

2. Основы экономической безопасности. (Государство, регион, предприятие, личность) / [под ред. Е.А. Олейникова]. — М.: ЗАО «Бизнес-школа «Интел-Синтез»», 1997. — 288 с.

3. Экономическая безопасность: Производство — финансы — банки / [под ред. В.К. Сенчагова]. — М.: ЗАО «Финстатинформ», 1998. — 621 с.

4. Бланк И.А. Управление финансовой безопасностью предприятия / И. А. Бланк. — К.: Эльга, Ника-Центр, 2004. — 784 с.

5. Грунин О.А. Экономическая безопасность организации / О.А. Грунин, С.О. Грунин. — СПб.: Питер, 2002. — 118 с.

6. Петренко Л.М. Взаємозв'язок фінансової безпеки та фінансової стійкості підприємства / Л.М. Петренко // Економіка та підприємництво: зб. наук. праць молодих учених та аспірантів; [відп. ред. І.В. Лу-
няк]. — К.: КНЕУ, 2010. — Вип. 24. — С. 226 — 234.

7. Ярочкин В.И. Система безопасности фирмы / В.И. Ярочкин. — М.: Издательство «Ось-89», 1997. — 185 с.

8. Петренко Л.М. Ризики в управлінні фінансовою складовою економічної безпеки підприємства / Л.М. Петренко // Інформаційні технології та моделювання в економіці: Зб. наук. пр. другої Всеукр. наук-
практ. конф. молодих науковців, 15—17 травня, 2007 р., м. Черкаси. — Черкаси: Брама, видавець Вовчок О.Ю., 2007. — С. 120—121.

Стаття надійшла до редакції 18.06.2012 р.

УДК 330.15 : 336.76

П. М. Грицюк, д-р екон. наук,
доц. кафедри прикладної математики,
Національний університет водного господарства
та природокористування

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТРУКТУРОЙ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ ПАПЕРОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ МАРКОВИЦА

АНОТАЦІЯ. У статті запропоновано динамічний варіант моделі Марковича для випадку нестационарних фінансових рядів, який дозволяє формувати оптимальну структуру портфеля цінних паперів на основі їх біжучої статистики. Для апробації моделі використані щоденні котирування акцій чотирьох провідних компаній високотехнологічного сектора США, які входять до списку Nasdaq Composite.

ANNOTATION. This paper presents a dynamic version of the Markowitz model for the case of non-stationary financial time series, allowing to form the optimal structure of the securities portfolio based on their running statistics. To test the model used daily stock prices of four leading companies in the U.S. high-tech sector, which includes a list of Nasdaq Composite.

1. Сучасні підходи до моделювання фінансових ринків. В умовах швидкої зміни кон'юнктури фінансових ринків інвесторам необхідні стратегії управління, які б давали можливість швидко приймати рішення щодо управління фінансовими активами. Для цього учасникам ринку необхідний ефективний інструментарій для проведення глибокого економічного аналізу фінансових ринків і прогнозу динаміки їх розвитку. Домінуючою теорією, яка найчастіше використовується для описання поведінки ціни на спекулятивних фінансових ринках є теорія ефективного фінансового ринку (Efficient Capital Market Theory [1]). Проблеми моделювання фінансових ринків із застосуванням стохастичного підходу присвячені праці вітчизняних та зарубіжних учених В. Малюгіна [2], Н. Шепарда [3], А. Ширяєва [4], Р.Тсея [5] та ін.

Однак, згідно з теорією ефективного ринку ціни активів описуються моделлю випадкового блукання, а інформація, що міститься у цінах за попередні періоди, не може бути використана для передбачення цін активів у наступних періодах. У зв'язку з цим актуальною є задача ефективного моделювання та прогнозування ціни фінансових активів для прийняття рішень на підґрунті отриманих прогнозів. Альтернативним підходом до моделювання динаміки фінансових ринків є методи технічного аналізу [6], побудовані на дослідженні ідентичних паттернів на графіках цін. Сучасні дослідження показують, що для фінансових часових рядів є характерним чергування ділянок із стохастичною поведінкою ціни та трендостійких ділянок [5]. Це означає, що в ряді випадків ефективними можуть бути трендові моделі ціни за умови вдалого вибору часових інтервалів, для яких є характерною трендостійка поведінка ціни активу.

2. Ризики інвестування в цінні папери. Як відомо [2], інвестиційний процес, пов'язаний з формуванням портфеля цінних паперів, складається з наступних основних етапів:

- вибір інвестиційної політики (мета інвестування, види активів, обсяг інвестицій і терміни інвестування);
- аналіз ринку цінних паперів;
- моделювання і прогнозування динаміки ціни активів;
- визначення структури портфеля;
- періодична оцінка ефективності та коректування структури портфеля.

