

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ
ВАДИМА ГЕТЬМАНА

Навчально-науковий інститут
«Інститут інформаційних технологій в економіці»

Кафедра системного аналізу та кібербезпеки

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА «Системний аналіз»

Галузь знань 12 Інформаційні технології

Спеціальність 124 Системний аналіз

Форма навчання: денна

КВАЛІФІКАЦІЙНА МАГІСТЕРСЬКА РОБОТА

на тему «Оптимізація інвестиційних портфелів з використанням еволюційних
алгоритмів»

Здобувача: Висоцького Олександра Миколайовича _____

(ПІБ, підпис)

(підпис)

Науковий керівник: к. е. н., доцент Корзаченко О. В. _____

(науковий ступінь, учене звання, ПІБ)

(підпис)

Робота допущена до захисту перед екзаменаційною комісією
з атестації здобувачів вищої освіти (ЕК)

Завідувач кафедри: д.ф.-м.н., професор Джалладова І.А _____

(науковий ступінь, учене звання, ПІБ)

(підпис)

Київ 2025

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ЕКОНОМІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАДИМА ГЕТЬМАНА**

**Навчально-науковий інститут
«Інститут інформаційних технологій в економіці»**

Кафедра системного аналізу та кібербезпеки

ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА

«СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ»

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ

124 «СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ»

ПОГОДЖЕНО

Керівник проектної групи (гарант)

освітньо-професійної програми

_____ Колечкіна Л.М.

(підпис) (ініціали, прізвище)

_____ 2025 р.

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Джалладова І. А.

(підпис) (ініціали, прізвище)

_____ 2025 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

здобувачу вищої освіти Висоцькому Олександр Миколайовичу

очної (денної) форми навчання

на підготовку кваліфікаційної магістерської роботи

на тему «Оптимізація інвестиційних портфелів з використанням еволюційних алгоритмів»

Тему затверджено наказом ректора Університету від «22» квітня 2025р. № 624-ст

Кваліфікаційна магістерська робота виконується на матеріалах сучасних наукових досліджень у галузі фінансової оптимізації, еволюційних обчислень, машинного навчання, а також на основі історичних фінансових даних з відкритих джерел, аналітичних звітів міжнародних фінансових організацій і даних фінансової звітності компаній.

План кваліфікаційної магістерської роботи

Розділ 1	Теоретико-методологічні засади оптимізації інвестиційних портфельів
Розділ 2	Застосування еволюційних алгоритмів та методів машинного навчання до побудови оптимального інвестиційного портфеля
Розділ 3	Експериментальна перевірка ефективності гібридної моделі оптимізації портфеля

Об'єкт дослідження: Процес оптимізації інвестиційних портфельів на фінансових ринках в умовах невизначеності та динамічності ринкового середовища.

Предмет дослідження: Методи та алгоритми оптимізації інвестиційних портфельів з використанням еволюційних обчислень та машинного навчання для підвищення ефективності інвестиційних рішень.

Мета кваліфікаційної магістерської роботи: Розробка та валідація ефективної гібридної моделі оптимізації інвестиційного портфеля на основі інтеграції еволюційних алгоритмів та методів машинного навчання.

Конкретні завдання, які здобувач повинен виконати для досягнення поставленої мети:

У розділі 1	Провести критичний аналіз сутності інвестиційних портфельів, їх переваг та обмежень.
	Дослідити класичні теорії та моделі портфельного інвестування.
	Визначити сучасні тенденції у побудові інвестиційних портфельів.
	Оцінити можливості багатокритеріальної оптимізації та еволюційних підходів.
У розділі 2	Сформулювати математичну постановку задачі оптимізації портфеля.
	Дослідити архітектуру еволюційних алгоритмів, зокрема NSGA-II.
	Проаналізувати методи прогнозування фінансових рядів за допомогою ML.
	Розробити структуру гібридної моделі, яка об'єднує еволюційні алгоритми та методи машинного навчання.
	Реалізувати програмну модель оптимізації портфеля.
У розділі 3	Підібрати ринкові дані та підготувати їх до аналізу.
	Провести експериментальну перевірку гібридної моделі на реальних фінансових даних.
	Порівняти ефективність розробленої моделі з традиційними підходами.
	Оцінити практичну придатність результатів і надати рекомендації.

Завдання підготував

науковий керівник

(підпис)

Корзаченко О. В.

« _____ » _____ 20__ р.

Завдання одержав

здобувач

(підпис)

Висоцький О. М.

« _____ » _____ 20__ р.

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна магістерська робота містить 82 сторінок, 15 таблиць, 24 рисунків, список використаних джерел з 52 найменувань, додатки.

«Оптимізація інвестиційних портфельів з використанням еволюційних алгоритмів»

Об'єкт дослідження – процес оптимізації інвестиційних портфельів на фінансових ринках в умовах невизначеності та динамічних змін ринкового середовища.

Предмет дослідження – методи та алгоритми оптимізації інвестиційних портфельів із застосуванням еволюційних обчислень та машинного навчання для підвищення ефективності прийняття інвестиційних рішень.

Мета роботи – розробка та валідація ефективної гібридної моделі оптимізації інвестиційних портфельів на основі інтеграції методів машинного навчання (LSTM) та еволюційних алгоритмів (NSGA-II) з метою підвищення якості формування портфельів в умовах динамічних фінансових ринків.

Для досягнення поставленої мети були реалізовані такі завдання:

1. Проведено критичний аналіз існуючих теорій і моделей оптимізації портфельів, зокрема традиційних та інтелектуальних підходів.
2. Вивчено особливості функціонування еволюційних алгоритмів (NSGA-II) у задачах багатокритеріальної оптимізації портфельів.
3. Проаналізовано можливості застосування методів машинного навчання (зокрема, LSTM) для прогнозування фінансових часових рядів.
4. Розроблено архітектуру гібридної моделі, яка поєднує LSTM-прогнозування з еволюційною оптимізацією портфеля.
5. Реалізовано програмний модуль оптимізації з урахуванням практичних обмежень на ваги активів, диверсифікацію та класові структури.
6. Проведено експериментальну перевірку ефективності моделі на основі історичних даних та прогнозів для ряду фінансових активів.
7. Сформульовано рекомендації щодо застосування моделі для автоматизованого прийняття інвестиційних рішень.

Методи дослідження. У роботі використано методи системного аналізу, математичного моделювання, машинного навчання (глибокі рекурентні мережі), еволюційної оптимізації, статистичного аналізу та порівняльної оцінки результатів.

Теоретичне значення полягає в розвитку підходів до інтеграції еволюційних алгоритмів і глибокого навчання для фінансової оптимізації, формалізації структури гібридної моделі та визначення критичних факторів впливу на якість інвестиційного рішення.

Методична цінність полягає в розробці програмної процедури побудови прогнозів і оптимальних рішень, що може бути адаптована до змін ринку, розширена іншими моделями та параметрами.

Практична значущість дослідження полягає у створенні дієвого інструменту оптимізації портфелів, який можна використовувати інституційними або приватними інвесторами для підвищення ефективності прийняття рішень та управління ризиком.

Інформаційна база дослідження охоплює наукові джерела з теорії фінансів, машинного навчання та еволюційних обчислень; історичні часові ряди активів, отримані з відкритих джерел (Yahoo Finance, Bloomberg, NASDAQ); а також звітність компаній і дані фінансової аналітики міжнародних організацій.

Рік виконання роботи – 2025.

Рік захисту роботи – 2025.

Ключові слова: інвестиційний портфель, еволюційні алгоритми, прогнозування, машинне навчання, LSTM, багатокритеріальна оптимізація, NSGA-II, ризик, дохідність, коефіцієнт Шарпа.

В і д г у к

про кваліфікаційну магістерську роботу
здобувача навчально-наукового інституту

«Інститут інформаційних технологій в економіці КНЕУ ім. В. Гетьмана»
освітньо-професійної програми «Системний аналіз»

Висоцького О.М.

на тему «Оптимізація інвестиційних портфелів з використанням еволюційних
алгоритмів»

Кваліфікаційна магістерська робота є змістовним і комплексним дослідженням, присвяченим актуальній темі оптимізації інвестиційних портфелів із використанням еволюційних алгоритмів у поєднанні з методами машинного навчання. Робота відображає сучасні тенденції у фінансовій аналітиці, де класичні підходи поступаються місцем більш гнучким і адаптивним гібридним моделям. Особливу значущість дослідження набуває в контексті українських реалій, де нестабільність, високі ризики та волатильність ринку вимагають застосування інтелектуальних інструментів для прийняття ефективних інвестиційних рішень. Саме це визначає високу практичну цінність і наукову актуальність обраної теми.

Структура роботи та викладення матеріалу характеризуються логічністю та послідовністю. Вимоги до написання кожного розділу дотримані. Позитивним у роботі є те, що здобувач дослідив сучасну теорію фінансів, методи оптимізації інвестиційних портфелів, а також новітні інструменти машинного навчання. Особливої уваги заслуговує обґрунтована постановка задачі та системний підхід до аналізу й розробки моделі.

У процесі дослідження автором було запропоновано власну архітектуру гібридної моделі оптимізації інвестиційного портфеля, реалізовано програмне забезпечення, проведено збір та обробку ринкових даних, а також виконано експериментальну перевірку результатів. Це свідчить про високий рівень самостійності та здатність до практичного застосування отриманих знань.

Результати дослідження обумовлюють практичну значимість роботи, що визначається можливістю практичної імплементації розробленої гібридної моделі в діяльність фінансових установ та при прийнятті обґрунтованих рішень щодо вибору інвестиційного портфелю в різних економічних сферах.

Суттєвих недоліків не встановлено. Здобувач добросовісно працював та виконував всі рекомендації наукового керівника.

Кваліфікаційна магістерська робота в цілому відповідає вимогам, заслуговує високої оцінки і допускається до захисту перед ЕК, а її автору Висоцькому О.М. може бути присвоєний ступінь магістра системного аналізу.

Науковий керівник

доцент кафедри системного аналізу та кібербезпеки,

доцент, кандидат економічних наук

Корзаченко О.В.

«29» травня 2025 р.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ.....	3
ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПОРТФЕЛІВ.....	8
1.1. Сутність і особливості інвестиційного портфелю.....	8
1.2. Основи побудови інвестиційних портфелів: теорії, моделі, підходи.....	13
1.3. Основні показники оцінки ефективності інвестиційного портфелю.....	21
1.4. Огляд джерел за темою дослідження.....	24
РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ ТА МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДО ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ.....	27
2.1. Постановка задачі оптимізації портфелю та вимоги до моделі.....	27
2.2. Еволюційні алгоритми та їх застосування у фінансах.....	30
2.3 Алгоритм NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II).....	36
2.4. Алгоритми машинного навчання (ML) та їх застосування до задачі оптимізації інвестиційного портфелю.....	41
РОЗДІЛ 3. ПРОЕКТУВАННЯ ТА ПРАКТИЧНЕ ВПРОВАДЖЕННЯ ГІБРИДНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЮ.....	50
3.1. Архітектура гібридної моделі: поєднання NSGA-II та LSTM.....	50
3.2 Збір та підготовка ринкових даних: активи, ознаки, вікна прогнозу.....	56
3.3. Реалізація прогнозного модуля та підготовка вхідних параметрів для оптимізації.....	63
3.4 Формування інвестиційних портфелів на основі Парето-оптимальних рішень	69
ВИСНОВКИ.....	77
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	79
ДОДАТКИ.....	83

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ОІП	Оптимальний інвестиційний портфель
EA	Еволюційний алгоритм
GA	Генетичний алгоритм
AI	Artificial Intelligence, штучний інтелект
ML	Machine Learning, машинне навчання
LSTM	Long Short Term Memory – рекурентна нейронна мережа довгострокової короткотермінової пам'яті
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm, метавевристичний еволюційний алгоритм оптимізації
SR	Sharp Ratio, коефіцієнт Шарпа

ВСТУП

Актуальність теми. В умовах нестабільності фінансових ринків та зростаючої складності інвестиційних інструментів постає нагальна потреба в застосуванні інтелектуальних методів для прийняття ефективних фінансових рішень. Зокрема, оптимізація інвестиційних портфелів є одним із ключових завдань сучасного фінансового менеджменту, що вимагає врахування множини критеріїв, динамічних ринкових умов та ризиків. Традиційні математичні моделі дедалі частіше поступаються місцем більш гнучким і адаптивним підходам, зокрема методам еволюційної оптимізації [6, 13, 14].

Сучасні інвестори очікують не лише математично обґрунтованих рішень, але й швидкої адаптації моделей до мінливих ринкових умов. У цьому контексті еволюційні алгоритми демонструють здатність ефективно вирішувати складні багатокритеріальні задачі [14, 40], де класичні методи виявляються малоефективними або непридатними [9, 11]. Крім того, зростаюча доступність великих обсягів ринкових даних та розвиток технологій штучного інтелекту створюють умови для інтеграції прогностичних моделей на основі машинного навчання у процес оптимізації портфеля [20, 22, 31].

Особливої актуальності набуває ця тематика в українському фінансовому контексті, де високий рівень невизначеності, валютних ризиків і геополітичної нестабільності створює потребу в нових підходах до управління інвестиціями. Отже, дослідження можливостей застосування гібридних моделей, що поєднують еволюційні алгоритми та машинне навчання, є вкрай актуальним як з наукової, так і з практичної точки зору.

Аналіз останніх досліджень і публікацій свідчить про значний інтерес до застосування обчислювальних методів у сфері фінансової оптимізації. Фундаментальні дослідження в галузі оптимізації портфелів заклали Г. Марковіц [36], У. Шарп [42, 43] та Дж. Тобін [9, 35], створивши математичну основу сучасної теорії портфелів.

Класичні підходи до формування портфеля Марковіца, CAPM [11], АРТ [19]) широко досліджені та використовуються на практиці. Проте обмеження цих моделей – наприклад, лінійність припущень або складність у врахуванні нелінійних взаємозв'язків стимулюють пошук нових рішень. У роботах Ф. Фабоцци [18], Е. Фама [19], а також З. Боді [9] розглянуто розширені підходи до оптимізації, включаючи робастні та багатofакторні моделі.

Суттєвий інтерес викликають роботи з використанням методів машинного навчання [20, 21, 22], а також гібридні підходи, де поєднуються прогнозні моделі (наприклад, LSTM) та еволюційні алгоритми (наприклад, NSGA-II) [14, 26, 52]. Проблеми нестабільності, високої волатильності та непередбачуваності ринку досліджуються також у контексті багатокритеріальної оптимізації [6, 37, 39].

Дослідження еволюційних алгоритмів у фінансовій сфері активно проводили К. Деб [13-14] з колегами, які адаптували генетичні алгоритми та алгоритм NSGA-II до задач фінансової оптимізації.

Серед вітчизняних вчених питанням оптимізації інвестиційного портфелю присвячено, зокрема, роботи О. Петренка, В. Мельника, С. Коваленка М. Калітана [29, 32, 40]

Мета і завдання дослідження. Метою кваліфікаційної магістерської роботи є розробка та валідація ефективної гібридної моделі оптимізації інвестиційних портфелів на основі інтеграції еволюційних алгоритмів та методів машинного навчання для підвищення якості інвестиційних рішень в умовах динамічних фінансових ринків.

Для досягнення поставленої мети визначено такі завдання:

1. Провести критичний аналіз суті і особливості інвестиційних портфелів, визначити їх переваги та обмеження.
2. Дослідити основи побудови інвестиційних портфелів за допомогою теорії, моделей, підходів.
3. Дослідити основні принципи функціонування еволюційних алгоритмів та оцінити їх ефективність та потенціал для вирішення задач багатоцільової оптимізації шнвестиційного портфелю.

