

ставляє собою всю базу даних, було введено поняття запиту, що є вибіркою, тобто групою записів [5, с. 124].

Ефективність застосування системи інформаційної підтримки, організації, аналізу та контролю навчального процесу в університеті дасть можливість ефективно та вчасно приймати рішення при управлінні, тому впровадження інформаційно-аналітичних систем є досить доцільним.

Список використаних джерел

1. Автоматизированные информационные технологии в экономике: Учебник / Под. ред. Г. А. Титоренко. — М.: Компьютер, Юнити, 1999. — 400 с.
2. Вовчак І. С. Інформаційні системи і комп'ютерні технології в менеджменті: Навч. посібник. — Тернопіль: Карт-бланш, 2001. — 354 с.
3. Інформаційні системи і технології в економіці: Посібник для студентів вищих навчальних закладів / За ред. В. С. Пономаренка. — К.: Видавничий центр «Академія», 2002. — 544 с.
4. Проектування інформаційних систем: Посібник / За ред. В. С. Пономаренка. — К.: Видавничий центр «Академія», 2002. — 488 с.
5. Ситник В. Ф. Технологія автоматизованої обробки економічної інформації: Навч. посібник / В. Ф. Ситник, О. С. Краєва. — К.: КНЕУ, 1998. — 200 с.

Волощук С. Д.

к.ф.-м.н., доцент

*ДВНЗ «Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана»*

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЦІНИ ОПЦІОНУ З ДИСКРЕТНИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

Опціони є похідними цінними паперами, в основі яких лежать деякі фінансові активи (акції). В [1] розглянуто модель Блека-Шоулса динаміки ціни опціону

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + r x \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} - r w(x,t) = 0, \quad x \in [0, \infty), t \in [0, t^*],$$
$$w(x,t)|_{t=t^*} = \varphi(x) = \begin{cases} x - x^*, & x \in [x^*, +\infty), \\ 0, & x \in [0, x^*), \end{cases} \quad w(x,t)|_{x=0} = 0,$$

де $w(x, t)$ — ціна опціону, x — ціна фінансового активу опціону, t — час, t^* — час купівлі фінансового активу за погодженою у опціоні ціною x^* , σ — волатильність акцій, а r — безризикова процентна ставка.

В даній роботі розглянуто модель Блека-Шоулса на деякому скінченному проміжку цін акцій $[X_1, X_2]$ (причому нижню межу $X_1 > 0$ вибрано на стільки низькою, щоб ціна опціону при ціні акції X_1 була рівна нулю у будь-який момент часу) та деякому скінченному часовому проміжку $[0, t^*]$ з дискретними спостереженнями за додатковими умовами у точках $x_i, i = \overline{1, n}, t_j, j = \overline{1, m}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 x^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + r x \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} - r w(x, t) &= 0, x \in [X_1, X_2], t \in [0, t^*], \\ w(x_i, t) \Big|_{t=t^*} &= 0, x_i \in [X_1, x^*], i = \overline{1, n_1 - 1}, \\ w(x_i, t) \Big|_{t=t^*} &= \phi_i, x_i \in [x^*, X_2], i = \overline{n_1, n}, \\ w(x, t_j) \Big|_{x=X_1} &= 0, t_j \in [0, t^*], j = \overline{1, m}. \end{aligned}$$

За допомогою заміни $w(x, t) = e^{rt} v(x, t)$, $z = \ln(x) + Ct$, $\tau = t^* - t$, $C = -r + \sigma^2/2$, $y(z, \tau) = v(e^{z-C(t^*-\tau)}, t^* - \tau)$ дана модель спроститься до однорідної параболічної моделі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(z, \tau)}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 y(z, \tau)}{\partial z^2} &= 0, z \in S = [\ln(X_1), \ln(X_2) + Ct^*], \tau \in [0, t^*], \\ y(z_i, \tau) \Big|_{\tau=0} &= 0, z_i = \ln(x_i) + Ct^*, \\ z_i \in S_0^{(1)} &= [\ln(X_1) + Ct^*, \ln(x^*) + Ct^*], i = \overline{1, n_1 - 1}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} y(z_i, \tau) \Big|_{\tau=0} &= \phi_i e^{-rt^*}, z_i = \ln(x_i) + Ct^*, \\ z_i \in S_0^{(2)} &= [\ln(x^*) + Ct^*, \ln(X_2) + Ct^*], i = \overline{n_1, n}, \\ y(z_j, \tau_j) \Big|_{z_j \in S_\Gamma} &= 0, z_j = \ln(X_1) + Ct_j, \\ j &= \overline{1, m}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$S_\Gamma = [\ln(X_1), \ln(X_1) + Ct^*], \tau_j \in [0, t^*],$$