Інвестиції в цінні папери в умовах ринкової невизначеності пов'язані з ризиком того, що фактична дохідність вкладень може

відрізнятися від очікуваної. Це дає підстави розглядати дохідність r цінного паперу як випадкову величину, математичне сподівання $\mu = E(r)$ якої відповідає очікуваній дохідності, а середньоквадратичне відхилення дохідності $\sigma(r)$ може служити мірою ризику вкладень у даний актив.

Ідеальною для інвестора стратегією інвестування була б така стратегія, яка забезпечує досягнення максимальної очікуваної дохідності при мінімальному ризику вкладень. Однак, одночасне досягнення цих цілей є неможливим. Аналіз фінансових ринків показує, що більше значення очікуваної дохідності, зазвичай, пов'язане з більш високим ступенем ризику. Для зменшення ризику фінансових втрат необхідно розподіляти інвестиції між активами з різним рівнем ризику (принцип диверсифікації ризику). Розподіл інвестованого капіталу серед різних цінних паперів приводить до формування портфеля цінних паперів. Стратегію формування портфеля на основі підходу «дохідність—ризик» вперше запропонував Г. Марковіц [7].

3. Модель Марковіца. Марковіц вперше вказав на те, що при формуванні портфелю цінних паперів необхідно враховувати не лише їх дохідність, а й ступінь ризику. Основними параметрами моделі Марковіца є дохідність і ризикованість цінних паперів, які входять у портфель. Модель Марковіца ґрунтується на наступних припущеннях:

- дохідності цінних паперів розподілені за нормальним законом;
- дані минулих періодів, які використані при розрахунках дохідності і ризику, повністю відображають майбутні значення дохідності.

Дохідність портфеля цінних паперів — це середньозважена дохідність паперів, які входять у портфель, визначається за формулою:

$$R_p = \sum_{i=1}^N x_i \times r_i, \quad (1)$$

де: N — кількість цінних паперів, які входять у портфель; x_i — процентна частка даного паперу в портфелі ($\sum x_i = 1$); r_i — дохідність даного паперу. Дохідність даного виду акцій r_i на мінімальному часовому проміжку зазвичай розраховується за співвідношенням

$$r_i = \frac{P_i^{t+1} - P_i^t + D_i}{P_i^t}. \quad (2)$$

Тут P_i^t — ціна акції в попередній момент часу, P_i^{t+1} — ціна акції в наступний момент часу, D_i — дивіденди, виплачені власнику цінних паперів за розглянутий проміжок часу. При тривалих спостереженнях дохідність цінного паперу оцінюють за співвідношенням

$$r_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}, \quad (3)$$

де T — кількість мінімальних часових проміжків.

Зазвичай під ризиком фінансових операцій розуміють можливість недосягнення учасником ринку поставленої мети через невизначеність у розвитку ринкової ситуації [8]. В моделі Марковіца ризик цінного паперу розглядається як середньоквадратичне відхилення дохідності від її математичного сподівання

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - r_i)^2}. \quad (4)$$

Для оцінки ризику портфеля необхідно спочатку оцінити кореляцію між його компонентами. Коефіцієнт кореляції між двома цінними паперами розраховують за формулою

$$\rho_{ij} = \frac{1}{(T-1)\sigma_i\sigma_j} \sum_{t=1}^T [(r_{it} - r_i)(r_{jt} - r_j)], \quad (5)$$

де r_{it} , r_{jt} — дохідність цінних паперів i та j у період t . Ризик портфеля цінних паперів σ_p визначається функцією середньоквадратичного відхилення:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij})}, \quad (6)$$

де x_i, x_j — процентна частка даних паперів у портфелі; σ_i, σ_j — ризик даних паперів (середньоквадратичне відхилення); ρ_{ij} — коефіцієнт лінійної кореляції.

Можливі два підходи до розв'язування задачі про оптимізацію портфельних інвестицій. Перший (пряма задача Марковіца) полягає в тому, що накладається деяке обмеження на ступінь ризику — ризик не повинен перевищувати деякого допустимого рівня σ_{req} . Дохідність портфеля при цьому повинна бути максималь-

ною (задача на максимум дохідності). Другий підхід передбачає мінімізацію ризику при умові, що дохідність не опуститься нижче деякої заданої величини R_{req} . Математичне описання моделі Марковіца для задачі на максимум дохідності буде мати вигляд:

$$\begin{cases} R_p = x_i \times r_i \rightarrow \max; \\ \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij})} \leq \sigma_{req}; \\ x_i \geq 0; \\ \sum x_i = 1. \end{cases} \quad (7)$$

Тут x_i — відносна частка i -го активу у портфелі банку (вага i -го активу), r_i — його дохідність, розрахована, як середнє значення дохідності за досліджуваний період, σ_i — ризик i -го активу, розрахований як його стандартне відхилення за досліджуваний період, σ_{req} — максимально допустиме значення ризику, яке встановлюється експертом, ρ_{ij} — коефіцієнт лінійної кореляції між двома видами активів. Задача (7) є нелінійною і не може бути розв'язана в рамках симплекс методу. Для розв'язування такого типу задач використовують методи квадратичного програмування [9].