4. Визначити оптимальну постановку задачі для оптимізації портфелю та вимоги до моделі
5. Проаналізувати методи машинного навчання, придатні для прогнозування фінансових часових рядів та ідентифікації прихованих закономірностей у фінансових даних.
6. Розробити архітектуру гібридної моделі, що поєднує еволюційні алгоритми (зокрема, NSGA-II) з методами машинного навчання для оптимізації інвестиційних портфелів.
7. Реалізувати програмне забезпечення для автоматизації процесу оптимізації портфелів на основі запропонованої гібридної моделі.
8. Провести збір, оцінку та підготування ринкових даних: активи, ознаки, вікна прогнозу
9. Провести експериментальну перевірку розробленої моделі на реальних ринкових даних та здійснити порівняльний аналіз з традиційними методами оптимізації.
10. Оцінити практичний потенціал впровадження розробленої моделі та сформулювати рекомендації щодо її використання.

Об'єкт дослідження – процес оптимізації інвестиційних портфелів на фінансових ринках в умовах невизначеності та динамічності ринкового середовища.

Предмет дослідження – методи та алгоритми оптимізації інвестиційних портфелів з використанням еволюційних обчислень та машинного навчання для підвищення ефективності інвестиційних рішень.

Методи дослідження. У роботі використано комплекс загальнонаукових та спеціальних методів, зокрема: системний аналіз (для дослідження структури фінансових ринків та взаємозв'язків між активами); математичне моделювання (для формалізації задачі оптимізації портфеля); методи еволюційних алгоритмів (для розробки алгоритмів багатоцільової оптимізації) [7, 9, 13, 30]; методи машинного навчання (для створення прогнозних моделей фінансових часових рядів) [20, 21, 22, 31, 32]; статистичні методи (для аналізу та оцінки результатів

експериментів); порівняльний аналіз (для співставлення ефективності різних підходів до оптимізації).

Теоретична, методична та практична значущість отриманих результатів. Теоретичне значення дослідження полягає в розвитку методологічних засад інтеграції еволюційних обчислень та машинного навчання для вирішення задач фінансової оптимізації, формуванні нової концептуальної моделі оптимізації портфелів, що враховує як історичні дані, так і прогнозні характеристики активів.

Методична значущість роботи виявляється у розробці алгоритмів та підходів до автоматизації процесу багатоцільової оптимізації інвестиційних портфелів, які можуть бути адаптовані для різних ринкових умов та інвестиційних стратегій.

Практична цінність дослідження полягає у створенні програмного інструментарію для оптимізації портфелів, що може бути використаний інвестиційними компаніями, фондами та приватними інвесторами для прийняття більш обґрунтованих інвестиційних рішень, а також зниження ризиків інвестування в умовах нестабільних ринків [13, 20, 52].

Інформаційна база дослідження включає наукові праці вітчизняних та зарубіжних дослідників у галузі фінансової оптимізації, штучного інтелекту та еволюційних обчислень; статистичні дані щодо динаміки фінансових ринків; історичні часові ряди котирувань фінансових активів, отримані з відкритих джерел (Yahoo Finance [49]); дані фінансової звітності компаній; аналітичні звіти міжнародних фінансових організацій та рейтингових агентств; законодавчі та нормативні документи, що регулюють інвестиційну діяльність [1-52].

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНВЕСТИЦІЙНИХ ПОРТФЕЛІВ

1.1. Сутність і особливості інвестиційного портфелю

Інвестиційний портфель є фундаментальною концепцією сучасної теорії інвестицій та відіграє центральну роль у процесі управління активами. Для комплексного розуміння даної концепції необхідно розглянути її сутність, особливості формування та основні характеристики.

Інвестиційний портфель – це цілеспрямовано сформована сукупність фінансових інструментів, призначених для здійснення інвестиційної діяльності відповідно до розробленої стратегії інвестування [1-5]. Сутність портфельного інвестування полягає у розподілі інвестиційних ресурсів між різними групами активів для досягнення оптимального поєднання між ризиком та дохідністю.

У широкому розумінні, інвестиційний портфель можна визначити як сукупність цінних паперів, що належать фізичній або юридичній особі, які виступають як цілісний об'єкт управління. При цьому, ключовою відмінністю портфельного інвестування від звичайного вкладення коштів у цінні папери є те, що інвестор розглядає сукупність цінних паперів як єдиний комплекс, який має власні інвестиційні характеристики, відмінні від характеристик окремих його складових.

Згідно з Шарпом У.Ф., Александером Г.Дж. та Бейлі Дж.В., *інвестиційний портфель* – це "сукупність різних інвестиційних цінностей, які розглядаються як єдине ціле" [9, 35, 43]. Дане визначення підкреслює системний характер портфеля, в якому поєднання окремих активів створює нову якість, що виражається в досягненні певного рівня прибутковості при прийнятному рівні ризику.

Формування інвестиційного портфелю підпорядковується певній стратегії, яка відображає інвестиційні цілі інвестора.

Основними цілями формування інвестиційного портфелю є:

1. **Забезпечення високого рівня дохідності** – одна з первинних цілей інвестування, яка передбачає максимізацію прибутку від вкладень.
2. **Мінімізація інвестиційних ризиків** – збереження капіталу та зниження ймовірності втрат за рахунок диверсифікації активів.
3. **Забезпечення ліквідності портфелю** – можливість швидкого перетворення активів у грошові кошти без значних втрат їх вартості.
4. **Забезпечення приросту капіталу** – орієнтація на збільшення вартості самих активів у довгостроковій перспективі.
5. **Податкова оптимізація** – структурування портфелю з метою мінімізації податкових зобов'язань.

Залежно від превалювання тих чи інших цілей, інвестори можуть формувати портфелі різного типу: агресивні (орієнтовані на максимальну дохідність), консервативні (пріоритет – збереження капіталу), збалансовані (поєднання помірною ризику та дохідності) та інші.

Якість інвестиційного портфелю визначається рядом *характеристик*, основними з яких є [1-5]:

1. **Дохідність** – відносний показник, що характеризує рівень приросту інвестованого капіталу за певний період і виражається у відсотках до початкової вартості інвестицій. Розрізняють очікувану (ex-ante) та фактичну (ex-post) дохідність.
2. **Ризик** – ступінь можливого відхилення фактичної прибутковості від очікуваної. Найчастіше вимірюється через показники дисперсії, стандартного відхилення або коефіцієнта варіації прибутковості.
3. **Ліквідність** – здатність активів портфелю швидко перетворюватися на грошові кошти без значних втрат їх вартості. Ліквідність може вимірюватися через час, необхідний для продажу активу, або через різницю між ціною продажу та справедливою вартістю активу.

4. **Диверсифікованість** – міра розподілу інвестиційного капіталу між різними видами активів, секторами економіки, географічними регіонами тощо з метою зниження сукупного ризику портфелю.

Аналіз цих характеристик дозволяє оцінювати ефективність портфелю та відповідність його структури інвестиційним цілям інвестора.

Інвестиційні портфелі можна *класифікувати за різними критеріями* (табл.1.1) [1-5, 9, 35, 43]. Так, зокрема, з метою інвестування розрізняють портфель росту, орієнтований на приріст капіталу; портфель доходу, спрямований на отримання високого поточного доходу; збалансований портфель, що поєднує приріст капіталу з отриманням доходу; та портфель ліквідності, який забезпечує швидкий доступ до коштів. За рівнем ризику виділяють консервативний портфель з мінімальним ризиком; помірно-агресивний портфель із середнім рівнем ризику; та агресивний портфель з високим рівнем ризику тощо.

Таблиця 1.1 – Класифікація інвестиційних портфелів за різними критеріями

Критерій класифікації	Типи портфелів
За метою інвестування	Портфель росту, Портфель доходу, Збалансований портфель, Портфель ліквідності
За рівнем ризику	Консервативний, Помірно-агресивний, Агресивний
За видами інструментів	Цінні папери, Реальні інвестиції, Депозити, Валюта, Змішаний портфель
За способом управління	Активно керований, Пасивно керований, Індексна стратегія

Джерело: розроблено автором на основі [1-5, 9, 35, 43]

Кожен тип портфелю має свої особливості з точки зору структури, рівня ризику, потенційної прибутковості та методів управління. Вибір конкретного типу залежить від інвестиційних цілей, часового горизонту, схильності до ризику та інших факторів, що характеризують інвестора.

Ефективне формування інвестиційного портфелю базується на дотриманні наступних принципів []:

1. **Принцип диверсифікації** – розподіл інвестиційних коштів між різними видами активів для зниження ризику портфелю в цілому.
2. **Принцип оптимального співвідношення ризику та доходності** – пошук балансу між потенційною прибутковістю та рівнем прийняттого ризику.
3. **Принцип відповідності інвестиційним цілям та обмеженням** – структура портфелю повинна відповідати інвестиційній стратегії та враховувати обмеження інвестора (часові, фінансові, законодавчі тощо).
4. **Принцип ліквідності** – забезпечення можливості швидкого коригування структури портфелю в разі зміни ринкових умов або інвестиційних цілей.
5. **Принцип економічної ефективності управління** – досягнення максимального ефекту при мінімальних витратах на управління портфелем.

Дотримання цих принципів дозволяє створити добре збалансований портфель, що відповідає інвестиційним завданням та характеристикам інвестора.

Таблиця 1.2 – Характеристика основних класів активів у портфелі

Клас активів	Середня доходність	Рівень ризику	Ліквідність
Акції	Висока	Високий	Висока
Облігації	Середня	Середній	Висока
Грошові активи	Низька	Низький	Дуже висока
Нерухомість	Середня/висока	Середній	Низька
Альтернативні фонди	Варіативна	Варіативний	Середня

Джерело: розроблено автором на основі [1-5, 9, 35, 43]

Таким чином, інвестиційний портфель є комплексним інструментом реалізації інвестиційної стратегії, який дозволяє досягати поставлених фінансових цілей за рахунок оптимального поєднання різних інвестиційних активів. Розуміння сутності та особливостей інвестиційного портфелю є фундаментальною основою для подальшого дослідження методів його оптимізації.

Сучасні тренди, що необхідно враховувати при інвестуванні

Сучасне інвестування відбувається в умовах зростаючої *складності та невизначеності*, що зумовлює необхідність переосмислення традиційних підходів до управління інвестиційними портфелями [9, 18, 49, 53]. Одним з ключових викликів є зростаючий *вплив ESG-факторів* (Environmental, Social, and Governance) на інвестиційні рішення. Інвестори все більше уваги приділяють не лише фінансовим показникам, але й екологічним, соціальним та управлінським аспектам діяльності компаній, що вимагає розробки нових моделей оцінки та оптимізації портфелів, здатних враховувати ці нефінансові критерії.

Іншим важливим трендом є стрімкий розвиток *фінтех-інновацій* [27, 41, 46], які трансформують інфраструктуру та процеси на фінансових ринках. Технології блокчейн, штучного інтелекту, великих даних та алгоритмічної торгівлі відкривають нові можливості для автоматизації та оптимізації управління портфелями, але водночас створюють виклики, пов'язані з регулюванням, безпекою даних та адаптацією до швидких змін.

Макроекономічні зміни, такі як коливання процентних ставок, інфляція, геополітичні ризики та торгові війни, також суттєво впливають на інвестиційні рішення. Інвестори змушені постійно адаптувати свої портфелі до мінливих економічних умов, що вимагає розробки гнучких та адаптивних моделей оптимізації, здатних враховувати макроекономічні фактори та прогнозувати їх вплив на ринки.

Крім того, все більшого значення набувають *поведінкові фінанси* [3, 9], які досліджують психологічні аспекти прийняття інвестиційних рішень. Ірраціональні рішення, зумовлені емоціями, когнітивними упередженнями та груповим мисленням, можуть призводити до неефективного управління портфелем. Тому, моделі оптимізації повинні враховувати поведінкові фактори та допомагати інвесторам приймати більш об'єктивні та раціональні рішення.

1.2. Основи побудови інвестиційних портфельів: теорії, моделі, підходи

Побудова інвестиційних портфельів є складним процесом, який базується на ряді теоретичних концепцій, моделей та підходів, що еволюціонували протягом останніх десятиліть. Розглянемо основні з них, починаючи з фундаментальних теорій та закінчуючи сучасними підходами до портфельного інвестування.

Класична теорія портфельних інвестицій Г. Марковіца

Фундаментальною основою сучасної теорії портфельних інвестицій є робота Гаррі Марковіца "Portfolio Selection", опублікована в 1952 році [36]. Марковіц запропонував математичну модель формування оптимального інвестиційного портфелю, що базується на встановленні співвідношення між ризиком та дохідністю.

Основні положення теорії Марковіца включають:

1. **Кількісне визначення ризику портфелю** через показник варіації (дисперсії) його дохідності.
2. **Концепція диверсифікації портфелю** як способу зниження загального ризику за рахунок включення в портфель активів з негативною або низькою кореляцією.
3. **Визначення ефективної множини портфельів** – набору портфельів, що забезпечують максимальну очікувану дохідність при заданому рівні ризику або мінімальний ризик при заданій очікуваній дохідності.
4. **Вибір оптимального портфелю** на основі індивідуальних переваг інвестора щодо співвідношення ризику та дохідності.

Незважаючи на революційність підходу, модель Марковіца має певні обмеження []:

- передбачається нормальний розподіл дохідностей;
- не враховуються транзакційні витрати;
- припускається статичність ринкових умов;
- вимагає значних обчислювальних ресурсів при великій кількості активів.

Однак, саме ця теорія заклала основи для подальшого розвитку методів портфельної оптимізації.

Модель оцінки капітальних активів (САРМ)

Розвитком ідей Марковіца стала Модель оцінки капітальних активів (Capital Asset Pricing Model, САРМ), розроблена Уільямом Шарпом, Джоном Лінтнером та Яном Мосіном у 1960-х роках [9, 11]. САРМ встановлює взаємозв'язок між систематичним ризиком та очікуваною дохідністю активів.

Основні положення САРМ:

1. **Розділення ризику** на систематичний (ринковий) та несистематичний (специфічний).
2. **Визначення бета-коефіцієнта** як міри систематичного ризику, який показує чутливість дохідності активу до змін ринкової дохідності.
3. **Концепція ринкового портфелю** – портфелю, що включає всі ризикові активи на ринку пропорційно до їх капіталізації.
4. **Лінійна залежність** між очікуваною дохідністю активу та його бета-коефіцієнтом, відома як лінія ринку цінних паперів (Security Market Line).

САРМ значно спростила процес оцінки активів та побудови портфелів, проте емпіричні дослідження виявили ряд невідповідностей моделі реальним ринковим даним. Це спонукало до розробки більш складних моделей оцінки активів.

Теорія арбітражного ціноутворення (АРТ)

Альтернативним підходом до САРМ стала Теорія арбітражного ціноутворення (Arbitrage Pricing Theory, АРТ), запропонована Стівеном Росом у 1976 році [9,12]. АРТ базується на припущенні, що дохідність активів залежить від декількох факторів ризику, а не лише від ринкового ризику, як у САРМ.

Основні положення АРТ:

1. **Багатофакторний підхід** до оцінки ризику та дохідності – врахування впливу різних макроекономічних факторів.
2. **Відсутність арбітражних можливостей** – неможливість отримання безризикового прибутку без додаткових інвестицій.

