

Стець О.В.,
доцент кафедри математичного
моделювання економічних систем,
Зеленько С.М.,
студент групи УК-91,
Факультет менеджменту та маркетингу
Національний технічний університет України «КПІ»

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОННОГО МАРКЕТИНГУ

АНОТАЦІЯ. Поширення рекламного повідомлення в мережі Інтернет має свої особливості. Перш за все — це швидкість поширення інформації та аудиторія, яку охопило повідомлення. Наприклад, у соціальних мережах для поширення повідомлення достатньо розмістити його на своїй сторінці і поділитися цією новиною з друзями. Таким чином може бути охоплена надзвичайно велика кількість користувачів соціальної мережі у надзвичайно короткий термін.

Поширення рекламного повідомлення в мережі Інтернет чимось нагадує поширення вірусу. Достатньо «інфікувати» певну групу користувачів і далі повідомлення буде розповсюджуватися вже самими користувачами без участі компанії, яка створила це рекламне повідомлення.

Стаття присвячена аналізу поширення рекламного повідомлення у соціальній мережі Інтернет та виявлення оптимальної кількості користувачів, «інфікувавши» яких можна стверджувати про «епідемічний» характер поширення рекламного повідомлення.

Методика полягає у застосуванні «SIR-моделі поширення епідемії» для вирішення поставленої задачі.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: електронна комерція, соціальна мережа, рекламне повідомлення, аналіз, SIR-модель.

ANNOTATION. Dissemination of advertising message on the Internet has its own characteristics. First of all — it is the speed of the information dissemination and the covered audience.

For example, in the social network to spread the message it is enough to post it on your page and share this news with your friends. It is enough to «infect» some small group of social network users to cover an extremely large number of its users in a very short time.

Dissemination of advertising messages on the Internet reminds the spread of the virus. Enough «infect» some small group of users and then the message will be distributed around the users by their own.

The article analyzes the dissemination of an advertising message in a social network for discovering the optimal amount of the «infected» Internet users what will be enough to say that the message distributes with the «epidemic» nature.

We will use the «SIR-epidemic model» for solving this problem.

Вступ. Сучасні темпи розвитку електронної комерції змушують звернути на себе увагу. Незважаючи на те, що електронна комерція не є чимось новим, за останні кілька років вона набула надзвичайної популярності.

Вагомою причиною такого стрімкого розвитку стала поява соціальних мереж, таких як Facebook, MySpace, V Kontakte та ін. Наразі такі сервіси, як соціальні мережі пропонують своїм користувачам набагато більше ніж просто спілкування в режимі «он-лайн». Серед багатьох сервісів, які пропонують соціальні мережі одним з найважливіших є можливість поділитися тим чи тим записом зі своїми друзями, які, в свою чергу, можуть зробити те саме і т.д.

Враховуючи простоту та швидкість поширення інформації в Інтернеті велика кількість компаній починає активно використовувати соціальні мережі для реклами власного продукту.

Саме тут постає питання про те, яку кількість користувачів необхідно охопити, щоб стверджувати, що надалі рекламне повідомлення буде поширюватися самими користувачами і набуде характеру «епідемії».

Враховуючи відносно нещодавній початок стрімкого зростання популярності соціальних мереж і ті можливості, які відкриваються перед представниками бізнесу, актуальність дослідження поширення реклами у соціальних мережах набуває важливого значення для компаній, які слідкують за світовими тенденціями.

Постановка задачі. Оскільки можливість використання соціальних мереж для поширення рекламних повідомлень з'явилась відносно нещодавно, даний вид реклами ще недостатньо досліджений.

Важливим питанням у рамках функціонування компанії у соціальній мережі є питання щодо аудиторії, яку необхідно охопити на початковому етапі запуску рекламного повідомлення у соціальній мережі. Тобто, скільки людей повинні поширити рекламне повідомлення серед своїх друзів для того, щоб надалі поширення відбувалося вже за рахунок спілкування та обміну інформації між самими користувачами.

Задачею дослідження є аналіз поширення рекламного повідомлення у соціальній мережі.

