а з нього — формула абсолютного дефіциту $|\bar{v}| = \frac{1}{\gamma}(\frac{\tilde{j}_1}{C_0} - \tilde{j}_4)$. Відмовою від безрозмірних змінних отримується нова формула абсолютного дефіциту $|\bar{y}| = \tau_y(\frac{j_5}{j_2} \cdot \frac{j_1}{C_0} - j_4)$.

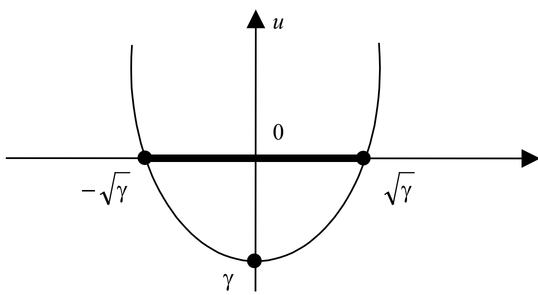

Рис. 2. Діаграма стійкості особливих точок

Привертає увагу те, що структура формул зберігає, але в них додатково по відношенню до [1] з'являється множник $\frac{j_5}{j_2}$, тобто ураховується міра обміну.

Виклад основних результатів. Будемо послідовно ускладнювати базу ММ (1), доповнюючи її щоразу одним окремо взятим чинником з числа тих, що являються впливовими для економічного стану, але не знайшли свого відтворення у моделі. Вказаний підхід щодо модифікації ММ (1) може розцінюватися як збурення базової моделі і означатиме встановлення ролі динамічних ефектів, викликаних саме збуренням. Одразу зазначимо наступне: по-перше, хоча економіці притаманні не поодинокі, ізольовані причини її розвитку, а їх калейдоскопічне хитросплетіння, але запропонований підхід сприяє певній класифікації і визначеною ролі того чи іншого фактору впливу на еволюцію макроекономічного процесу; по-друге, оскільки вихідна ММ (1) вже має параметр γ, то всі інші однофакторні її модифікації володіють двома параметрами. Для кожної з модифікацій нижче наводяться відповідні системи ЗДР у початкових змінних та безрозмірному вигляді, а потім розглядаються їх фазові портрети. У такий спосіб відбувається вивчення внутрішніх механізмів економіки, котрим надається їх якісна інтерпретація та установлюється ступінь важливості.

Урахування нелінійного характеру виробництва товару x здійснюється в ММ:

$$\dot{x} = j_1 - \frac{j_3 x^2}{N + x} - j_2 xy\,;\ \dot{y} = j_4 - j_6 y - j_5 xy\,, \qquad (2)$$

з якого замінною змінних $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = Nu$; $y = \frac{j_3}{j_2} v$ отримуємо систему рівнянь у безрозмірному вигляді: $\dot{u} = \tilde{j}_1 - \frac{u^2}{1+u} - uv$; $\dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma v - k \cdot uv$, де (2а) $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$; $k = \frac{j_5 N}{j_3}$, N — деяка константа; $j_1 = \frac{1}{N \cdot j_3} \cdot \tilde{j}_1$; $j_4 = \frac{j_3^2}{j_2} \tilde{j}_4$.

Конкуренція товару y за товар x описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = j_1 - j_3 x - \frac{j_2 xy}{1 + By}\,;\ \dot{y} = j_4 - \frac{j_5 xy}{1 + By} - j_6 y\,, \qquad (3)$$

з якого замінною змінних: $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = \frac{j_3}{j_5} u$; $y = \frac{j_3}{j_2} v$ отримуємо ММ у безрозмірному вигляді:

$$\dot{u} = \tilde{j}_1 - u - \frac{uv}{1 + \beta \cdot v}\,;\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma \cdot v - \frac{u \cdot v}{1 + \beta \cdot v}\,, \qquad (3а)$$

де $\beta = \frac{j_3 \cdot B}{j_2}$; $j_1 = \frac{j_3^2}{j_5} \cdot \tilde{j}_1$; $j_4 = \frac{j_3^2}{j_2} \cdot \tilde{j}_4$; $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$.

Нелінійне створення товару із-за умови незначної щільності або нелінійний обмін з боку товару y на початковому етапу процесу відображається системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = j_1 - j_3 x - j_2 xy\,;\ \dot{y} = j_4 - j_6 y - \frac{y}{N + y} \cdot j_5 xy\,, \qquad (4)$$

з яких заміною змінних: $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = \frac{j_3 \cdot N}{j_5} \cdot u$; $y = \frac{j_3}{j_2} \cdot v$ отримуємо ММ у безрозмірному вигляді:

$$\dot{u} = \tilde{j}_1 - u - uv\,;\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma \cdot v + \frac{u \cdot v^2}{1 + \upsilon \cdot v}\,, \qquad (4a)$$

де $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$; $\upsilon = \frac{j_3}{j_2 \cdot N}$; $j_1 = \frac{j_3^2}{j_5} \cdot \tilde{j}_1$; $j_4 = \frac{j_3^2}{j_1} \cdot \tilde{j}_4$.