3. **Лінійність взаємозв'язку** між факторами ризику та очікуваною дохідністю.

Отже, модель АРТ стверджує, що очікувана дохідність активу залежить від лінійної комбінації кількох макроекономічних або ринкових факторів, кожен з яких має свою власну чутливість (факторне навантаження).

Конкретні фактори в моделі АРТ не є строго визначеними теоретично і можуть варіюватися залежно від дослідження та ринку. Зазвичай це можуть бути такі фактори, як інфляція, процентні ставки, промислове виробництво, довіра споживачів тощо.

Модель Блека-Літермана

Модель Блека-Літермана, розроблена Ф. Блеком та Р. Літерманом у 1990-х роках [9, 12], представляє спробу подолати деякі практичні обмеження моделі Марковіца шляхом поєднання ринкової рівноваги з суб'єктивними поглядами інвестора.

Ключові особливості моделі Блека-Літермана:

1. **Використання ринкового портфелю як відправної точки** для визначення очікуваних дохідностей.
2. **Інтеграція суб'єктивних поглядів інвестора** щодо майбутньої динаміки окремих активів або ринкових сегментів.
3. **Баєсівський підхід** до поєднання ринкових та суб'єктивних оцінок.
4. **Зниження чутливості до похибок в оцінках** вхідних параметрів.

Модель Блека-Літермана дозволяє отримувати більш інтуїтивно зрозумілі результати розподілу активів порівняно з класичною моделлю Марковіца і є особливо корисною для активних інвесторів, які мають власні погляди на ринкові перспективи.

Ризик-паритет та його варіації

Концепція ризик-паритету (Risk Parity) представляє альтернативний підхід до побудови портфелів, що набув популярності після фінансової кризи 2008 року [18, 20]. Замість оптимізації співвідношення ризику та дохідності, підхід ризик-паритету фокусується на рівномірному розподілі ризику між усіма складовими портфелю.

Основні принципи стратегії ризик-паритету:

1. **Розподіл активів за їх внеском у загальний ризик портфелю**, а не за їх ринковою вартістю.
2. **Збалансування ризику** між різними класами активів.
3. **Використання фінансового важеля** для підвищення дохідності портфелю з низьким рівнем ризику.

Математично, портфель ризик-паритету можна представити як задачу оптимізації, спрямовану на зрівняння внеску кожного активу в загальний ризик портфеля. Це означає, що кожен актив робить однаковий відсоток у загальну волатильність портфеля.

Підхід ризик-паритету демонструє кращу диверсифікацію та стійкість під час ринкових криз порівняно з традиційними підходами до побудови портфелів.

Найбільш поширені класичні підходи до побудови ОПІ та основні проблеми, що виникають при їх застосуванні наведено на рис. 1.1.



Рисунок 1.1 – Класичні моделі інвестиційного портфелю

Джерело: розроблено автором на основі [класичних теорій портфельного інвестування]

Багатокритеріальні підходи до оптимізації портфелів

Традиційні моделі оптимізації портфелів зазвичай розглядають лише два критерії – ризик та дохідність. Однак, реальні інвестиційні рішення часто враховують додаткові критерії, такі як ліквідність, соціальна відповідальність, податкова ефективність тощо [13, 18, 49].

Багатокритеріальний підхід до оптимізації портфелів дозволяє [14, 15, 39]:

1. **Врахувати декілька цільових функцій одночасно**, без їх зведення до єдиного критерію.
2. **Отримати множину Парето-оптимальних рішень** – портфелів, для яких неможливо покращити значення одного критерію без погіршення значення іншого.
3. **Забезпечити гнучкість у прийнятті рішень** з урахуванням індивідуальних переваг інвестора.

Залежно від конкретних цілей інвестора, цільові функції можуть включати:

- **Ризик:** дисперсія портфеля, який ми прагнемо мінімізувати.
- **Дохідність:** очікувана дохідність портфеля, який ми прагнемо максимізувати (або мінімізувати його від'ємне значення).
- **Ліквідність:** функція, що оцінює ліквідність портфеля (наприклад, на основі ліквідності окремих активів та їхніх ваг), яку ми прагнемо максимізувати.
- **Соціальна відповідальність (ESG-критерії):** функція, що оцінює соціальну, екологічну та управлінську відповідальність портфеля (на основі відповідних показників окремих активів), яку ми прагнемо максимізувати.
- **Податкова ефективність:** функція, що оцінює податкові наслідки інвестицій у портфель, яку ми прагнемо мінімізувати.
- І інші релевантні критерії.

Оскільки ці критерії часто є конфліктуючими (наприклад, прагнення до вищої дохідності може супроводжуватися вищим ризиком), метою багатокритеріальної оптимізації є знаходження множини Парето-оптимальних рішень.

Розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації портфелю зазвичай передбачає використання спеціалізованих алгоритмів, які можуть досліджувати простір рішень та генерувати множину Парето-оптимальних портфелів, надаючи інвестору можливість вибору рішення, що найкраще відповідає його індивідуальним перевагам щодо різних критеріїв.

Саме багатокритеріальний підхід до оптимізації портфелів є перспективним напрямком розвитку теорії портфельних інвестицій, оскільки він дозволяє більш повно відобразити складність реальних інвестиційних рішень [1].

Метаевристики з використанням еволюційних алгоритмів

Метаевристики – це загальні стратегії пошуку, призначені для знаходження прийнятних розв'язків складних оптимізаційних задач, для яких традиційні методи можуть бути неефективними. Еволюційні алгоритми (ЕА) є підкласом метаевристик, що імітують природні процеси еволюції, такі як *селекція*, *схрещування* та *мутація*.

ЕА використовуються для пошуку оптимальних вагових коефіцієнтів активів у портфелі, враховуючи різні цілі (дохідність, ризик, ліквідність тощо) та обмеження (бюджет, ліміти на активи) [7, 13, 14, 15, 29].

Основні типи ЕА:

- **Генетичні алгоритми (GA):** представляють портфелі як "хромосоми", застосовують оператори селекції, кросинговеру та мутації для еволюції до кращих рішень.
- **Алгоритми мурашиної колонії (ACO):** моделюють поведінку мурах у пошуку найкоротших шляхів, де "шляхи" відповідають розподілу ваг активів.
- **Алгоритми рою частинок (PSO):** імітують соціальну поведінку зграї птахів або риб, де кожна "частинка" представляє можливий портфель і рухається в просторі рішень на основі власного досвіду та досвіду сусідів.

Щодо переваг цього підходу, слід відзначити здатність знаходити глобально-оптимальні або близькі до них рішення в складних нелінійних задачах

з великою кількістю змінних, гнучкість у врахуванні різних цільових функцій та обмежень.

Щодо недоліків, то ці алгоритми можуть бути обчислювально затратними, результат залежить від налаштування параметрів алгоритму, немає гарантії знаходження абсолютно оптимального рішення за скінченний час.

AI-підходи (Штучний інтелект)

AI-підходи в оптимізації портфеля охоплюють широкий спектр методів машинного навчання (ML) та інших інтелектуальних систем, що здатні навчатися на даних, виявляти закономірності та приймати рішення.

AI може використовуватися на різних етапах управління портфелем, включаючи прогнозування дохідності та ризику активів, вибір активів, визначення оптимальних алокацій та адаптацію портфеля до змін ринкових умов [20, 21, 46, 47].

Основні AI-методи [41]:

- **Нейронні мережі (NN):** Здатні моделювати складні нелінійні залежності в даних для прогнозування цін, волатильності та кореляцій активів, а також для безпосередньої оптимізації портфельних ваг.
- **Машини опорних векторів (SVM):** Використовуються для класифікації (наприклад, вибору між купівлею, продажем або утриманням активу) та регресії (прогнозування цін).
- **Навчання з підкріпленням (RL):** Агенти RL навчаються приймати послідовні рішення щодо управління портфелем (купівля, продаж, зміна ваг) в динамічному середовищі для максимізації винагороди (наприклад, прибутковості з урахуванням ризику).
- **Гібридні підходи:** Комбінування різних методів AI (наприклад, NN для прогнозування та GA для оптимізації ваг) або інтеграція AI з традиційними фінансовими моделями.

Основними перевагами цих алгоритмів є здатність обробляти великі обсяги даних, виявляти складні закономірності, адаптуватися до змін ринку, потенційно підвищувати точність прогнозування та ефективність оптимізації.

Серед недоліків можна зазначити те, що AI алгоритми потребують значних обсягів якісних даних для навчання, можуть бути "чорними скриньками" з низькою інтерпретованістю рішень, схильні до перенавчання, вимагають ретельного налаштування та валідації.

Обидва підходи, метаевристики та AI, є перспективними напрямками для розробки більш ефективних та гнучких методів оптимізації інвестиційних портфельів, особливо в умовах зростаючої складності фінансових ринків та доступності великих обсягів даних. У нашій роботі буде досліджено комбінацію цих підходів для досягнення найкращих результатів.

Інші сучасні підходи до побудови портфельів

В останні роки з'явилося багато нових підходів до побудови інвестиційних портфельів, які намагаються подолати обмеження класичних моделей [15, 18, 20, 21, 39, 49]:

1. **Фактор-інвестування (Factor Investing)** – побудова портфельів на основі експозиції до певних факторів ризику, таких як вартість, розмір, моментум, якість та інші.
2. **Стратегія мінімальної варіації (Minimum Variance Strategy)** – формування портфелю з мінімальною волатильністю без урахування очікуваної дохідності.
3. **Максимальна диверсифікація (Maximum Diversification)** – максимізація співвідношення середньозваженої волатильності активів до волатильності портфелю.
4. **Умовна оптимізація (Conditional Optimization)** – врахування різних ринкових режимів та умов при оптимізації портфелю.
5. **Робастна оптимізація (Robust Optimization)** – врахування невизначеності в оцінках параметрів моделей при побудові портфельів.

6. Багатоперіодна оптимізація (Multi-period Optimization) – врахування динамічного характеру інвестиційного процесу та можливості перебалансування портфелю з часом.

Кожен з цих підходів має свої переваги та обмеження, а їх вибір залежить від специфіки інвестиційних цілей, ресурсів, доступних для управління портфелем, та особливостей ринкового середовища.

Найбільш поширені класи сучасних моделей побудови ОПІ наведено на рис. 1.2. В цілому, розглянуті теорії, моделі та підходи до побудови інвестиційних портфелів формують методологічну основу для подальшого дослідження можливостей застосування еволюційних алгоритмів та методів машинного навчання в процесі оптимізації інвестиційних портфелів.

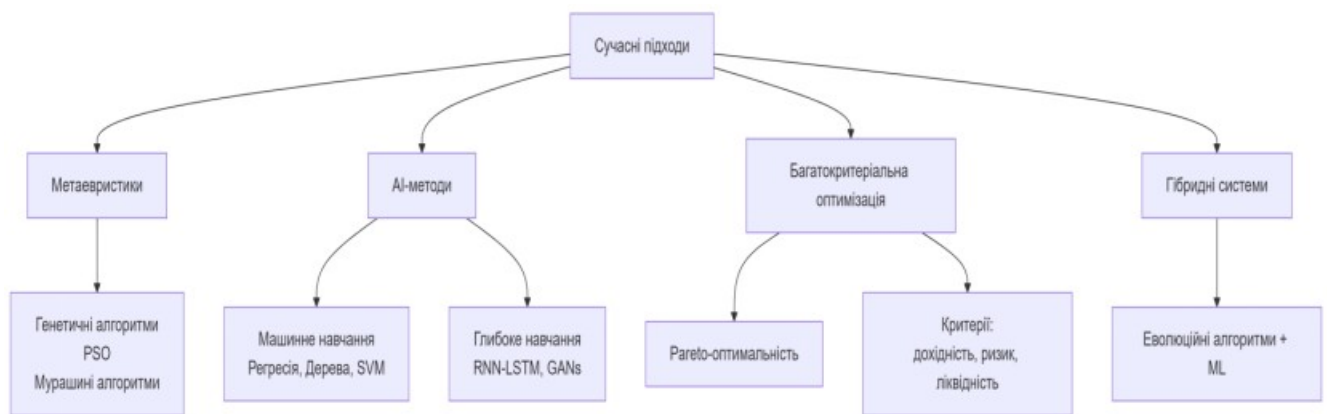


Рисунок 1.2 – Сучасні підходи до побудови оптимального інвестиційного портфелю

Джерело: розроблено автором на основі [сучасних досліджень у галузі еволюційних обчислень, машинного навчання, теорії прийняття рішень і багатокритеріальної оптимізації]

1.3. Основні показники оцінки ефективності інвестиційного портфелю

Оцінка ефективності інвестиційного портфелю є ключовим етапом управління, що дозволяє інвесторам та фінансовим аналітикам визначити, наскільки успішно портфель досягає поставлених цілей з урахуванням прийнятого рівня ризику. Різноманітні показники допомагають кількісно оцінити

дохідність портфеля, його ризик та скориговану на ризик дохідність, а також порівняти його з відповідними бенчмарками або іншими портфелями [23, 28, 35, 42, 45].

Дохідність портфеля (Portfolio Return)

Дохідність портфеля відображає загальний відсоток зміни вартості інвестицій за певний період часу. Вона враховує як приріст вартості активів, так і отримані доходи (дивіденди, купони тощо).

- **Абсолютна дохідність:** виражається у грошових одиницях та показує загальну зміну вартості портфеля.
- **Відносна дохідність:** виражається у відсотках та показує темп приросту вартості портфеля.

Для портфеля, що складається з n активів, дохідність за певний період розраховується як зважене середнє дохідностей окремих активів, де вагами є частки кожного активу в портфелі на початок періоду.

Формула зваженої середньої дохідності портфеля:

$$R_p = \mu = \sum_{i=1}^n w_i R_i, \quad (1.1)$$

де R_p – дохідність портфелю за період;

w_i – вага i -го активу в портфелі на початок періоду $\left(\sum_{i=1}^n w_i = 1 \right)$;

R_i – дохідність i -го активу за той самий період;

n – кількість активів в портфелі.

Ризик портфеля (Portfolio Risk)

Ризик в інвестиційному контексті зазвичай вимірюється як *волатильність дохідності*, тобто стандартне відхилення історичних дохідностей. Вищий рівень волатильності свідчить про більшу мінливість дохідності та, відповідно, вищий рівень ризику.

Ризик портфеля залежить не лише від ризику окремих активів, але й від ступеня їхньої кореляції. Диверсифікація (включення до портфеля активів з низькою

або негативною кореляцією) може допомогти знизити загальний ризик портфеля при збереженні або навіть збільшенні доходності.

Стандартне відхилення портфеля (σ_p), яке є мірою загального ризику, розраховується як квадратний корінь з дисперсії:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}. \quad (1.2)$$

Коефіцієнт Шарпа (Sharpe Ratio, SR)

Коефіцієнт Шарпа є одним з найпоширеніших показників оцінки ефективності портфеля з урахуванням ризику. Він вимірює надлишкову доходність (різницю між доходністю портфеля та безризиковою ставкою) на одиницю загального ризику (волатильності). Чим вище значення коефіцієнта Шарпа, тим краща ефективність портфеля, скоригована на ризик.

Формула коефіцієнта Шарпа:

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, \quad (1.3)$$

де S_p – коефіцієнт Шарпа портфелю;

R_p – середня доходність портфелю за період;

R_f – середня безризикова ставка доходностей за той самий період (наприклад, доходність державних облігацій);

σ_p – стандартне відхилення доходності портфелю (волатильність).