Методологія. В роботі проаналізовано та використано математичні методи для вирішення поставленої задачі.

Для аналізу поширення реклами у соціальних мережах застосуємо SIR-модель поширення епідемії.

Нехай S (від *англ. susceptible*) — група «здорових» користувачів соціальної мережі, тобто це ті користувачі, на яких, потенцій-

но, може вплинути реклама; I (від англ. *infected*) — група «інфікованих» користувачів, які у даний момент часу t перебувають під впливом реклами, тобто є носіями та розповсюджувачами рекламної інформації; R (від англ. *recovered*) — група «відновлених» користувачів, які виконали певну дію під впливом реклами (в минулому розповіли друзям про товар або здійснили покупку) або реклама не вплинула на них.

Нехай N — загальна кількість користувачів 3-х груп. Розглянемо випадок коли загальна кількість користувачів незмінна, тобто:

$$S(t) + I(t) + R(t) = N. \quad (1)$$

Розглянемо функцію $A(\tau)$, яка включає у себе інформацію про рівень «інфікованості», тобто про рівень впливу реклами на користувача, який дізнався про неї τ одиниць часу назад, а також про кількість контактів за увесь час, доки цей користувач перебував під впливом реклами. Формально $A(\tau)$ — це рівень «інфікованості» користувача, який дізнався про неї τ одиниць часу назад по відношенню до «здорового» користувача, який ще не знає про дану рекламу.

Нехай імовірність зацікавитися рекламою при контакті з іншим уже зацікавленим у ній користувачем соціальної мережі постійна і дорівнює p , середня кількість контактів за одиницю часу постійна і дорівнює c , і користувач перебуває під впливом реклами у проміжку часу з T_1 до T_2 , тоді:

$$A(\tau) = \begin{cases} cp, & \text{якщо } T_1 \leq \tau \leq T_2 \\ 0, & \text{в іншому випадку} \end{cases} \quad (2)$$

Введемо наступне позначення: $i(t)$ — кількість нових користувачів, які зацікавилися даною рекламою у момент часу t . Так як при зростанні кількості «інфікованих» рекламою користувачів, кількість «здорових» користувачів, які ще не знають про дану рекламу, буде зменшуватися то справедливим буде твердження, що

$i(t) = -\frac{dS}{dt}$ за умови, що чисельність групи S не може зростати.

Враховуючи визначення функції $A(\tau)$ отримуємо:

$$i(t) = \frac{S(t)}{N} \int_0^\infty A(\tau) i(t - \tau) d\tau \quad (3)$$

Інтеграл у правій частині рівняння (3) описує середню кількість «успішних» (тобто тих, які призвели до «зараження» нових користувачів рекламною інформацією) контактів усіма «інфікованими» на момент часу t . Слід зауважити, що так як контакти між користувачами випадкові, то тільки $\frac{S(t)}{N}$ частина з них буде зі «здоровими» користувачами. В результаті ми отримуємо кількість нових випадків зараження у момент часу t . Враховуючи, що $i(t) = -\frac{dS}{dt}$, маємо:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{S(t)}{N} \int_0^{\infty} A(\tau) \frac{dS(t-\tau)}{dt} d\tau. \quad (4)$$

Розглянемо функцію «інфективності» у наступному вигляді:

$$A(\tau) = \beta N e^{-\gamma \tau} \quad (5)$$

Тут величина βN вказує на кількість контактів за одиницю часу, а $e^{-\gamma \tau}$ вказує на той факт, що проміжок часу, протягом якого «інфікований» користувач може поширити інформацію, розподілений експоненційно з середнім $\frac{1}{\gamma}$.

Ввівши наступне позначення для числа «інфікованих» користувачів:

$$I(t) = -\frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} A(\tau) \frac{dS(t-\tau)}{d(t)} d\tau = -\frac{1}{\beta} \int_{-\infty}^t A(t-\tau) \frac{dS(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (6)$$

де $\beta = \beta p$.