Насичення обміну з боку y описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = j_1 - j_3 \cdot x - \frac{j_2 xy}{1 + Ax}\,;\ \dot{y} = j_4 - j_6 y - \frac{j_5 xy}{1 + Ax} \qquad (5)$$

і безрозмірного вигляду

$$\dot{u} = \tilde{j}_1 - j_3 u - \frac{uv}{1 + \alpha u}\,;\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma \cdot v - \frac{uv}{1 + \alpha \cdot u}\,, \qquad (5a)$$

якщо скористатися заміною: $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = \frac{j_3}{j_5} \cdot u$; $y = \frac{j_3}{j_2} \cdot v$. При цьому мають місце: $j_1 = \frac{j_3^2}{j_5} \cdot \tilde{j}_1$; $j_4 = \frac{j_3^2}{j_2} \cdot \tilde{j}_4$; $\alpha = A \cdot \frac{j_3}{j_6}$; $\gamma = \frac{j_6}{j_3}$.

Урахування конкуренції з боку товару x описується системою диференціальних рівнянь

$$\dot{x} = j_1 - j_3 x - j_2 xy - \frac{a}{K} x^2\,;\ \dot{y} = j_4 - j_6 y - j_5 xy\,. \qquad (6)$$

Використовуючи заміну: $t = \frac{\tau}{j_3}$; $x = Ku$; $y = \frac{j_3}{j_2} \cdot v$, отримуємо ММ у безрозмірному вигляді:

$$\dot{u} = \tilde{j}_1 - u(1 - u) - uv\,;\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma \cdot v + k \cdot uv\,, \qquad (6a)$$

де $j_1 = j_3 K \tilde{j}_1$; $j_4 = \dfrac{j_3^2}{j_2}\tilde{j}_4$; $\gamma = \dfrac{j_6}{j_3}$; $k = \dfrac{j_5 K}{j_3}$.

Нелінійний характер обміну товару y на товар x при малій щільності його описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{x} = j_1 - j_3 \cdot x - \frac{j_2 x^2 y}{1 + Px};\ \dot{y} = j_4 - j_6 y - \frac{j_5 x^2 y}{1 + Px}. \tag{7}$$

Заміною змінних: $t = \dfrac{\tau}{j_3}$; $x = \sqrt{\dfrac{j_3 P}{j_5}} \cdot u$; $y = \dfrac{\sqrt{j_3 j_5 P}}{j_2} \cdot v$ отримуємо ММ у безрозмірному вигляді:

$$\dot{u} = \tilde{j}_1 - u - \frac{u^2 v}{1 + \alpha u};\ \dot{v} = \tilde{j}_4 - \gamma \cdot v - \frac{u^2 v}{1 + \alpha u}, \tag{7a}$$

де $j_1 = j_3 \sqrt{\dfrac{j_3 P}{j_5}} \cdot \tilde{j}_1$; $\alpha = \sqrt{\dfrac{j_3}{j_5} P^{-1}}$; $j_4 = \dfrac{j_3}{j_2}\sqrt{j_3 j_5 P} \cdot \tilde{j}_4$.

До кожної з ММ (2)–(7)застосована техніка якісного аналізу ЗДР. У кожному з шести варіантів дослідження отримується структурно аналітичні [1] результати, відмінність яких між собою проявляється у використані різних числових значень координат (($\bar{x}$, $\bar{y}$) або ($\bar{u}$, $\bar{v}$)) особливих точок.

Економічна інтерпретація результатів. Окремо зупинимося на ММ (4), котра більше всього викликає інтерес у силу явних оцінок і ясних тлумачень моделювання з точки зору економіки.

Обмінна вартість через координати ($\bar{x}$, $\bar{y}$) стаціонарних точок ($\dot{x} = 0$, $\dot{y} = 0$) приймає вигляд $C = \dfrac{\bar{y}(\bar{j}_1 - j_3 \bar{x})}{(N + \bar{y})(j_4 - j_6 \bar{y})}$.

Із-за умови довговічності товару x ($j_3 \to 0$ або $\tau x \to \infty$) має місце вираз:

$$C_0 = \frac{j_1}{\left(j_4 - \dfrac{\bar{y}}{\tau_y}\right)} \cdot \frac{\bar{y}}{N + \bar{y}}, \tag{8}$$

— добуток, перший із співмножників якого є відома [1] формула нелінійної концепції ціни у випадку ММ (1), а інший співмножник відображає вплив нелінійності процесу створення товару y на початковому етапові.