Коефіцієнт Трейнора (Treynor Ratio)

Коефіцієнт Трейнора схожий на коефіцієнт Шарпа, але замість загального ризику (волатильності) використовує систематичний ризик, який вимірюється бета-коефіцієнтом (β_p). Бета відображає чутливість доходності портфеля до змін ринкової доходності. Коефіцієнт Трейнора є більш доречним для оцінки ефективності добре диверсифікованих портфелів, де несистематичний (диверсифікований) ризик є мінімальним.

Формула коефіцієнта Трейнора:

$$T_p = \frac{R_p - R_f}{\beta_p}, \quad (1.4)$$

Бета портфеля розраховується як зважене середнє бета-коефіцієнтів окремих активів:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i, \quad (1.5)$$

Ці показники є важливими інструментами для оцінки результатів інвестиційної діяльності, порівняння ефективності різних портфелів або менеджерів, а також для прийняття обґрунтованих рішень щодо коригування портфельної стратегії. При аналізі ефективності портфеля важливо враховувати часовий період, протягом якого розраховуються показники, а також порівнювати портфель з відповідним бенчмарком, що відображає ринкову стратегію, схожу на стратегію оцінюваного портфеля.

У контексті цієї магістерської роботи, ці показники будуть використані для оцінки ефективності портфелів, оптимізованих за допомогою еволюційних алгоритмів та методів машинного навчання, та порівняння їх з результатами класичних методів оптимізації.

1.4. Огляд джерел за темою дослідження

Теоретико-методологічне підґрунтя дослідження формують як класичні праці з теорії портфельного інвестування, так і сучасні дослідження з машинного навчання та еволюційних методів оптимізації.

Основу портфельної теорії становлять праці Г. Марковіца (1959) [36], В. Шарпа (1994) [42-43], Дж. Трейнора (1965) [45], Дж. Єнсена [28] Е. Фама (1970) [19] та інших, які заклали підвалини формалізації співвідношення «дохідність-ризик» в управлінні портфелем.

Узагальнення класичних підходів подано в сучасних підручниках: *Investments* (Bodie, Kane & Marcus, 2021 [9]), *Managing Investment Portfolios*

(Maginn et al., 2007) 35[], а також у монографії Fabozzi et al. (2007) [18], що присвячена робастним стратегіям. Практичні аспекти фундаментального аналізу висвітлює Damodaran (2012) [12], а технічний аналіз розкривається у роботі Murphy (1999) [38]. Більш детальний аналіз похідних інструментів та ризиків наведено у підручнику Hull (2018) [27].

Питання *багатокритеріальної оптимізації* розкриті у фундаментальній праці Deb (2001) [13], зокрема використання алгоритму NSGA-II (Neuroevolutionary Stochastic Gradient Descent) – це гібридний підхід до оптимізації ваг інвестиційного портфеля). Сучасні дослідження [13, 15, 29] демонструють ефективність генетичних, ройових та диференціальних алгоритмів у контексті оптимізації інвестиційних портфелів.

В контексті теми магістерської роботи заслуговує на увагу робота Zhu & Wu (2023) [52], де запропоновано *гібридну модель*, яка поєднує LSTM для прогнозування доходності з NSGA-II для оптимізації структури портфеля. Праця Zhou et al. (2022) [51] розглядає впровадження робастних методів у класичну mean-variance модель.

Застосування *машинного навчання до управління активами* висвітлено у Focardi et al. (2022) [20], де подано огляд сучасних методів ML/DL для прогнозування ризику та доходності. Практичні приклади реалізації на Python з використанням бібліотек Keras і TensorFlow запропоновано у підручнику Géron (2019) [22].

Значний внесок у *фінансове моделювання* зроблено Klaas & Hilpisch (2022) [31], які системно виклали підходи до глибокого навчання у фінансах. В роботах Vener et al. (2023) [8] та Wang et al. (2024) [46] продемонстровано використання глибоких нейронних мереж для оцінки ризику та побудови стратегій на основі Deep Reinforcement Learning. Крім того, Zhang & Li (2022) [49] та Zhu & Wu (2023) [52] досліджують інтеграцію ESG-факторів у ML-моделі.

Для *вимірювання ефективності портфеля* застосовуються коефіцієнти Sharpe, Treynor, Jensen's Alpha та Information Ratio. Основні теоретичні аспекти цих показників висвітлено у роботах Sharpe (1994) [42], Treynor (1965) [45], Jensen

(1968) [28], Goodwin (1998) [23], що дозволяє використовувати їх як критерії у функціях пристосованості (fitness function) та при порівняльному аналізі стратегій.

Для забезпечення локалізації знань у контексті *українського фінансового ринку* використано праці вітчизняних авторів, зокрема Амоші та Заєця (2017) [1], Вовчака і Гриніва (2015) [2], Лук'яненко і Горецької (2016) [3], Федоренка (2015) [4] та Шевчука (2012) [5]. Вони формують базовий теоретичний і прикладний фундамент з фінансового аналізу, інвестиційного менеджменту та структури як глобального та регіональних фінансових ринків, так і фінансового ринків України.

Отже проаналізовано теоретико-методичні засади оптимізації інвестиційних портфелів, зокрема:

- Розглянуто сутність та особливості інвестиційного портфелю як об'єкта управління, його основні характеристики та класифікацію.
- Визначено сучасні тенденції, що суттєво впливають на підходи до інвестування, зокрема факторні інвестиції, ESG, поведінкові фінанси, FinTech.
- Проаналізовано ключові теорії та моделі портфельної оптимізації, починаючи з класичної моделі Марковіца та закінчуючи сучасними підходами, такими як ризик-паритет та багатокритеріальна оптимізація.
- Визначено переваги та обмеження кожної з розглянутих моделей, а також їхню придатність для вирішення задач оптимізації в умовах сучасних фінансових ринків.
- Окрему увагу приділено огляду метаевристичних методів, зокрема еволюційних алгоритмів, та AI-підходів, які представляють перспективні інструменти для розробки більш ефективних моделей оптимізації.
- Описано основні показники оцінки ефективності портфеля, які будуть використані в аналітико-експериментальній частині дослідження.

- Сформовано теоретичну базу для подальших досліджень, спрямованих на розробку гібридної моделі оптимізації інвестиційних портфелів з використанням еволюційних алгоритмів та машинного навчання.

РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ ТА МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДО ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНОГО ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ

2.1. Постановка задачі оптимізації портфелю та вимоги до моделі

В контексті даної кваліфікаційної магістерської роботи задача оптимізації інвестиційного портфелю полягає у визначенні оптимального розподілу капіталу між набором n фінансових активів $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ таким чином, щоб досягти найкращого компромісу між кількома суперечливими інвестиційними цілями, враховуючи прогнозовані характеристики активів та існуючі ринкові обмеження.

Математично, задача може бути сформульована як багатокритеріальна задача оптимізації:

$$\min(F(w)) \dot{=} (f_1(w), f_2(w), \dots, f_m(w))^T, w \in W, \quad (2.1)$$

де $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ – вектор вагових коефіцієнтів, що представляє частку інвестицій у кожен з n активів;

W – множина допустимих портфельних вагових коефіцієнтів, що задовольняють певні обмеження;

$F(w)$ – вектор з m цільових функцій, які необхідно оптимізувати (мінімізувати або максимізувати).

При цьому вагові коефіцієнти w мають задовольняти наступним обмеженням:

1. **Бюджетне обмеження:** Сума вагових коефіцієнтів повинна дорівнювати одиниці (або 100% інвестованого капіталу):

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1. \quad (2.2)$$

2. **Обмеження на діапазон ваг:** Залежно від інвестиційної стратегії та регуляторних вимог, можуть існувати обмеження на мінімальну та максимальну частку інвестицій в кожен актив. У найпростішому випадку (відсутність коротких продажів):

$$0 \leq w_i \leq 1, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2.3)$$

В більш складних сценаріях можуть бути встановлені конкретні межі:

$$w_{i,\min} \leq w_i \leq w_{i,\max}, \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (2.4)$$

3. **Додаткові обмеження:** Можуть включати обмеження на сумарну вагу певних груп активів, вимоги щодо диверсифікації портфеля тощо.

Залежно від інвестиційних цілей, вектор цільових функцій може включати:

1. **Максимізація очікуваної дохідності портфеля** $E(R_p)$: на основі прогнозованих очікуваних дохідностей активів $E(R_i) = \hat{R}_i$:

$$f_1(w) = E(R_p) = - \sum_{i=1}^n w_i \hat{R}_i \quad \text{(для мінімізації)}, \quad (2.5)$$

або

$$f_1(w) = \sum_{i=1}^n w_i \hat{R}_i \quad \text{(для максимізації)}. \quad (2.6)$$

2. **Мінімізація ризику портфеля** σ_p^2 : вимірюється зазвичай як волатильність (стандартне відхилення) портфеля, що розраховується на основі прогнозованої матриці коваріацій $\hat{\Sigma}$:

$$f_2(w) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}^2 = \sqrt{w^T \hat{\Sigma} w}. \quad \text{(для мінімізації)} \quad (2.7)$$

3. **Максимізація коефіцієнту Шарпа** SR : Враховує як очікувану дохідність, так і ризик портфеля відносно безризикової ставки R_f :

$$f_3(w) = SR = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \hat{R}_i - R_f}{\sqrt{w^T \hat{\Sigma} w}} \quad \text{(для мінімізації)} \quad (2.8)$$

4. **Мінімізація Conditional Value-at-Risk (CVaR)** – це міра ризику, яка оцінює середній рівень втрат у найгірших випадках (за межами певного рівня довіри). На відміну від VaR (Value-at-Risk), який показує максимальні втрати для заданого рівня ймовірності, CVaR враховує середній розмір втрат, якщо вони перевищать VaR.

Для розв'язання поставленої задачі розроблена гібридна модель оптимізації портфелю та її комп'ютерна реалізація повинна відповідати наступним вимогам:

1. **Ефективне прогнозування:** повинна забезпечувати точні та надійні прогнози майбутньої дохідності та ризику (волатильності, кореляцій) обраних фінансових активів на заданий інвестиційний горизонт.
2. **Багатокритеріальна оптимізація:** має бути здатною одночасно оптимізувати кілька суперечливих цільових функцій, надаючи інвестору множину Парето-оптимальних портфелів.
3. **Гнучкість у врахуванні обмежень:** повинна дозволяти користувачеві задавати різні обмеження на вагові коефіцієнти активів, що відповідають різним інвестиційним стратегіям та регуляторним вимогам.
4. **Адаптивність до ринкових змін:** модель повинна бути більш чутливою до змінних ринкових умов порівняно зі статичними моделями, що базуються лише на історичних даних.
5. **Обчислювальна ефективність:** має забезпечувати прийнятний час обчислень для практичного застосування, особливо при роботі з великою кількістю активів та складними моделями ML.
6. **Інтерпретованість результатів:** вихідні результати моделі (Парето-фронт оптимальних портфелів) повинні бути зрозумілими та інформативними для інвестора, дозволяючи йому приймати обґрунтовані рішення на основі представлених компромісів між різними цілями.
7. **Можливість інтеграції з різними типами прогнозних моделей:** Архітектура моделі повинна бути гнучкою та дозволяти використання різних алгоритмів для прогнозування, що дасть змогу досліджувати їхній вплив на кінцеві результати оптимізації.

В якості прогнозного модулю моделі в роботі запропоновано використання сучасних алгоритмів машинного навчання (ML), а для оптимізаційного модулю – сучасних еволюційних алгоритмів, що, на нашу думку, дозволить створити гібридну модель оптимізації портфелю, яка поєднує переваги прогнозних

можливостей ML з ефективністю еволюційної багатокритеріальної оптимізації, що може призвести до покращення якості інвестиційних рішень в умовах динамічних фінансових ринків.

2.2. Еволюційні алгоритми та їх застосування у фінансах

Еволюційні алгоритми (ЕА) є класом метаевристичних методів оптимізації та являють собою потужний клас стохастичних методів оптимізації, що черпають натхнення з механізмів природного відбору та еволюції живих організмів.

В основі еволюційних алгоритмів лежать такі біологічні концепції:

1. **Природний відбір:** процес, за яким організми з найкращими характеристиками (в термінах алгоритмів – *функцією пристосованості* або *фітнес-функцією* (fitness function) мають більше шансів на виживання та розмноження.
2. **Спадковість:** передача генетичної інформації від батьків до нащадків.
3. **Мутація:** випадкові зміни в генетичному матеріалі, що забезпечують різноманітність популяції.
4. **Схрещування:** обмін генетичним матеріалом між батьківськими хромосомами для створення нових комбінацій генів.

Їхня універсальність та здатність ефективно досліджувати складні, багатовимірні простори пошуку роблять їх особливо цінними для розв'язання оптимізаційних задач у фінансовій сфері.

На відміну від традиційних математичних методів, які часто вимагають певних припущень щодо властивостей цільової функції (наприклад, диференційовності, опуклості), ЕА є більш гнучкими та можуть застосовуватися до задач зі складними, нелінійними та навіть розривними цільовими функціями, що є типовим для фінансових ринків.

Основна ідея ЕА полягає в імітації еволюційного процесу шляхом підтримки популяції потенційних розв'язків, які називаються індивідами або хромосомами. Кожен індивід представляє певне рішення задачі оптимізації (наприклад, конкретний розподіл інвестицій між активами).

Протягом послідовних ітерацій, які називаються поколіннями, ця популяція еволюціонує під впливом операторів, що моделюють природні процеси:

- **Оцінка пристосованості (Fitness Evaluation):** кожен індивід оцінюється за допомогою функції пристосованості, яка кількісно визначає, наскільки добре даний розв'язок відповідає цілям оптимізації. У фінансовому контексті, функція пристосованості може відображати очікувану дохідність портфеля, рівень ризику, коефіцієнт Шарпа або комбінацію кількох критеріїв.
- **Селекція (Selection):** індивіди з вищою пристосованістю мають більшу ймовірність бути обраними для "розмноження" та передачі своїх "генів" (параметрів розв'язку) наступному поколінню. Це моделює принцип природного відбору, де краще адаптовані організми мають більше шансів на виживання та розмноження.
- **Кросовер (Кросинговер, Crossover):** цей оператор імітує статеве розмноження, комбінуючи генетичну інформацію (параметри) двох або більше батьківських індивідів для створення нових дочірніх індивідів. У контексті портфельної оптимізації, кросинговер може призводити до створення нових розподілів ваг, що є комбінацією розподілів від попередніх успішних портфелів.
- **Мутація (Mutation):** оператор мутації вносить невеликі випадкові зміни в генетичну інформацію індивіда. Це забезпечує дослідження нових областей простору пошуку, запобігає передчасній збіжності до локальних оптимумів та підтримує генетичне різноманіття популяції. У портфельній оптимізації мутація може призвести до невеликих випадкових коригувань ваг окремих активів.
- **Заміна (Replacement):** нове покоління індивідів замінює попереднє, і процес повторюється до досягнення певної умови зупинки (наприклад, максимальної кількості поколінь, досягнення задовільного рівня пристосованості або відсутність значного покращення протягом кількох поколінь).

Таким чином, основний принцип роботи ЕА полягає в підтримці популяції потенційних розв'язків (індивідів), які ітеративно поліпшуються протягом поколінь (рис. 2.1). Кожен індивід оцінюється за допомогою функції пристосованості, що

відображає його якість щодо цілей оптимізації. Найбільш пристосовані індивіди мають вищу ймовірність бути обраними для створення наступного покоління шляхом застосування генетичних операторів.