Другий підхід до вирішення проблеми Марковіца (обернена задача Марковіца) полягає в мінімізації ризику при збереженні деякого гарантованого рівня дохідності. Математичне описання моделі Марковіца для задачі на мінімум ризику буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij})} \rightarrow \min; \\ R_p = x_i \times r_i \geq R_{req}; \\ x_i \geq 0; \\ \sum x_i = 1. \end{cases} \quad (8)$$

4. Адаптація моделі Марковіца для випадку нестаціонарних рядів. При практичному застосуванні моделі Марковіца необхідно враховувати нестаціонарність часових рядів ціни акцій. Це означає, що дохідність і волатильність цінних паперів не є стабільними параметрами, а функціями від часу $r_i = r_i(t)$, $\sigma_i = \sigma_i(t)$. Для приведення часового ряду до стаціонарного виду необхідно побудувати та вилучити тренд цього ряду. Нами була використана лінійна модель тренду.

$$P_t = a_0 + a_1 t. \quad (9)$$

Тут P_t — ціна акції, розрахована за трендовою моделлю, a_0, a_1 — трендові коефіцієнти, які визначалися за методом найменших квадратів на часовому відрізку довжиною T . Згідно з даною моделлю ціна акції на початку часового відрізка становить a_0 , ціна акції на кінці часового відрізка — $a_0 + a_1 T$, дохідність дорівнює a_1 . Головна відмінність нашої моделі від моделі Марковіца полягає в тому, що дохідність визначається не через співвідношення (2), а через значення трендового коефіцієнта росту ціни акцій на деякому часовому відрізку T . При вдалому виборі довжини часового відрізка такий підхід дозволяє уникнути випадковості в оцінці дохідності. Значення волатильності акції ми оцінювали через суму квадратів залишків ряду, отриманих після вилучення тренду

$$\sigma = \sqrt{\sum_{t=1}^T (P(t) - a_0 - a_1 t)^2} . \quad (10)$$

Для реалізації моделі необхідно розбити досліджуваний часовий інтервал на відрізки довжиною T . Правильний вибір довжини часового відрізка для якого будується лінійна трендова модель ціни акцій є дуже важливим для успішної реалізації моделі. Комп'ютерні експерименти показали, що середня тривалість часового відрізка, для якого є характерним стабільний тренд і є адекватною конкретна лінійна трендова модель становить два з половиною тижні (12 робочих днів). Саме цей період часу був вибраний нами як база для розрахунку параметрів трендової моделі та волатильності курсу цінних паперів.

Для мінімізації функції ризику $S = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_i \times \sigma_i \times x_j \times \sigma_j \times \rho_{ij})$ нами був використаний метод градієнтного спуску. В ролі змінних виступають процентні частки вибраних акцій $x_1, x_2, \dots, x_N$. Частинні похідні функції ризику мають вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial x_1} &= 2\sigma_1 \cdot (\sigma_1 x_1 \rho_{11} + \sigma_2 x_2 \rho_{12} + \dots + \sigma_N x_N \rho_{1N}); \\ \frac{\partial S}{\partial x_2} &= 2\sigma_2 \cdot (\sigma_1 x_1 \rho_{21} + \sigma_2 x_2 \rho_{22} + \dots + \sigma_N x_N \rho_{2N}); \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial S}{\partial x_N} &= 2\sigma_N \cdot (\sigma_1 x_1 \rho_{N1} + \sigma_2 x_2 \rho_{N2} + \dots + \sigma_N x_N \rho_{NN}). \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Зміна ваг на кожному кроці градієнтного спуску відбувається за правилом

$$x_i^{k+1} = x_i^k - \frac{\partial S}{\partial x_i} H. \quad (12)$$

Тут $H=0.01$ — крок зміни ваг. Робота алгоритму ускладнюється необхідністю виконання умов

$$\begin{cases} x_i \geq 0; \\ \sum x_i = 1; \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (13)$$

5. Алгоритм динамічної оптимізації структури портфеля цінних паперів. Розглянемо задачу підтримання оптимальної структури фондового портфеля в динамічному режимі з використанням оберненої моделі Марковіца. Така постановка задачі передбачає розв'язування задачі Марковіца на кожному кроці алгоритму. Довжина кроку відповідає деякому часовому інтервалу T . З урахуванням вищесказаного алгоритм динамічної оптимізації структури портфеля цінних паперів має наступний вигляд.