Після очевидних алгебраїчних перетворень отримуємо рівність:

$$C_0 = \frac{j_1}{\left(j_4 - \frac{\bar{y}}{\tau_y}\right)} \cdot \left[1 - \frac{N}{N + y}\right].$$

Нехтуючи від'ємним додатком у квадратних дужках переходимо до нерівності $C_0 \le \left(\frac{j_1}{j_4 - \frac{\bar{y}}{\tau_y}}\right)$ або оцінки зверху для величини C_0. Зауважимо, що результат [1] дає рівність.

Для оцінювання обсягу абсолютного дефіциту після перетворень також отримується нерівність

$$|\bar{y}| \le \left[\frac{j_1}{C_0} - j_4\right] \cdot \tau_y$$

на відміну від результату [1], який, будучи рівністю, дає завищену оцінку (обсяг $|\bar{y}|$).

Разом з тим, якщо в формулі (8) пожертвувати доданком $\left(\frac{-\bar{y}}{\tau_y}\right)$, то після перетворень отримується така нерівність для абсолютного дефіциту

$$|\bar{y}| \ge \frac{C_0 j_4 N}{C_0 j_4 + 1}.$$

Таким чином, має місце двостороння нерівність:

$$\frac{C_0 j_4 N}{C_0 j_4 + 1} \le |\bar{y}| \le \left[\frac{j_1}{C_0} - j_4\right] \cdot \tau_y \qquad (9)$$

— оцінка абсолютного дефіциту, тобто вказано межі його існування. Після очевидних перетворень (діленням лівої частини подвійної нерівності на $C_0 j_4$ і поданням правої частини у вигляді $j_4\left[\dfrac{j_1}{C_0 j_4}-1\right]\cdot\tau_y$) отримуємо вельми привабливу оцінку абсолютного дефіциту $N \le |\bar{y}| \le \tau_y j_4\left[\dfrac{j_1^2}{C_0 j_4^2}-1\right]$, яку остаточно можна записати так:

$$N \le |\bar{y}| \le \tau_y \frac{j_1^2}{C_0^2 j_4}. \qquad (9a)$$

Фактор абсолютного дефіциту коефіцієнтами ММ (4), а його обсяг є мультиплікатор довговічності τ_y товару, рівноважної ціни $\left(\dfrac{j_1}{j_4}\right)$ та відношення $\left(\dfrac{j_1}{C_0^2}\right)$ для верхньої оцінки, а знизу величина $|\bar{y}|$ обмежується сталою N, вибір якої лишається за суб'єктом господарювання.

Економічне тлумачення [1] рівності для оцінки величини $|\bar{y}|$ залишається в силі в розглянутому нами випадку. Зазначимо тільки, що безкоштовний розподіл товару або благ, що еквівалентний вимозі $C_0 \to 0$, яка означає згідно отриманої в статті оцінку (9а) досить великий або нескінченний обсяг дефіциту: іншими словами, модельована система господарювання стає нестійкою, а фінансовий обіг коштів у ній практично руйнується. Такий стан наступає катастрофічно, бо величина C_0^2 стоїть у знаменнику. Отже, абсолютний дефіцит спричиняється не тільки нестачею товару лінійним чином, як традиційно вважалося, але і відносно низькою ціною та відносно високою платоспроможністю j_1 попиту (на руках у населення значна грошова маса), причому характер такої залежності нелінійний.

Висновки. Дослідження ММ (2)–(7) показало, що за своїм впливом на результати моделювання окремо взяті фактори розбивається на дві множини — стабілізуючого та дестабілізуючого характеру. Наприклад, нелінійне створення товарів x чи y при малих обсягах виробництва, насичення товаром y відносяться до множини факторів дестабілізуючого впливу.

Одночасне урахування кількох факторів однієї множини не сприяє появі чогось нового: сумісна дія кількох стабілізуючих факторів завжди спричиняє тільки стійкість рівноважної точки і навпаки у випадку дестабілізуючих чинників. По суті справи, в безрозмірних ММ (2а)–(7а) присутні два параметри — окрім коефіцієнта γ ще один, обумовлений належністю до однієї з множин факторів. Але саме він є принципово важливим, визначає поведінку фазового портрету. Між іншим, цим пояснюється назва статті.

У роботі встановлено двосторонню оцінку (9а) обсягу абсолютного дефіциту, верхня межа якого нелінійно залежить від платоспроможного попиту та діючих в суспільстві низьких цін, а нижня межа визначається деякою константою — ступенем вільності для способу господарювання.

Література

1. *Милованов В. П.* Неравновесные социально-экономические системы: синергетика и самоорганизация — М.: УРСС, 2001. — 236 с.

2. *Эрроусмит Д., Плейс К.* Обыкновение дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — 243 с.

3. *Милованов В. П.* Синергетика и самоорганизация: Экономика. Биофизика. — М.: Ком Книга, 2005. — 168 с.

4. *Базыкин А. Д.* Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. — М. — Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2003. — 368 с.

Статтю подано до редакції 12.01.10 р.