Наявність дискретних додаткових умов не дозволяє використати класичний розв'язок цієї задачі. Тому розв'яжемо її наближено, згідно середньоквадратичного критерію:

$$\Phi_y = \sum_{i=1}^{n-1} (y(z_i, 0))^2 + \sum_{i=n_1}^n (y(z_i, 0) - \phi_i e^{-rt^*})^2 + \sum_{j=1}^m (y(z_j, \tau_j))^2 \rightarrow \min_{y(z, \tau)}. \quad (4)$$

Згідно методики, розробленої в [2] та використаної в [3] розв'язок задачі будемо шукати у вигляді

$$y(z, \tau) = y_\infty(z, \tau) + y_0(z, \tau) + y_\Gamma(z, \tau), \quad z \in S, \tau \in [0, t^*], \quad (5)$$

$$\text{де } y_\infty(z, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \int_{-\infty}^{\infty} G(z - z', \tau - \tau') \omega(z', \tau') dz' = 0, \quad z \in S, \tau \in [0, t^*],$$

$$y_0(z, \tau) = \int_{-\infty}^0 d\tau' \int_{S_0} G(z - z', \tau - \tau') \omega_0(z', \tau') dz',$$

$$z \in S, \tau \in [0, t^*], S_0 = S_0^{(1)} \cup S_0^{(2)}$$

$$y_\Gamma(z, \tau) = \int_0^{t^*} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G(z - z', \tau - \tau') \omega_\Gamma(z', \tau') dz', \quad z \in S, \tau \in [0, t^*],$$

$$G(z - z', \tau - \tau') = \frac{\chi(\tau - \tau')}{\sqrt{2\pi\sigma^2(\tau - \tau')}} e^{-(z - z')^2 / (2\sigma^2(\tau - \tau'))} \quad \text{— фундаментальний}$$

розв'язок параболічного рівняння (1), $\chi(\tau - \tau')$ — функція Хевісайда, $\omega(z', \tau') = 0$ — права частина рівняння (1), $\omega_0(z', \tau')$, $\omega_\Gamma(z', \tau')$ — невідомі функції, визначені за межами областей визначення умов (2) та (3) відповідно.

Для відшукування функцій $\omega_0(z', \tau')$, $\omega_\Gamma(z', \tau')$ умови (2)-(3) подамо в інтегральному вигляді

$$\int_{-\infty}^0 d\tau' \int_{S_0} G(z_i - z', -\tau') \omega_0(z', \tau') dz' + \int_0^{t^*} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G(z_i - z', -\tau') \omega_\Gamma(z', \tau') dz' = 0,$$

$$z_i \in S_0^{(1)}, i = \overline{1, n_1 - 1}$$

$$\int_{-\infty}^0 d\tau' \int_{S_0} G(z_i - z', -\tau') \omega_0(z', \tau') dz' +$$

$$+ \int_0^{t^*} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G(z_i - z', -\tau') \omega_\Gamma(z', \tau') dz' = \phi_i e^{-rt^*}, \quad z_i \in S_0^{(2)}, i = \overline{n_1, n}$$

$$\int_{-\infty}^0 d\tau' \int_{S_0} G(z_j - z', \tau_j - \tau') \omega_0(z', \tau') dz' + \\ + \int_0^{t^*} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G(z_j - z', \tau_j - \tau') \omega_\Gamma(z', \tau') dz' = 0, \quad z_j \in S_\Gamma, \tau_j \in [0, t^*], j = \overline{1, m},$$

а потім у матрично-інтегральному вигляді:

$$\int_{-\infty}^0 d\tau' \int_{S_0} G_{0\Gamma}(z', \tau') \omega_0(z', \tau') dz' + \int_0^{t^*} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G_{0\Gamma}(z', \tau') \omega_\Gamma(z', \tau') dz' = Y, \quad (6)$$