1. Розбиваємо досліджуваний період на відрізки по 12 робочих днів (2,5 тижні, або ж $\frac{1}{2}$ місяця). Наші дослідження показали, що саме така довжина часового відрізка є найхарактернішою при формуванні та еволюції трендів. Рішення щодо купівлі чи продажу акцій приймається в кінці кожного відрізка. При прийнятті рішення можливі три варіанти: купувати, продавати, вичікувати. Недоліком такої стратегії може бути запізніла реакція на деякі зміни ринку. Однак, ця стратегія має важливу перевагу — надійність і мінімальний ризик.

2. Початкове значення капіталу 100 000 \$. Початкові значення ваг є рівними $x_i = 1/N$. Якщо в результаті застосування співвідношень (11)—(12) будуть отримані від'ємні значення ваг x_i , проводиться їх перенормування згідно з наступним алгоритмом

$$x_i := x_i - \min_{i=1, \dots, N} (x_i); \quad X := \sum_{i=1}^N x_i; \quad x_i := x_i / X. \quad (14)$$

Якщо всі ваги є невід'ємними, використовуються лише останні два співвідношення (14).

3. Якщо використання співвідношень (11)—(14) приводить до збільшення функції ризику S , або до зменшення функції дохідності R_p , необхідно повернутися до попередніх значень ваг і не здійснювати покупку акцій на даному кроці. Така ситуація може бути пояснена тим, що встановлено занадто високий мінімальний рівень дохідності R_{req} .

4. Якщо крок зменшення функції ризику S стає меншим від критичного значення ΔS_0 (окіл точки мінімуму), здійснюємо купівлю чотирьох акцій у кількостях, які відповідають оптимізованим значенням ваг.

5. У всіх інших випадках продовжуємо виконання алгоритму мінімізації ризику (11)—(14).

6. Апробація моделі. Описаний вище алгоритм програмно реалізований у середовищі Delphi 7.0. Для апробації моделі ми використали дані за 2006—2011 роки про щоденні котирування акцій чотирьох провідних компаній високотехнологічного сектора США, які входять до списку Nasdaq Composite [10] (динаміку індекса Nasdaq Composite зображено на рис.1):

- Apple Inc. (виробництво комп'ютерів, телефонів, програмного забезпечення);
- BioMimetic Therapeutics, Inc. (біотехнології);
- Google Inc. (Internet, реклама);
- Oracle Corporation (програмне забезпечення, бази даних).

Розрахунки показали, що в результаті застосування описаної вище стратегії загальний прибуток за період 2006—2011 роки складає 358,59 % (358 590 \$). Графічне зображення динаміки росту капіталу в результаті застосування моделі представлено на рис. 2 (суцільна лінія). Штрихова лінія відображає ріст капіталу при умові розподілу початкового капіталу рівними частинами між чотирма розглянутими акціями і при незмінній структурі портфеля в часі. По горизонтальній осі відображені часові відрізки довжиною 12 робочих днів.

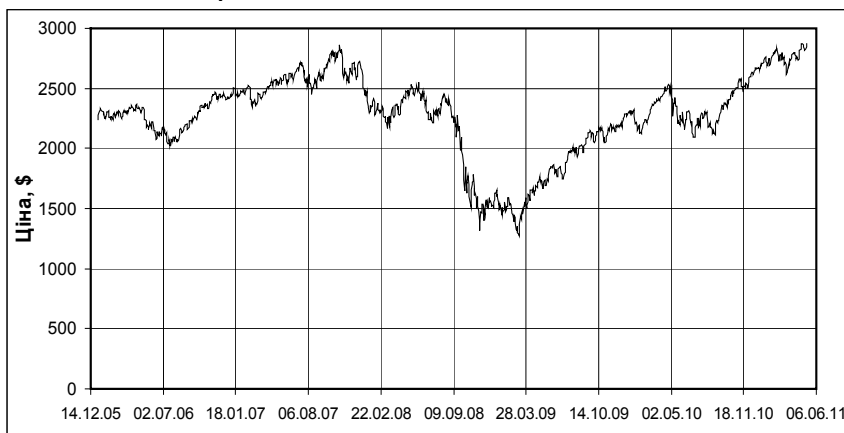


Рис. 1. Динаміка індексу Nasdaq Composite (2006—2011 роки)