Розглянемо детальніше застосування ключових еволюційних алгоритмів у фінансовій сфері, зокрема в задачах оптимізації інвестиційного портфелю.

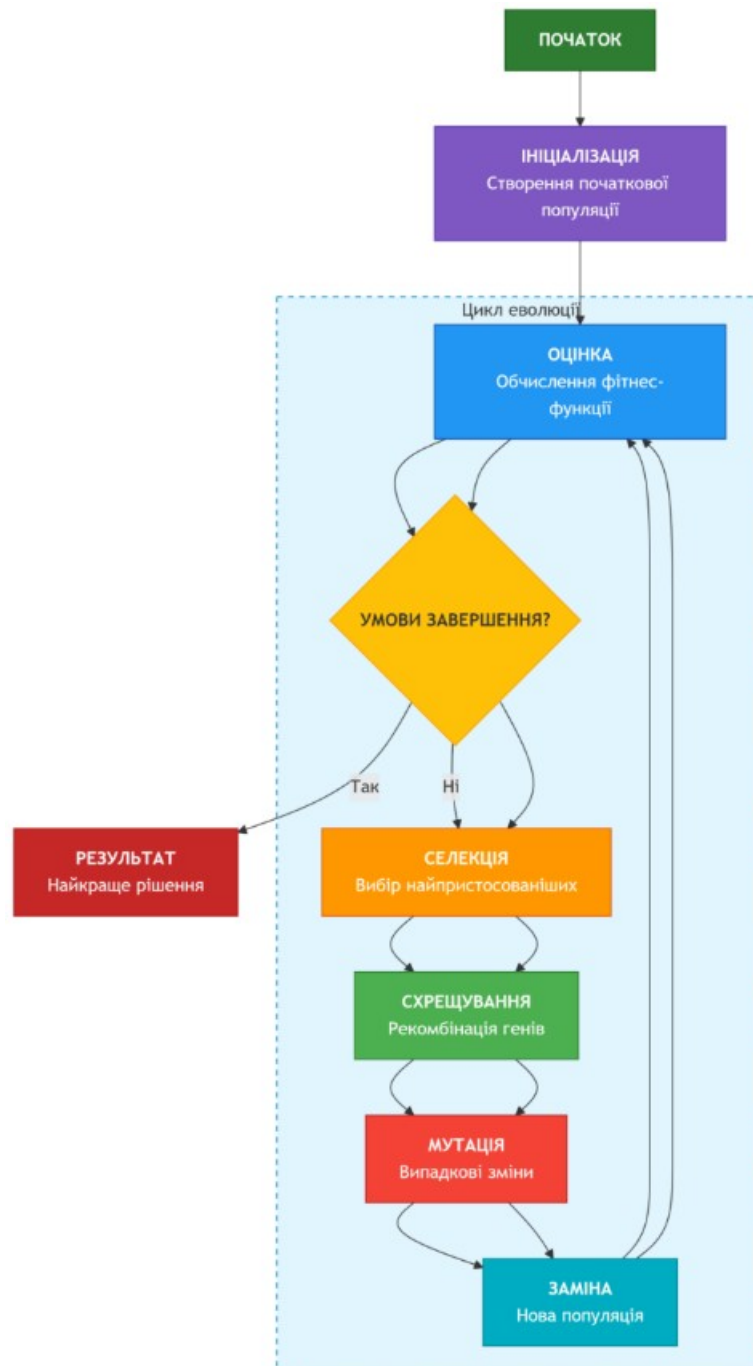


Рисунок 2.1 – Загальна структура ЕА
Джерело: розроблено автором на основі [13, 15, 16]

Генетичні алгоритми (Genetic Algorithms, GA)

Генетичні алгоритми (GA) є одними з перших та найбільш досліджених EA. Їхня гнучкість у представленні розв'язку та потужні механізми пошуку зробили їх популярними для широкого спектра фінансових задач.

- **Представлення розв'язку:** у задачі оптимізації портфеля, хромосома в GA зазвичай представляє вектор вагових коефіцієнтів активів. Кожна вага може бути закодована як дійсне число або як частина бінарного рядка (хоча дійсне кодування є більш поширеним для неперервних змінних, таких як ваги).
- **Функція пристосованості:** у фінансових застосуваннях функція пристосованості може бути розроблена для максимізації очікуваної дохідності при заданому рівні ризику, мінімізації ризику при заданій дохідності або оптимізації складніших показників, зокрема, коефіцієнту Шарпа. Також можуть враховуватися транзакційні витрати, обмеження на ліквідність та інші інвестиційні цілі.
- **Оператори:** вибір операторів селекції, кросинговеру та мутації, а також їхніх параметрів (наприклад, ймовірність кросинговеру та мутації), є вкрай важливим для ефективності GA. Різні варіанти цих операторів можуть бути адаптовані до специфіки задачі оптимізації портфеля.

Алгоритми рою частинок (Particle Swarm Optimization, PSO)

PSO є популяційним еволюційним алгоритмом, ідея якого була запозичена з аналізу соціальної поведінки зграї птахів або риб. Кожен потенційний розв'язок (портфель) представляється як "частинка", що рухається в багатовимірному просторі пошуку.

- **Рух частинок:** швидкість та напрямок руху кожної частинки визначаються її власним найкращим знайденим положенням (локальний оптимум) та найкращим положенням, знайденим усіма частинками рою (глобальний оптимум).

- **Застосування у фінансах:** PSO застосовувався для оптимізації портфелів, розробки торгових стратегій, прогнозування фінансових показників та управління ризиками завдяки своїй простоті реалізації та швидкій збіжності.

Інші еволюційні алгоритми

Крім вищезгаданих, у фінансах також знаходять застосування інші еволюційні алгоритми, такі як:

- **Еволюційні стратегії (Evolution Strategies, ES):** Орієнтовані на мутацію як основний оператор пошуку та використовують самоадаптацію параметрів мутації.
- **Генетичне програмування (Genetic Programming, GP):** Еволюціонує комп'ютерні програми для вирішення задач, що може бути застосовано для автоматичної розробки торгових правил або фінансових моделей.
- **Алгоритми мурашиної колонії (Ant Colony Optimization, ACO):** Хоча частіше використовуються для комбінаторних задач, також можуть бути адаптовані для задач оптимізації неперервних змінних, таких як ваги портфеля.

Застосування еволюційних алгоритмів у фінансовій сфері

ЕА знайшли широке застосування у фінансовому секторі завдяки своїй здатності ефективно працювати зі складними нелінійними задачами з багатьма обмеженнями. Розглянемо найбільш поширені напрями їх використання.

1. Оптимізація інвестиційних портфелів

Класична задача оптимізації портфеля за Марковіцем прагне знайти баланс між очікуваною дохідністю та ризиком. ЕА дозволяють:

- Подолати обмеження класичних методів, на відміну від квадратичного програмування, ЕА можуть працювати з нелінійними цільовими функціями та обмеженнями.

- Враховувати додаткові обмеження, зокрема, мінімальні обсяги інвестицій, обмеження на кількість активів, трансакційні витрати тощо.
- Оптимізувати різноманітні метрики ризику: VaR (Value at Risk), CVaR (Conditional Value at Risk), MAD (Mean Absolute Deviation) тощо.
- Знаходити компромісні рішення: замість єдиного "оптимального" портфеля, EA генерують *фронт Парето-рішень*, дозволяючи інвестору вибрати портфель відповідно до своїх уподобань щодо ризику.

2. Алгоритмічна торгівля та трейдингові стратегії

EA широко використовуються для розробки та оптимізації автоматизованих торгових стратегій:

- Генерація торгових правил: еволюційні алгоритми (особливо генетичне програмування) можуть автоматично створювати торгові правила на основі технічних індикаторів.
- Оптимізація параметрів: EA ефективно налаштовують параметри існуючих стратегій (наприклад, періоди для рухомих середніх).
- Управління ризиками: пошук оптимальних рівнів стоп-лосів та тейк-профітів.
- Адаптація до ринкових умов: еволюційні алгоритми можуть регулярно переналаштовувати стратегії відповідно до змін ринкової ситуації.

3. Прогнозування фінансових ринків

У поєднанні з методами ML, EA допомагають вирішувати завдання прогнозування, зокрема, здійснювати:

- Оптимізацію структури нейронних мереж: вибір кількості шарів, нейронів, функцій активації.
- Відбір ознак: пошук найбільш інформативних фінансових показників для прогнозування.
- Гібридні системи прогнозування: комбінування різних методів для досягнення вищої точності прогнозу.

4. Управління кредитними ризиками

EA застосовуються для розробки та оптимізації моделей кредитного скорингу:

- Класифікація позичальників, визначення ймовірності дефолту.
- Відбір значущих факторів ризику, виділення найбільш важливих характеристик позичальників.
- Оптимізація політики кредитування, зокрема, пошук балансу між ризиком та прибутковістю.

Отже, проведений аналіз дозволяє зробити висновок, що еволюційні алгоритми представляють потужний і гнучкий інструментарій для вирішення складних оптимізаційних задач у фінансовій сфері, зокрема для оптимізації інвестиційних портфелів. Їхні переваги, що полягають у здатності працювати з нелінійними моделями, обробляти множинні обмеження та багатоцільову природу фінансових задач, роблять їх особливо привабливими в порівнянні з класичними методами.

Сучасні тенденції розвитку EA свідчать про перспективність гібридних підходів, що поєднують еволюційні алгоритми з методами машинного навчання [8, 20, 21, 24, 52]. Такі гібридні системи дозволяють не лише оптимізувати портфелі на основі історичних даних, але й адаптуватися до змінних ринкових умов через інтеграцію прогнозних компонентів.

У подальших розділах даної роботи буде запропоновано гібридну модель, що поєднує переваги еволюційного алгоритму NSGA-II як потужного оптимізатора з можливостями сучасних ML алгоритмів для прогнозування динаміки фінансових активів.

2.3 Алгоритм NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II)

NSGA-II є одним з найпопулярніших еволюційних алгоритмів для розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації [13-14]. Він особливо цінний при оптимізації інвестиційних портфелів, де інвестор зазвичай враховує кілька суперечливих цілей (наприклад, максимізація доходності та мінімізація ризику).

Основні принципи, що було покладено в його основу, полягають у наступному:

- **Недомінуюче сортування (Non-dominated Sorting):** ранжування популяції на основі концепції Парето-домінування. Індивіди, які не домінуються жодним іншим індивідом у популяції, отримують найвищий ранг.
- **Обчислення відстані скупченості (Crowding Distance):** оцінка щільності розв'язків навколо певного індивіда в просторі цілей. Індивіди з більшою відстанню скупченості є більш бажаними для підтримки різноманітності *Парето-фронту*.
- **Оператор порівняння на основі рангу та відстані скупченості:** при селекції перевага надається індивідам з нижчим рангом (кращим Парето-фронтом). Якщо два індивіди мають однаковий ранг, перевага надається тому, у кого більша відстань скупченості.
- **Елітаризм (елітізм):** збереження найкращих знайдених розв'язків з попереднього покоління для забезпечення монотонного покращення якості популяції.

NSGA-II широко використовується для побудови *Парето-фронту* оптимальних портфельів (рис. 2.2), що представляє компроміс між ризиком та дохідністю, а також для врахування інших критеріїв, зокрема, ліквідності, соціальної відповідальності тощо.

Парето-фронт – це множина оптимальних розв'язків у багатокритеріальній задачі оптимізації, де жоден з критеріїв не може бути покращений без погіршення хоча б одного іншого. Іншими словами, це межа, що відокремлює "досяжні" комбінації параметрів від "недосяжних". У контексті портфельної оптимізації Парето-фронт показує найкращі можливі співвідношення ризику та дохідності.

На рис. 2.2 зображено ілюстративний приклад побудови Парето-фронту для різних інвестиційних портфельів. Характеристика портфельів та відповідних інвестиційних стратегій наведена у табл. 2.1.

Крива, що з'єднує кращі доступні портфелі, де кожна точка є оптимальною у сенсі співвідношення ризик/дохідність. Портфелі на цій кривій не домінуються

жодними іншими – тобто для них неможливо знайти рішення з більшою доходністю при тому ж ризику або меншим ризиком при тій же доходності.

Цей графік ілюструє ключовий принцип сучасної портфельної теорії: інвестори можуть вибирати між різними комбінаціями ризику та доходності на Парето-фронті. Наприклад:

- **Портфель А** (консервативний): Низький ризик ($\sigma=5\%$), але обмежена доходність ($\mu=8\%$).
- **Портфель В** (оптимальний): Збалансоване співвідношення ($\sigma=15\%$, $\mu=14\%$).
- **Портфель С** (максимальна доходність): Збалансоване співвідношення ($\sigma=15\%$, $\mu=14\%$).
- **Портфель F** (екстремальний): Високий ризик ($\sigma=30\%$) для максимізації доходності ($\mu=17\%$).