Тоді маємо наступну систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I \\ S(t) + I(t) + R(t) = N \\ S(t), I(t), R(t) \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

З точки зору продавця товару одними з найважливіших є питання щодо тривалості впливу реклами на користувачів, загальна кількість охоплених користувачів і кількість користувачів, на яких реклама не вплинула взагалі.

Спробуємо відповісти на ці питання в рамках моделі (7).

З першого та другого рівняння системи отримуємо:

$$\frac{dI}{dS} = -\frac{(\beta S - \gamma)I}{\beta SI} = -1 + \frac{\sigma}{S} \quad (I \neq 0) \quad (8)$$

Звідки, враховуючи початкові умови $S(0) = S_0$, $I(0) = I_0$,

$$I + S - \sigma \ln S = I_0 + S_0 - \sigma \ln S \quad (9)$$

де $\sigma = \frac{\gamma}{\beta}$.

З другого рівняння системи (7) випливає, що кількість «інфікованих» користувачів спочатку зростає, якщо $S_0\sigma > 1$, і досягає свого максимуму $I_{\max} = N - \sigma + \sigma \ln\left(\frac{\sigma}{S_0}\right)$ у точці $S = \sigma$. Якщо ж $S_0\sigma < 1$, то кількість «інфікованих» монотонно прямує до нуля.

З першого та третього рівняння системи (7) випливає, що

$$\frac{dS}{dR} = -\frac{S}{\sigma} \Rightarrow S = S_0 e^{-\frac{R}{\sigma}} \quad (10)$$

Так як $I(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, то $R(\infty) = N - S(\infty)$ і для знаходження кількості «здорових» користувачів, які уникнули впливу реклами, $S(\infty)$, отримуємо наступне рівняння:

$$S(\infty) = S_0 e^{-\frac{N-S(\infty)}{\sigma}} \quad (11)$$

Припущення щодо величини $S(\infty)$ в рамках моделі (7) робити не можна, так як вона детермінована, в реальності ж детермінований опис має сенс лише тоді, коли кількість «інфікованих» уже достатньо велика, у випадку ж з одним «інфікованим» це не так. У рівнянні для величини $S(\infty)$ від абсолютних величин перейдемо

до відносних, а саме розглянемо величину $Z = \frac{S(\infty)}{N}$, за умови, що в початковий момент часу $S_0 = N$. Отримаємо:

$$Z = e^{-R_0(1-Z)} \quad (12)$$

де $R_0 = N\sigma^{-1}$.

Рівняння (12) — це рівняння для визначення фінального рівня епідемії поширення реклами. Величина R_0 , яка входить у це рівняння описує середню кількість користувачів, які були «інфіковані» одним «інфікованим» користувачем, який контактував лише зі «здоровими» користувачами. Для рівняння (3) отримуємо:

$$R_0 = \int_0^{\infty} A(\tau) d\tau \quad (13)$$

так як $R_0 = i(t)$, якщо $i(t - \tau) = 1$ для будь-якого t і τ .

Рівняння (12) завжди має корінь $Z = 1$ та корінь Z^* за умови, що $R_0 > 1$. За умови відомої частини користувачів, які залишилися «здоровими» можемо оцінити R_0 :

$$R_0 = \frac{\ln z^*}{z^* - 1} \quad (14)$$

Результати дослідження.

У даній статті було проаналізовано процес поширення рекламного повідомлення у соціальній мережі на основі SIR-моделі поширення епідемії.

На основі моделі було практично розглянуто процес поширення повідомлення для закритої соціальної мережі з обмеженою кількістю користувачів.

Як ми можемо спостерігати, рівень інфікованості набуває максимального значення наприкінці 1-го тижня, охоплюючи при цьому майже 50 % користувачів мережі. Слід зауважити, що при даних припущеннях щодо швидкості розповсюдження «інфекції» та ймовірності «зараження» ми отримаємо доволі непоганий результат, так як у момент $t(0)$ було «інфіковано» лише 1 % від загальної кількості користувачів соціальної мережі.