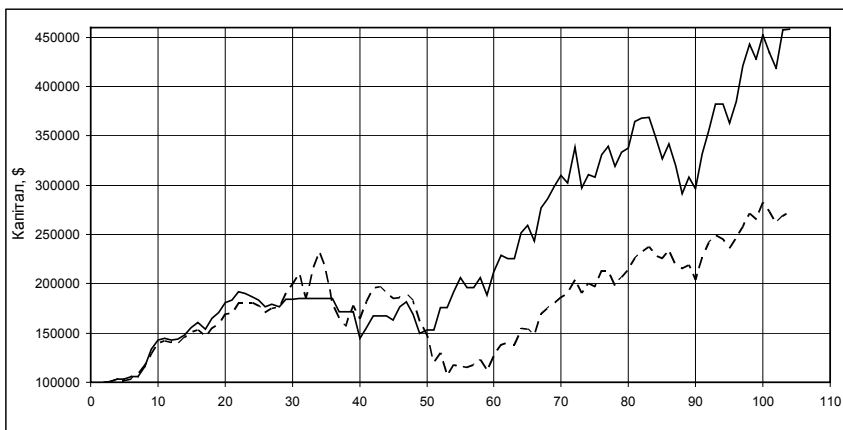


Рис. 2. Динаміка росту капіталу
з використанням динамічної стратегії управління
інвестиційним портфелем на основі моделі Марковіца

7. Висновки. У статті запропоновано варіант моделі Марковіца для нестационарних фінансових рядів. Дохідність оцінюється за значенням трендового коефіцієнта, отриманого на відрізьку 12 робочих днів. Як показали дослідження, саме такий часовий відрізок є характерним для формування та відносної стабільності лінійних трендів ціни акцій. Волатильність визначається як середньоквадратичне відхилення фактичних значень ціни акцій на цьому відрізьку від значень лінійної трендової моделі. Розроблений алгоритм, який дозволяє здійснювати динамічний контроль над структурою портфеля цінних паперів відповідно до поступаючої інформації щодо їх котирувань.

Література

1. Fama E. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work // The Journal of Finance. — 1970. — Volume 25. — № 2. — P. 383—417.
2. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: Количественные методы анализа. — М.: Дело, 2003. — 320 с.
3. Шепард Н. Статистические аспекты моделей типа ARCH и стохастическая волатильность // Обозрение прикладной и промышленной математики. — 1996. — Т. 3. — Вып. 6. — С. 764—826.
4. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1: Факты. Модели; Том 2: Теория; — М.: Фазис, 1998. — 1016 с.

5. Tsay R. Analysis of financial time series. — New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002. — 448 p.

6. Э. Найман. Малая энциклопедия трейдера. — М.: Альпина Паблишер, 2011. — 408 с.

7. Markowitz H. Portfolio Selection // Journal of Finance, vol.VII, №1, March 1952.

8. Вітлінський В.В. Ризикологія в економіці та підприємстві: монографія / В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко. — К.: КНЕУ, 2004. — 480 с.

9. А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. Высшая математика. Математическое программирование. — Мн.: Выш. шк., 1994. — 286 с.

10. Сайт <http://www.google.com/finance>

Стаття надійшла до редакції 29.05.2012 р.

УДК [658.15:005.934]-047.58

Петренко Л. М., канд. екон. наук,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет імені Вадима Гетьмана»

ПОДАТКОВА БЕЗПЕКА ЯК СКЛАДОВА ФІНАНСОВОЇ БЕЗПЕКИ ДЕРЖАВИ

Анотація. У статті розглянуто сутність податкової безпеки держави як частини його фінансової безпеки. Запропоновано модель взаємодії між ринковими суб'єктами та державними податковими органами з метою побудови ефективної податкової стратегії щодо погашення заборгованості, забезпечення податкової безпеки держави.

ANNOTATION. In the article are discussed the concept of tax safety as pars of financial safety of the state. Formation of model of interaction between market subjects and states tax system with the purpose of construction effective tax strategy of return debts, maintenance tax safety of the state are in the work.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: фінансова безпека, податкова безпека, податки, підприємство, заборгованість.

KEY WORDS: financial safety, tax safety, taxes, enterprise, debts.

Вступ. Проблема податкових реформувань на сьогодні є однією з найактуальніших для економіки України. Значення податкової складової в сучасному світі настільки велике, що зміст завдань, які стоять перед податковою політикою, без розгляду їх з позицій взаємозв'язку та взаємовпливу з економічною безпекою здатне призвести до втрати послідовності та ефективності подат-