де $Y = (0, \dots, 0, \varphi_1 e^{-rt^*}, \varphi_2 e^{-rt^*}, \dots, \varphi_n e^{-rt^*}, 0, \dots, 0)^T$,

$$G_0(z', \tau') = (G(z_i - z', -\tau'), i = \overline{1, n})^T,$$

$$G_\Gamma(z', \tau') = (G(z_j - z', \tau_j - \tau'), j = \overline{1, m})^T,$$

$$G_{0\Gamma}(z', \tau') = (G_0(z', \tau'), G_\Gamma(z', \tau'))^T.$$

Введемо позначення:

$$G_{0\Gamma}^1(z', \tau') = G_{0\Gamma}(z', \tau'), (z', \tau') \in (-\infty, 0] \times S_0,$$

$$G_{0\Gamma}^2(z', \tau') = G_{0\Gamma}(z', \tau'), (z', \tau') \in [0, t^*] \times (R \setminus S_\Gamma).$$

Тоді рівняння (6) матиме вигляд:

$$\int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} (G_{0\Gamma}^1(z', \tau') \quad G_{0\Gamma}^2(z', \tau')) \begin{pmatrix} \omega_0(z', \tau') \\ \omega_\Gamma(z', \tau') \end{pmatrix} dz' = Y,$$

а його розв'язки утворюють множину

$$\Omega_\omega = \left\{ \begin{pmatrix} \omega_0(z', \tau') \\ \omega_\Gamma(z', \tau') \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \omega_0(z', \tau') \\ \omega_\Gamma(z', \tau') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{0\Gamma}^1(z', \tau') \\ G_{0\Gamma}^2(z', \tau') \end{pmatrix} P^+ (Y - G_f) + \begin{pmatrix} f_0(z', \tau') \\ f_\Gamma(z', \tau') \end{pmatrix} \right\}, \quad (7)$$

де $f_0(z', \tau')$, $f_\Gamma(z', \tau')$ — довільні інтегровні за Ріманом функції в областях $(-\infty, 0] \times S_0$, $[0, t^*] \times (R \setminus S_\Gamma)$ відповідно,

$$G_f = \int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} \left(G_{0\Gamma}^1(z', \tau') G_{0\Gamma}^2(z', \tau') \right) \begin{pmatrix} f_0(z', \tau') \\ f_{\Gamma}(z', \tau') \end{pmatrix} dz', \quad P^+ \text{ — матриця, псевдо-}$$

$$\text{обернена до матриці } P = \int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} \left(G_{0\Gamma}^1(z', \tau') G_{0\Gamma}^2(z', \tau') \right) \begin{pmatrix} G_{0\Gamma}^{1T}(z', \tau') \\ G_{0\Gamma}^{2T}(z', \tau') \end{pmatrix} dz'.$$

Таким чином, вибравши довільну вектор-функцію з множини (7) ми зможемо отримати функцію (5), яка точно задовольнятиме рівняння (1). А потім, повернувшись до змінних x, t , отримаємо ціну опціону $w(x, t)$.

Список використаних джерел

1. *Ерофеенко В. Т.* Уравнения с частными производными и математические модели в экономике: курс лекций / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 248 с.
2. *Стоян В. А.* Математичне моделювання лінійних, квазілінійних і нелінійних динамічних систем: монографія / В. А. Стоян. — К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2011. — 320 с.
3. *Волощук С. Д.* Моделювання вартості опціону на основі рівняння Блека-Шоулса [Електронний ресурс] / С. Д. Волощук // Ефективна економіка. — 2015. — № 4. — режим доступу: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=4001>

Габрієлян Д. Г.

*ДВНЗ «Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана»*

МІНІМІЗАЦІЯ РИЗИКІВ БАНКІВСЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Управління ризиками — одна з найактуальніших науково-практичних проблем сучасної банківської діяльності. По мірі розвитку технологій та глобалізації світової економіки ризики банківської діяльності зростають, а банківська система України є слабо захищеною від впливу різного роду ризиків. Наслідки останніх економічних, політичних і геополітичних криз в Україні є серйозними як для окремих комерційних банків, так і для банківської системи в цілому.

У концепції інтегрованого управління ліквідністю та прибутковістю банку критеріями моделі є максимізація прибутку та