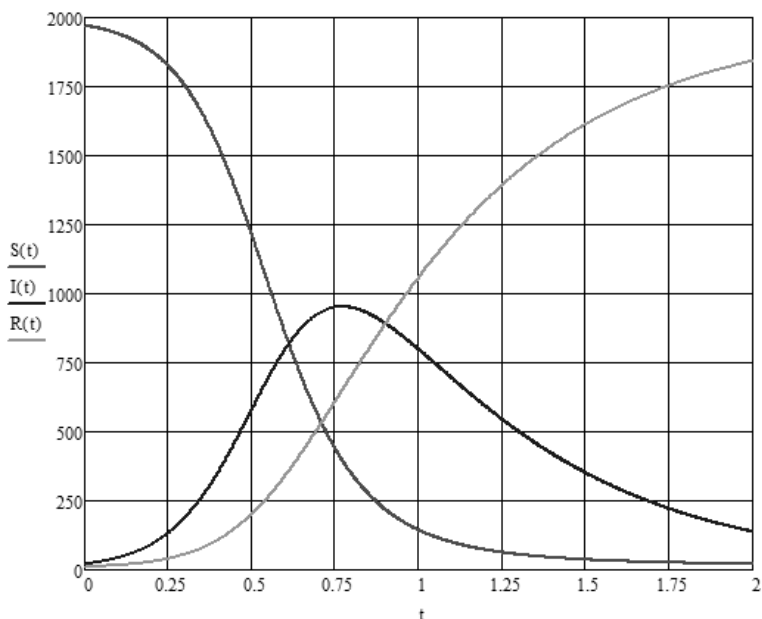


Рис. 1. Динаміка показників

Висновки. Інформаційні технології надзвичайно швидко з'являються у нашому житті і стають його невід'ємною частиною. Соціалізація у мережі Інтернет уже набула глобальних масштабів і продовжує розвиватися з величезною швидкістю.

Наразі більш ніж 1/6 жителів планети мають свої сторінки у соціальних мережах. Бурхливий розвиток такого виду спілкування та способу життя пов'язаний з багатьма факторами, серед яких слід виділити доступність, простоту у користуванні та можливість спілкування з усім світом не маючи кордонів.

У даній роботі здійснено спробу проаналізувати процес поширення рекламного повідомлення шляхом його розповсюдження в одній з соціальних мереж Інтернету.

Було розглянуто процес поширення реклами самими користувачами мережі на основі адаптованої під вимоги електронної комерції SIR-моделі поширення епідемії.

На основі проведеного дослідження можна сказати, що цей процес залежить від багатьох чинників зовнішнього середовища, які ми можемо змоделювати лише частково. Велику роль відіграє людський фактор, моделювання якого значним чином впливає на результати.

Отже, враховуючи темпи розвитку даного способу комунікації між користувачами мережі Інтернет можна з впевненістю стверджувати про зростання кількості подальших досліджень щодо аналізу розповсюдження реклами, поведінки потенційного споживача та рівня ефективності використання такого інструменту маркетингової політики як соціальна мережа.

Література

1. *Амелькин В.В.* Дифференциальные уравнения в приложениях. — М.: Наука. Гл. редакция физико-математической литературы, 1987. — 160 с.
2. *Андреева Г.М.* Социальная психология. — М.: Наука, 1998. — 376 с
3. *Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П.* Динамические системы и модели биологии. — М., 2002. — 485 с.
4. *Данич В.Н.* Модели социальных паник в обществе информационного типа: паника социума // Вестник Восточноукраинского национального университета. — Луганск: Изд. ВНУ, 2002. — №3 (49).
5. *Илона Кветна.* Маркетинг в социальных сетях — ставка на доверие // Маркетинг и реклама. — № 6. — 2009.
6. *Anderson R. and May R.,* Infection Diseases of Humans: Dynamics and Control, New York, Oxford University Press, 1991
7. *Doucet P. and Sloep P.B.* . Mathematical Modelling in the Life Sciences. Chichester: Ellis Horwood, 1992
8. *Hoppensteadt F.C.* Mathematical Theories of Populations: Demographics, Genetics and Epidemics. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1975.

Стаття надійшла до редакції 15.11.2012