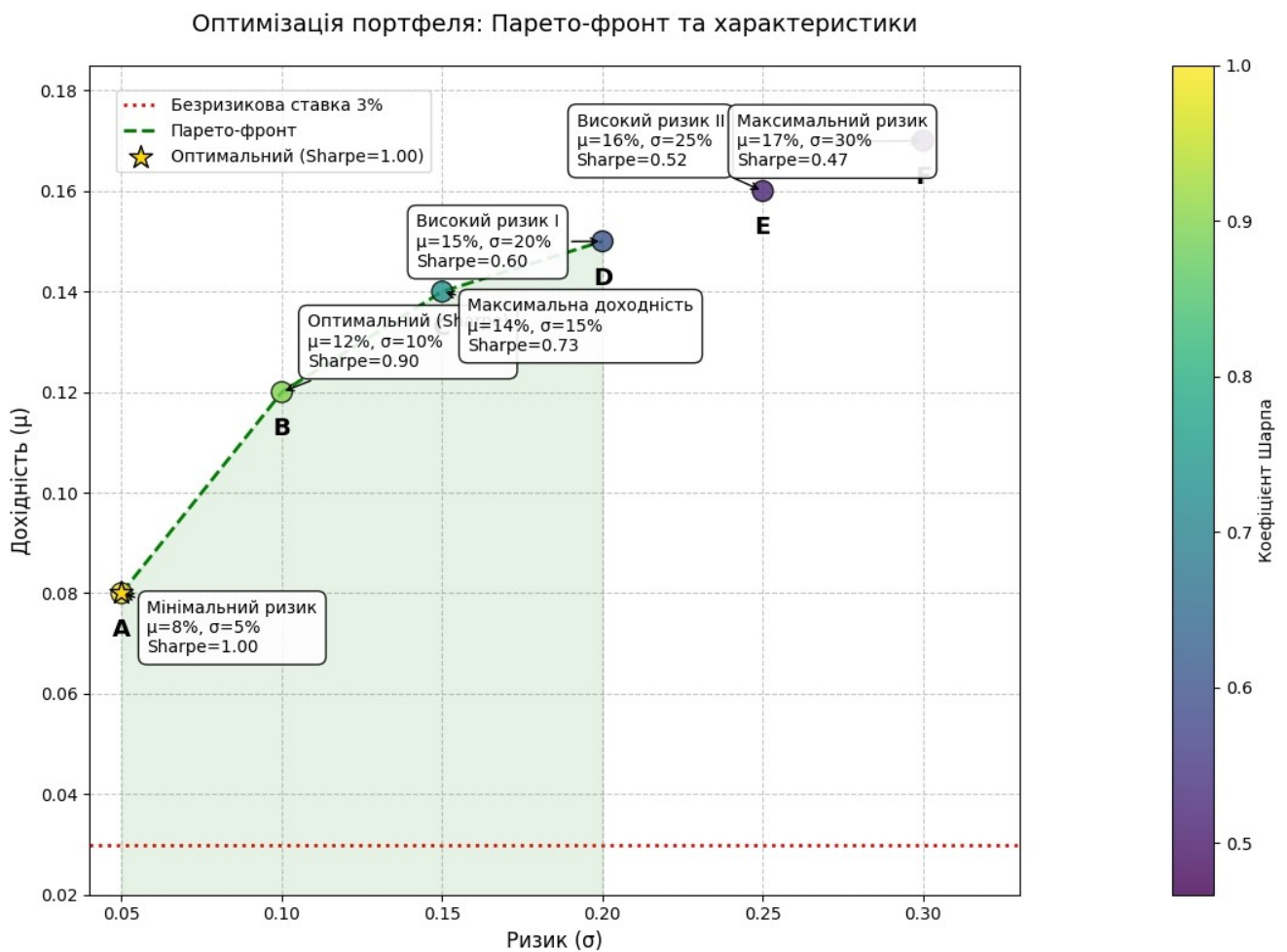


Рисунок 2.2 – Схематична ілюстрація Парето-фронту
Джерело: розроблено автором

Таблиця 2.1 – Характеристика портфелів рис. 2.1

Портфель	Тип портфеля	Інвестиційна стратегія
A	Мінімальний ризик	Консервативний підхід з акцентом на збереження капіталу. Включає безризикові активи (облігації) та акції з низькою волатильністю (комунальні підприємства, споживчі товари)
B	Оптимальний за Шарпом	Збалансована стратегія, що поєднує акції зі стабільною доходністю та облігації для мінімізації ризику при максимізації прибутковості на одиницю ризику
C	Максимальна доходність	Агресивна стратегія з акцентом на акції зростання (технологічний сектор). Погоджується на підвищений ризик для отримання вищої прибутковості
D	Високоризиковий I	Спекулятивний портфель з перевагою циклічних акцій та альтернативних активів (криптовалюти, сировинні індекси)
E	Високоризиковий II	Високоризиковий портфель з використанням левериджу (маржинальні позиції, похідні інструменти)
F	Максимальний ризик	Екстремально ризикова стратегія з концентрацією на одному секторі або активі (венчурні інвестиції, стартапи)

Джерело: складено автором

У контексті оптимізації портфеля, NSGA-II дозволяє одночасно оптимізувати дохідність, ризик та інші критерії. Алгоритм реалізує ітеративний процес, де кожне покоління покращує якість Парето-фронту за рахунок генетичних операторів і елітизму (рис. 2.3).

Спрощено, алгоритм NSGA-II можна подати у 4 кроки:

1. **Ініціалізація:** Генерація початкової популяції (100+ портфелів).
2. **Оцінка:** Розрахунок цільових функцій (дохідність, ризик, *SR*).
3. **Генетичні операції:**
 - *Сортування за Парето* (визначення недомінованих розв'язків)
 - *Турнірна селекція* (відбір 5% найкращих)
 - *SBX-кросовер* та *поліноміальна мутація*
4. **Елітизм:** Збереження 10% найкращих портфелів для наступного покоління.
5. **Цикл:** Повторення 200+ поколінь до збіжності.

NSGA-II дозволяє отримати множину Парето-оптимальних портфелів, що відображають різні компроміси між цими цілями (рис. 2.3). Інвестор може потім

обрати портфель з цього фронту, який найкраще відповідає його індивідуальним перевагам щодо ризику та доходності (або інших критеріїв).

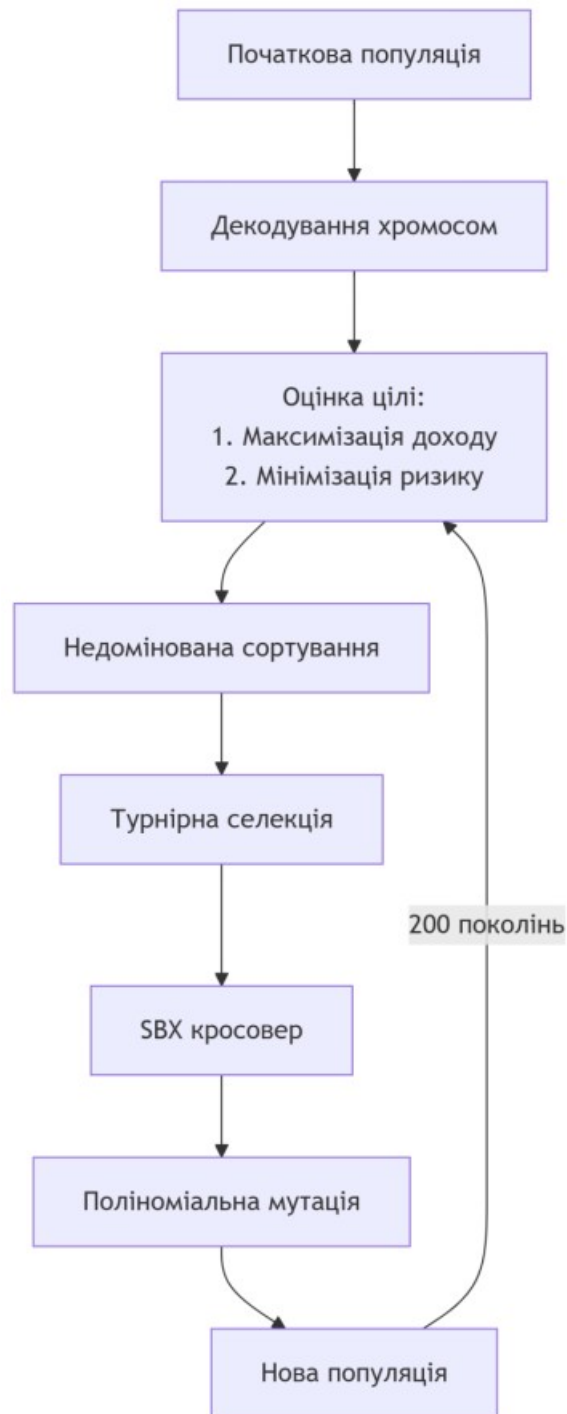


Рисунок 2.3 – Спрощена схеми роботи алгоритму NSGA-II
Джерело: складено автором на основі [13, 14]

Інтеграція NSGA-II з прогнозними моделями ML (наприклад, LSTM для прогнозування $\hat{\mu}_i$, $\sum w$) дозволяє створювати гібридні системи оптимізації портфеля, які враховують як історичні закономірності, виявлені ML, так і

багатокритеріальні цілі інвестора, ефективно досліджуючи простір можливих портфельів за допомогою еволюційного пошуку.

2.4. Алгоритми машинного навчання (ML) та їх застосування до задачі оптимізації інвестиційного портфелю

Методи ML набувають все більшого значення у фінансовій сфері, зокрема в задачах, пов'язаних з прогнозуванням та прийняттям інвестиційних рішень. Їхня здатність виявляти складні закономірності у великих обсягах даних, адаптуватися до змінних ринкових умов та робити точні прогнози робить їх цінним інструментом у процесі оптимізації інвестиційних портфельів [20-22, 34, 49]. Застосування ML може значно підвищити ефективність традиційних методів оптимізації, надаючи більш точну інформацію про майбутню поведінку активів та ринкові тенденції.

Основні напрямки застосування ML алгоритмів в оптимізації інвестиційного портфелю включають не тільки безпосередню *оптимізацію інвестиційного портфелю*, а й: *прогнозування фінансових часових рядів, оцінку ризику та кореляцій, відбір та інженерію ознак* тощо.

Пряма оптимізація портфелю за допомогою ML

Деякі ML-алгоритми можуть бути використані безпосередньо для визначення оптимальних вагових коефіцієнтів портфелю, минаючи традиційний двохетапний процес прогнозування та оптимізації.

- **Навчання з підкріпленням (Reinforcement Learning, RL):** агенти RL можуть навчатися приймати послідовні рішення щодо розподілу активів у портфелі в динамічному середовищі фінансового ринку. Метою агента є максимізація певної функції винагороди (наприклад, прибутковості з урахуванням ризику) шляхом взаємодії з ринком та отримання зворотного зв'язку про результати своїх дій.
- **Еволюційні нейронні мережі (Evolutionary Neural Networks):** Замість традиційного навчання на основі градієнтного спуску, архітектура та ваги

нейронних мереж, що представляють стратегії розподілу активів, можуть еволюціонувати за допомогою еволюційних алгоритмів.

- **Мета-навчання (Meta-Learning):** моделі мета-навчання можуть навчатися на великій кількості попередніх задач оптимізації портфеля, щоб швидко адаптуватися та знаходити ефективні стратегії для нових, невідомих ринкових умов.

Хоча пряма (безпосередня) оптимізація портфеля за допомогою ML є перспективним напрямком, вона часто вимагає значних обсягів даних та ретельного налаштування гіперпараметрів для забезпечення стабільності та надійності результатів.

Прогнозування фінансових часових рядів

Одним з ключових аспектів оптимізації портфеля є прогнозування майбутніх характеристик фінансових активів, таких, як дохідність, волатильність та кореляції. ML-алгоритми, особливо ті, що призначені для обробки послідовних даних, демонструють значний потенціал у цій області.

- **Рекурентні нейронні мережі (RNN), Довгострокова короткочасна пам'ять (LSTM) та рекурентні блоки (GRU):** Ці архітектури нейронних мереж спеціально розроблені для обробки часових рядів. Завдяки механізмам пам'яті, вони здатні вловлювати часові залежності та прогнозувати майбутні значення цін, дохідностей та волатильності на основі історичних даних. LSTM та GRU особливо ефективні у моделюванні довгострокових залежностей, що є важливим для аналізу фінансових ринків.
- **Моделі на основі дерев рішень (Random Forest, Gradient Boosting Machines):** Ці ансамблеві методи можуть використовуватися для прогнозування дохідності та волатильності на основі різноманітних ознак, включаючи технічні індикатори, фундаментальні дані та макроекономічні показники. Їхня здатність обробляти нелінійні залежності та взаємодії між ознаками робить їх потужним інструментом прогнозування.

- **Авторегресійні моделі (ARIMA, SARIMA з елементами ML):** Хоча ARIMA є традиційною статистичною моделлю, її можна комбінувати з методами ML для автоматичного визначення порядку моделі або для моделювання залишкових помилок прогнозування.

Прогнози, отримані за допомогою цих ML-алгоритмів, можуть бути використані як вхідні дані для еволюційних алгоритмів оптимізації портфеля, забезпечуючи більш обґрунтований процес прийняття рішень.

Оцінка ризику та кореляцій

Точне оцінювання ризику є важливим для ефективною оптимізації портфеля. ML-алгоритми можуть допомогти в цьому, надаючи більш складні та динамічні моделі ризику.

- **Моделювання волатильності за допомогою нейронних мереж (наприклад, GARCH-подібні моделі на основі NN):** Нейронні мережі можуть бути навчені для прогнозування часової волатильності активів, враховуючи нелінійні залежності та ефекти кластеризації волатильності, які часто спостерігаються на фінансових ринках.
- **Прогнозування матриць коваріацій за допомогою факторних моделей, навчених ML:** Факторні моделі, які пояснюють коваріації між активами через спільні фактори, можуть бути вдосконалені за допомогою методів ML для ідентифікації та прогнозування цих факторів, а також чутливості активів до них.
- **Виявлення змін режимів ринку (Regime Detection) за допомогою кластеризації та моделей прихованих марковських процесів (HMM):** ML-алгоритми можуть використовуватися для ідентифікації різних ринкових режимів (наприклад, висока/низька волатильність, бичачий/ведмежий ринок), що дозволяє адаптувати моделі ризику та оптимізації портфеля до поточних умов.

Прогнозовані матриці коваріацій та оцінки ризику, отримані за допомогою ML, можуть бути використані еволюційними алгоритмами для побудови портфельів, що враховують динамічну природу ризику.

Відбір ознак (Feature Selection) та інженерія ознак (Feature Engineering)

Ефективність моделей прогнозування та оптимізації портфеля значною мірою залежить від якості вхідних даних. ML-алгоритми можуть допомогти у виборі найбільш інформативних ознак та створенні нових, більш релевантних ознак (інженерія ознак) на основі сирих фінансових даних.

- **Методи зменшення розмірності (PCA, t-SNE):** Можуть використовуватися для виявлення основних факторів, що впливають на дохідність та ризик активів, та для створення більш компактних представлень даних.
- **Алгоритми вибору ознак на основі важливості ознак (RF, GBM):** Дозволяють ідентифікувати найбільш впливові предиктори для моделей прогнозування.
- **Автоматичне створення ознак за допомогою нейронних мереж (наприклад, Autoencoders):** Нейронні мережі можуть бути навчені для автоматичного вилучення корисних представлень даних, які можуть бути використані як нові ознаки для моделей прогнозування або оптимізації.

Використання ML для покращення якості вхідних даних може значно підвищити ефективність як еволюційних алгоритмів, так і інших методів оптимізації портфеля.

Виклики та потенційні недоліки при застосуванні ML в оптимізації портфеля

- **Перенавчання (Overfitting):** ML-моделі, особливо складні, можуть надмірно адаптуватися до навчальних даних та погано працювати на нових даних. Ретельна валідація та регуляризація є тут важливим етапом.

- **Стаціонарність даних:** фінансові ринки є нестаціонарними, їхні статистичні властивості можуть змінюватися з часом. Моделі ML повинні бути розроблені таким чином, щоб враховувати цю нестаціонарність або періодично перенавчатися на нових даних.
- **Інтерпретованість (Interpretability):** деякі ML-моделі (наприклад, глибокі нейронні мережі) є "чорними скриньками", що ускладнює розуміння та обґрунтування їхніх прогнозів та рішень. У фінансовій сфері довіра є дуже важливою, тому інтерпретованість може бути значущим фактором.
- **Якість та доступність даних:** ефективність ML-алгоритмів сильно залежить від якості та обсягу доступних даних. Фінансові дані можуть бути зашумленими, мати пропущені значення та бути обмеженими в історичній перспективі для деяких активів.

Незважаючи на ці виклики, алгоритми ML відкривають значні можливості для вдосконалення процесу оптимізації інвестиційних портфельів, надаючи більш точні прогнози активів, оцінки ризику та потенційно більш ефективні стратегії розподілу коштів в портфелі. Їхня інтеграція з еволюційними алгоритмами є перспективним напрямком досліджень.

Використання LSTM для прогнозування фінансових часових рядів у гібридній моделі оптимізації портфелю

Використання архітектури довгострокової короткочасної пам'яті (Long Short-Term Memory, LSTM) [26] в якості основної прогнозовної моделі в розроблюваній гібридній системі оптимізації інвестиційного портфелю зумовлене кількома ключовими перевагами, які роблять її особливо привабливою для аналізу та прогнозування фінансових часових рядів:

1. **Здатність моделювати довгострокові залежності:** Фінансові ринки характеризуються складними часовими залежностями, де події, що відбулися в далекому минулому, можуть впливати на поточну та майбутню поведінку активів. На відміну від традиційних часових моделей (таких як ARIMA) та стандартних нейронних мереж прямого поширення, LSTM

мають спеціальну архітектуру, що включає механізми пам'яті (комірки пам'яті та вентилялі). Ці механізми дозволяють мережі зберігати та використовувати інформацію з довгих послідовностей даних, що є критично важливим для виявлення довгострокових трендів, сезонності та інших складних патернів у фінансових часових рядах.

2. **Ефективна обробка послідовних даних:** Фінансові дані за своєю природою є послідовними. LSTM розроблені спеціально для обробки таких даних, враховуючи порядок та часову залежність між окремими спостереженнями. Це дозволяє моделі вловлювати динаміку ринку, реакцію активів на попередні події та потенційні ефекти запізнення.
3. **Подолання проблеми зникаючого та вибухаючого градієнта:** При навчанні глибоких рекурентних нейронних мереж часто виникає проблема зникаючого або вибухаючого градієнта, що ускладнює навчання довгострокових залежностей. Архітектура LSTM з її вентилями (вхідний, забуваючий, вихідний) ефективно вирішує цю проблему, контролюючи потік інформації через мережу та забезпечуючи стабільне навчання навіть на довгих послідовностях.
4. **Здатність до моделювання нелінійних залежностей:** Фінансові ринки є складними та часто характеризуються нелінійними взаємозв'язками між різними факторами та поведінкою активів. Нейронні мережі, включаючи LSTM, є універсальними апроксиматорами функцій і здатні моделювати ці нелінійні залежності, що дозволяє отримувати більш точні прогнози порівняно з лінійними моделями.
5. **Гнучкість у врахуванні різних вхідних ознак:** Моделі LSTM можуть приймати на вхід не лише історичні ціни активів, але й широкий спектр інших релевантних ознак, таких як обсяги торгів, технічні індикатори, макроекономічні показники та навіть текстові дані (наприклад, новини та настрої ринку) після відповідної обробки. Це дозволяє моделі враховувати ширший контекст при формуванні прогнозів.

6. **Успішне застосування в фінансовому прогнозуванні:** LSTM вже продемонстрували свою ефективність у численних дослідженнях та практичних застосуваннях у галузі фінансового прогнозування, включаючи прогнозування цін акцій, валютних курсів, волатильності та інших фінансових показників. Їхня здатність до адаптації та висока точність прогнозів роблять їх одним з передових методів у цій області.

Архітектура та принцип функціонування LSTM

Мережа LSTM [26] є архітектурою рекурентної нейронної мережі (RNN), спеціально розробленою для моделювання довготривалих часових залежностей. На відміну від стандартних RNN, LSTM виявляються більш ефективними при прогнозуванні часових рядів, де релевантні події розділені часовими інтервалами невизначеної тривалості. Їхня структура дозволяє зберігати інформацію про віддалені часові кроки, одночасно враховуючи короткострокові патерни. Основна комірка LSTM складається з трьох регулюючих механізмів, відомих як ворота: забування, входу та виходу (рис. 2.4).

Внутрішній стан комірки використовується для зберігання довготривалої інформації та оновлюється на кожному часовому кроці за допомогою вхідних воріт (шлюзів, gates).

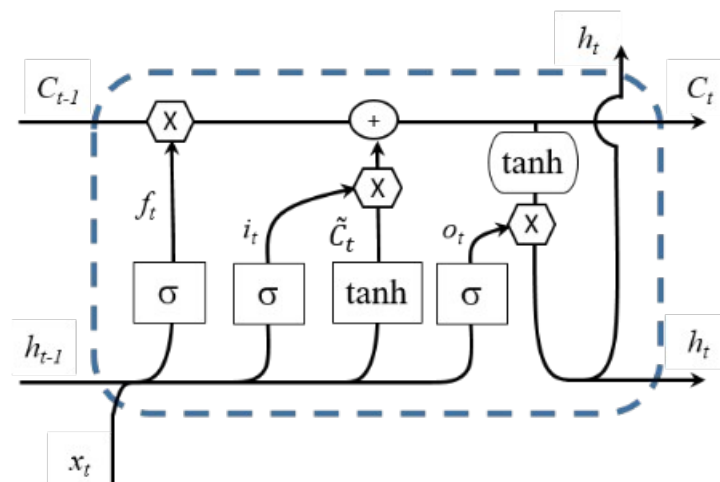


Рисунок 2.4 – Спрощена схеми структури LSTM комірки
Джерело: побудовано автором на основі [26]

Математичні вирази, що описують принцип роботи LSTM-комірки, зображеної на рис. 2.4, мають наступний вигляд:

$$f_t = \sigma(W_f \cdot (h_{t-1}, x_t) + b_f), f_t \in [0, 1]. \quad (2.9)$$

$$i_t = \sigma(W_i \cdot (h_{t-1}, x_t) + b_i), i_t \in [0, 1]. \quad (2.10)$$

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_c \cdot (h_{t-1}, x_t) + b_c), \tilde{c}_t \in [-1, 1]. \quad (2.11)$$

$$o_t = \sigma(W_o \cdot (h_{t-1}, x_t) + b_o), o_t \in [0, 1]. \quad (2.12)$$

$$a_t = i_t \otimes \tilde{c}_t. \quad (2.13)$$

$$c_t = f_t \otimes c_{t-1} + a_t \oplus c_{t-1}. \quad (2.14)$$

Тут $\sigma(\cdot)$, $\tanh(\cdot)$ – функція активації, що представляє собою сигмоїду та гіперболічний тангенс; \otimes , \oplus – операції поелементного множення та додавання відповідно; W_f, W_i, W_c, W_o – матриці ваг для відповідних воріт; b_f, b_i, b_c, b_o – вектори констант (зміщень, biases).

Вентиль забування f_t (forget gate) визначає, яку частину інформації з довготривалого стану комірки (c_{t-1}) слід відкинути або зберегти (забути), залежно від поточної вхідної інформації (x_t) та попереднього виходу (або прихованого стану) (h_{t-1}) на попередньому часовому кроці. Забування реалізується через операцію поелементного множення.

Вхідний вентиль (i_t) відповідає за оновлення стану комірки. Цей вентиль визначає, яку інформацію з поточної вхідної інформації (x_t) та попереднього виходу (h_{t-1}) слід зберегти в довготривалому стані (c_t). Сигмоїдна функція "вирішує", яка інформація є важливою для збереження з виходу гіперболічного тангенса (який пропонує нові потенційні значення для стану комірки).

Вихідний вентиль (o_t) визначає, яка частина довготривалого стану в комірни пам'яті (c_t) буде передана на вихід (h_t) (і на вхід на наступному часовому кроці).

Завдяки своїй структурі, LSTM усуває проблему зникаючого градієнта. Крім того, вона здатна ідентифікувати та зберігати довготривалі залежності в даних за допомогою набору вентилів та каналу довготривалого стану. До недоліків цієї архітектури належать складність та велика кількість параметрів.

Враховуючи розглянуті вище переваги, використання LSTM в якості прогнозного модуля гібридної моделі дозволить забезпечити еволюційний алгоритм NSGA-II більш точними та інформативними прогнозами щодо майбутньої доходності та ризику фінансових активів.

Це, в свою чергу, має сприяти знаходженню більш ефективних та адаптивних інвестиційних портфелів, що краще відповідають багатокритеріальним цілям інвестора в умовах динамічних фінансових ринків.

Отже, було проаналізовано методологічні підходи до оптимізації інвестиційного портфеля на основі еволюційних алгоритмів та алгоритмів машинного навчання. Зокрема:

- Визначено задачу оптимізації інвестиційного портфеля як багатокритеріальну задачу, що полягає у знаходженні оптимального розподілу капіталу між активами для досягнення балансу між суперечливими інвестиційними цілями (дохідність, ризик тощо) з урахуванням ринкових обмежень.
- Визначено ключові вимоги до моделі портфельної оптимізації, включаючи її здатність до адаптації, багатокритеріальності, обчислювальної ефективності та інтерпретованості результатів.
- Розглянуто концепцію та механізми дії еволюційних алгоритмів, зокрема NSGA-II, що дозволяє формувати Парето-оптимальні множини інвестиційних рішень, враховуючи компроміс між доходністю та ризиком.
- Проаналізовано можливості та виклики використання методів машинного навчання, зокрема LSTM, у задачах прогнозування фінансових показників, оцінки ризиків і побудови стратегій.
- Обґрунтовано доцільність розробки гібридного підходу, який поєднує прогнозну потужність ML з оптимізаційними можливостями NSGA-II для формування інвестиційних портфелів, стійких до ринкових змін.

- Визначено подальший напрямок дослідження, що полягає у реалізації гібридної моделі оптимізації портфеля, яка інтегрує алгоритм NSGA-II для оптимізації та LSTM для прогнозування динаміки фінансових активів.

РОЗДІЛ 3. ПРОЄКТУВАННЯ ТА ПРАКТИЧНЕ ВПРОВАДЖЕННЯ ГІБРИДНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЮ

3.1. Архітектура гібридної моделі: поєднання NSGA-II та LSTM

Оптимізація інвестиційного портфеля в умовах сучасного ринку вимагає врахування складних нелінійних взаємозв'язків між активами, динаміки ринку та прогнозування поведінки фінансових інструментів. У зв'язку з цим доцільним є використання гібридного підходу, що поєднує прогностні властивості моделей машинного навчання та оптимізаційні можливості еволюційних алгоритмів.

Основна ідея нашого підходу полягає у тому, що модель формування оптимального портфелю працює у два етапи:

1. **Прогнозування** очікуваної дохідності активів із використанням нейронної мережі LSTM на основі часових рядів;
2. **Оптимізація** структури портфеля з використанням NSGA-II на базі багатокритеріальної функції придатності, яка враховує дохідність, ризик і додаткові метрики (наприклад, CVaR або ліквідність).

Тому архітектура гібридної моделі складається з двох основних взаємодіючих модулів: *прогнозного модулю* на основі LSTM, та *оптимізаційного модулю* на основі NSGA-II (рис. 3.1). Таке поєднання дозволяє враховувати як складні взаємозв'язки між активами та їхню часову динаміку (через LSTM), так і багатокритеріальні інвестиційні цілі інвестора (через NSGA-II), що є критично важливим в умовах сучасних фінансових ринків.

Метою прогнозного модулю є прогнозування очікуваної дохідності активів на основі часових рядів. Для цього використовується рекурентна нейронна мережа типу LSTM, яка має здатність зберігати довгострокові залежності в даних і враховувати сезонність та інерційність фінансових ринків.

На вхід мережі подаються відмасштабовані котирування активів за обраний часовий період (зокрема, 24-36 місяців), після чого здійснюється прогноз

очікуваної дохідності для кожного активу. У разі потреби модель може бути доповнена прогнозом волатильності або коваріацій.

Отримані прогнозні значення дохідностей є вхідними параметрами для другого блоку моделі (*оптимізаційного модулю*) – еволюційного алгоритму NSGA-II, який виконує пошук оптимального розподілу ваг активів у портфелі.

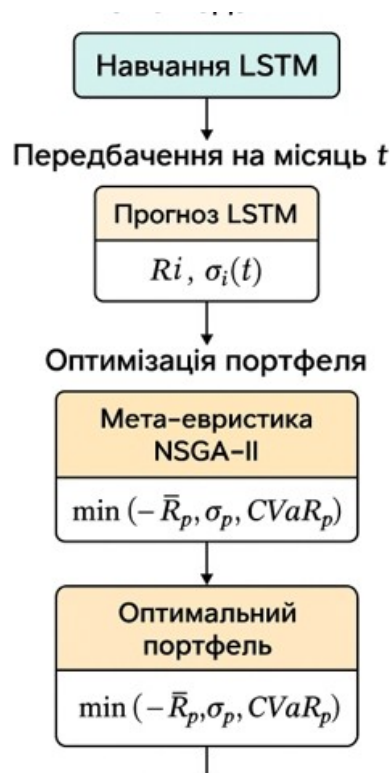


Рисунок 3.1 – Спрощена схема архітектури гібридної моделі оптимізації портфеля на основі NSGA-II та LSTM

Джерело: побудовано автором

Розглянемо більш детально ці модулі.

Модуль прогнозування на основі LSTM

Цей модуль відповідає за прогнозування майбутньої дохідності та волатильності обраних фінансових активів. LSTM була обрана завдяки її здатності ефективно моделювати довгострокові залежності у часових рядах, що є важливою характеристикою фінансових даних.

Вхідні дані: Модуль приймає на вхід історичні часові ряди цін обраних фінансових активів, а також потенційно інші релевантні ознаки, такі як обсяги

торгів, макроекономічні показники, технічні індикатори тощо. Вибір конкретних ознак здійснюється на етапі підготовки даних та інженерії ознак (розділ 3.2).

Архітектура LSTM: модуль прогнозування містить один шар LSTM з 32 нейронами, за якими слідують шари Dropout для запобігання перенавчанню та щільний (Dense) шар для формування кінцевих прогнозів (табл. 3.1). Кількість шарів, кількість нейронів у кожному шарі, довжина послідовності (розмір вікна вхідних даних) та інші гіперпараметри моделі LSTM було підібрано на етапі навчання та валідації.

Таблиця 3.1 – Архітектура та налаштування параметрів моделі LSTM

Компонент	Параметри	Призначення
Вхідний шар	Input(shape=(36, n_features))	36 місяців, 5 технічних індикаторів
Прихований шар	LSTM(32, return_sequences=False)	Виявлення часових залежностей
Dropout	Dropout(0.2)	Запобігання перенавчанню
Вихідний шар	Dense(1, activation='linear')	Прогноз дохідності
Оптимізатор	Adam(learning_rate=0.001)	Адаптивне навчання
Функція втрат	Mean Squared Error (MSE)	Регресійна помилка
Epochs	50 (з early stopping)	Для стабілізації навчання
Batch size	16	Малий для коротких рядів
Нормалізація	StandardScaler	Для стабільності у часових рядах

Джерело: складено автором

Вихідні дані: Модуль прогнозування генерує прогнози на певний майбутній горизонт часу. Залежно від конфігурації моделі, вихідними даними можуть бути:

- Прогнозована очікувана дохідність \hat{R}_i кожного активу на заданий період (один місяць). Це може бути як одноточковий прогноз, так і розподіл ймовірностей.
- Прогнозована волатильність кожного активу на заданий період σ_i .

- Прогнозована матриця коваріацій $\hat{\Sigma}$ між дохідностями активів на заданий період. Для її отримання можуть використовуватися окремі LSTM-моделі для прогнозування попарних кореляцій або більш складні підходи, що моделюють багатовимірні часові ряди.

Навчання моделі: модель LSTM навчається на історичних даних з використанням відповідної функції втрат (середньоквадратичної помилки для прогнозування дохідності та волатильності) та оптимізатора (Adam). Процес навчання включає розділення даних на навчальну, валідаційну та тестову вибірки для налаштування гіперпараметрів та оцінки ефективності моделі.

Модуль оптимізації на основі NSGA-II

Цей модуль використовує прогнози, отримані від модуля LSTM, для пошуку множини Парето-оптимальних портфелів, що найкращим чином відповідають заданим багатокритеріальним цілям. Розглянемо основні складові цього модуля:

Вхідні дані: Модуль приймає на вхід:

- Прогнозовані очікувані дохідності $E(R_i)$ обраних активів від модуля LSTM.
- Прогнозовану матрицю коваріацій $E(\Sigma)$ між активами від модуля LSTM (або прогнозовані волатильності σ_i^2).
- Безризикову ставку дохідності R_f
- Параметри алгоритму NSGA-II (розмір популяції, кількість поколінь, ймовірності кросинговеру та мутації тощо).
- Обмеження на ваги активів.

Представлення розв'язку: Кожен індивід у популяції NSGA-II представляє потенційний інвестиційний портфель, закодований як вектор вагових коефіцієнтів $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ – вектор вагових коефіцієнтів, що представляє частку інвестицій у кожен з n активів;

Фітнес функції: Модуль NSGA-II використовує кілька цільових функцій для оцінки якості кожного портфеля, що відповідають багатокритеріальним інвестиційним цілям, зокрема:

- максимізації очікуваної дохідності портфеля \widehat{R}_p ;
- мінімізації ризику портфеля (волатильності) σ_p ;
- максимізації коефіцієнта Шарпа SR ;
- мінімізація $CVaR_p$;
- можна також додати й інші цільові функції, що відображають ліквідність, транзакційні витрати, соціальну відповідальність тощо.

Процес оптимізації: NSGA-II застосовує оператори недомінуючого сортування, обчислення відстані скупченості, селекції, кросинговеру та мутації для еволюції популяції портфельів протягом заданої кількості поколінь. На кожному поколінні оцінюється пристосованість кожного портфеля за всіма цільовими функціями на основі прогнозів від модуля LSTM.

Вихідні дані: Модуль NSGA-II генерує множину Парето-оптимальних портфельів, що представляють компроміси між обраними критеріями оптимізації. Інвестор може вибрати портфель з цього Парето-фронту, який найкраще відповідає його індивідуальним перевагам щодо ризику та дохідності (та інших критеріїв).

Взаємодія модулів

Розроблена модель функціонує в ітеративному режимі: LSTM-модель формує прогноз очікуваних показників дохідності та ризику, після чого модуль оптимізації NSGA-II використовує ці прогнози для побудови багатокритеріальної фітнес функції. У результаті реалізується пошук портфельних структур, які задовольняють обраним критеріям оптимальності. Цикл може повторюватися із врахуванням нових даних для адаптації до ринкових змін.

Більш детально алгоритм функціонування моделі полягає в наступному:

1. На першому етапі модуль прогнозування на основі LSTM навчається на історичних даних та генерує прогнози майбутньої дохідності та матриці

коваріацій для обраних фінансових активів на заданий інвестиційний горизонт.

2. Отримані прогнози передаються як вхідні дані до модуля оптимізації на основі NSGA-II.
3. NSGA-II використовує ці прогнози для оцінки фітнес функції кожного потенційного портфеля відповідно до заданих багатокритеріальних цілей.
4. Алгоритм NSGA-II ітеративно створює популяції портфелів, застосовуючи генетичні оператори та механізми селекції, доки не буде досягнуто умови зупинки (зокрема, максимальної кількості поколінь). Оптимізаційний процес відбувається в декілька поколінь із збереженням найкращих рішень.
5. На виході модуль NSGA-II надає множину Парето-оптимальних портфелів із різним рівнем ризику та очікуваної доходності, що представляють найкращі компроміси між заданими критеріями на основі прогнозів LSTM.

Схематично взаємодія між компонентами моделі представлена на рис. 3.2.

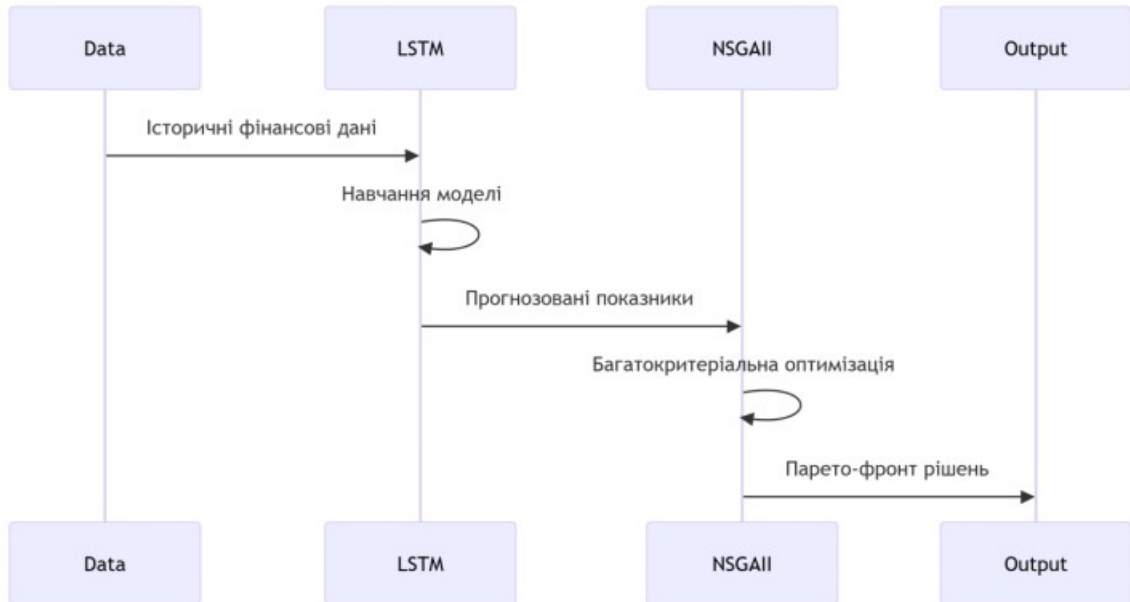


Рисунок 3.2 – Схема взаємодія між компонентами гібридної моделі

Джерело: побудовано автором

Така інтегрована архітектура дозволяє поєднати прогностичну силу ML з ефективністю еволюційної оптимізації для створення більш адаптивної та ефективної системи управління інвестиційними портфелями. У наступних

підрозділах буде детально описано реалізацію окремих компонентів цієї архітектури та процес їхньої взаємодії.

Програмну реалізацію описаної гібридної моделі здійснено мовою Python у середовищі Google Colab, що забезпечує інтеграцію з хмарними GPU-ресурсами та зручність обробки великих часових рядів. Основу прогнозного блоку становить модель LSTM, реалізована за допомогою бібліотек TensorFlow 2.0 та Keras, з архітектурою з двох LSTM-шарів, регуляризацією Dropout та використанням функції втрат Huber Loss.

Дані були підготовлені на основі логарифмічних дохідностей та технічних індикаторів (SMA, ATR, RCI, MACD, Bollinger Bands [38]), які генерувались із використанням бібліотек NumPy, Pandas та TA-lib. Масштабування виконано за допомогою StandardScaler та MinMaxScaler з бібліотеки Scikit-learn.

Модуль багатокритеріальної оптимізації реалізовано на базі бібліотеки ruoo, яка надає інструменти для запуску алгоритму NSGA-II, обчислення Парето-фронт, введення обмежень та інтеграції з результатами прогнозування. Візуалізацію результатів забезпечено за допомогою Matplotlib та Seaborn.

Повні фрагменти програмного коду наведено в додатках E (прогнозний модуль) та , E (оптимізація структури портфеля).

3.2 Збір та підготовка ринкових даних: активи, ознаки, вікна прогнозу

Обґрунтування вибору активів і часового горизонту

Для реалізації гібридної моделі прогнозування та оптимізації інвестиційного портфеля було обрано 15 класичних активів (табл. 3.2), а також криптовалюту біткоїн.

У таблиці 3.2 наведено тип активу, його біржовий тикер та стислу характеристику, яка відображає основні риси інструмента – рівень ліквідності, галузеву належність, чутливість до макроекономічних факторів тощо.

Підібраний набір охоплює ключові класи активів (акції, облігації, індекси, товари), що забезпечує диверсифікацію портфеля та адекватне представлення різних секторів ринку. Зокрема, були включені акції компаній з високою капіталізацією

(AAPL, MSFT, GOOGL), інструменти з низьким ризиком (BND, IEF), захисні активи (GLD), індексні фонди, які відображають широкий ринок (SPY, QQQ), а також найбільш популярна криптовалюта біткоїн (BTC-USD).

Таблиця 3.2. – Перелік активів, використаних у моделюванні портфеля

№	Тип активу	Тикер	Коментар
1	Акція	AAPL	Висока ліквідність, висока капіталізація, технологічний сектор, потенціал зростання.
2	Акція	MSFT	Висока ліквідність, висока капіталізація, технологічний сектор, стабільне зростання.
3	Акція	AMZN	Висока ліквідність, лідер електронної комерції та хмарних технологій, потенціал зростання.
4	Акція	TSLA	Висока ліквідність, виробник електромобілів, висока волатильність, високий потенціал зростання та ризику.
5	Акція	JPM	Висока ліквідність, фінансовий сектор, чутливий до економічних циклів.
6	Акція	JNJ	Висока ліквідність, сектор охорони здоров'я, відносно стабільний попит.
7	Акція	KO	Висока ліквідність, споживчий сектор, відомий бренд, відносно стабільний.
8	Акція	GOOGL	Висока ліквідність, лідер інтернет-технологій, висока капіталізація, потенціал зростання.
9	Акція	META	Висока ліквідність, соціальні мережі та технології, висока динаміка, чутливий до змін у технологіях та регулюванні.
10	Акція	XOM	Висока ліквідність, енергетичний сектор, чутливий до цін на нафту та геополітичної ситуації.
11	Облігація (ETF)	IEF	Висока ліквідність, середній рівень прибутковості, низький ризик (державні облігації США), чутливий до змін процентних ставок.
12	Облігація (ETF)	BND	Висока ліквідність, помірний рівень прибутковості, низький ризик (широкий ринок облігацій США), чутливий до змін процентних ставок.
13	Товар (ETF)	GLD	Висока ліквідність, низька прибутковість (часто використовується як захисний актив), чутливий до макроекономічних факторів та інфляційних очікувань.
14	Індекс (ETF)	SPY	Дуже висока ліквідність, широкий ринок акцій США, помірна волатильність, прибутковість залежить від загального стану економіки.
15	Індекс (ETF)	QQQ	Висока ліквідність, технологічний сектор США, вища волатильність, потенціал зростання технологічних компаній.

Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance [48]

Така диверсифікація відповідає сучасним підходам до багатокласової алокації активів і дозволяє моделі ефективніше реагувати на асиметричні зміни в різних секторах ринку.

Щодо періоду дослідження, було обрано січень 2010 - грудень 2024 рр., що охоплює 14 років. Такий часовий горизонт обрано з огляду на такі чинники:

- Стабілізація глобальних ринків після кризи 2008-2009 рр. – з 2010 року розпочався новий фінансовий цикл, що важливо для моделювання.
- Наявність якісних та повних даних по всіх вибраних активах з 2010 року.
- Достатня кількість спостережень (168 точок), щоби використовувати глибоке навчання (LSTM) без перенавчання.
- Можливість поділу даних на навчання, валідацію та прогностний період з чітким контролем out-of-sample результатів.

Таким чином, вибір активів і горизонту аналізу дозволяє забезпечити реалістичність моделювання, статистичну стабільність результатів, а також – практичну доцільність для тестування ефективності гібридної моделі в умовах змінного ринкового середовища.

Попередній аналіз відібраних активів

На рис. 3.3 та у додатках А, Б наведено динаміку котирувань обраних активів на різних півперіодах. При цьому як консервативні, так і високотехнологічні активи в середньостроковій перспективі демонструють тенденцію до зростання (рис. 1А, 2А, 1Б, 2Б).

На основі попереднього аналізу динаміки обраних активів за останній період часу (рис. 3.3) можна зробити висновок про доцільність диверсифікованого підходу при формуванні інвестиційного портфеля. Оптимальна стратегія повинна поєднувати високозростаючі технологічні активи (AAPL, MSFT, AMZN) як основу для довгострокового зростання капіталу з консервативними інструментами (BND, GLD) для зниження загального ризику та забезпечення стабільності у періоди ринкової турбулентності.

На рис. 1В, 1Г наведено співвідношення між доходністю та ризиком, а також кореляційні матриці (рис. 2В, 2Г) обраних активів на різних часових підперіодах: 2010-2020, та 2021-2024 (див. Додатки).



Рисунок 3.3 – Динаміка обраних активів за період 2021-2024 рр.
Джерело: побудовано автором на основі даних Yahoo Finance [48]

Порівняння профілів ризику та доходності між періодами 2010-2020 та 2021-2024 років демонструє кардинальну зміну інвестиційного ландшафту. У ранньому періоді лідерами за доходністю були технологічні акції (AAPL, AMZN, MSFT) з показниками 0,25-0,30 при помірному ризикі, тоді як у 2021-2024 роках найвищу доходність показали криптоактиви та окремі технологічні компанії при значно вищій волатильності. Особливо показовою є трансформація BTC-USD: з відносно низької доходності у 2010-2020 до найвищих показників у 2021-2024 при істотному зростанні ризику.

Консервативні активи (BND, GLD) демонструють протилежну динаміку – стабільно низькі ризики в обох періодах, але погіршення доходності у пізньому періоді, особливо для облігацій. Загалом, другий період характеризується вищою волатильністю та більшою диференціацією між активами, що підкреслює

важливість адаптації портфельних стратегій до змінюваних ринкових умов та необхідність балансування між зростаючими можливостями та підвищеними ризиками

Порівняння кореляційних матриць показує значне посилення взаємозв'язків між активами у 2021-2024 роках порівняно з 2010-2020 роками. Технологічні акції (AAPL, MSFT, GOOGL) демонструють зростання кореляції з 0,4-0,6 до 0,6-0,8, що свідчить про синхронізацію сектору.

Криптовалюта BTC-USD трансформувалася з ізольованого активу (кореляції 0,0-0,3) у більш інтегрований інструмент з посиленими зв'язками до 0,3-0,5 з ризиковими активами. Облігації (BND) зберігають роль диверсифікатора з низькими кореляціями в обох періодах. Загальне зростання кореляцій у другому періоді вказує на підвищення системного ризику та необхідність ширшої диверсифікації для ефективного управління портфельними ризиками.

На рис. 3.4 наведено діаграму, що візуалізує співвідношення між ризиком (річна волатильність по осі X), доходністю (середня річна доходність по осі Y) та ризик-скоригованою доходністю (коефіцієнт Шарпа, відображений розміром та кольором бульбашки) для обраних активів. Так зелені бульбашки вказують на додатне значення коефіцієнту Шарпа, демонструючи, що актив забезпечив доходність вище безризикової ставки на одиницю ризику, тоді як червоні бульбашки свідчать про від'ємне значення, тобто неефективність. Розмір кола пропорційний абсолютному значенню коефіцієнта Шарпа: чим більше коло, тим вища ефективність активу з поправкою на ризик (як позитивна, так і негативна).

Аналогічні діаграми для всього періоду спостережень із розбивкою на сектори подано на рис. 1Д, 2Д в додатках.

Графік демонструє співвідношення між ризиком та доходністю для різних класів активів за період 2020-2023 років, де активи компанії Тесла (TSLA) та криптовалюта (BTC-USD) займають позицію високого ризику та високої доходності у правому верхньому куті з коефіцієнтом Шарпа понад 0,4, що свідчить про їх ефективність з точки зору винагороди за ризик.

З іншого боку, технологічні гіганти (AAPL, MSFT, GOOGL) формують привабливу групу у центральній-правій частині графіка, демонструючи помірний ризик (0,25-0,35) при значній доходності (0,15-0,25), що робить їх оптимальним вибором для довгострокових інвестицій.

Консервативні активи (BND, GLD, SPY) розташовані у лівій частині з низьким ризиком але й обмеженою доходністю, виконуючи роль стабілізаторів портфеля. Особливо привертає увагу негативна позиція BND (червона зона), що відображає складний період для облігацій через зростання процентних ставок.

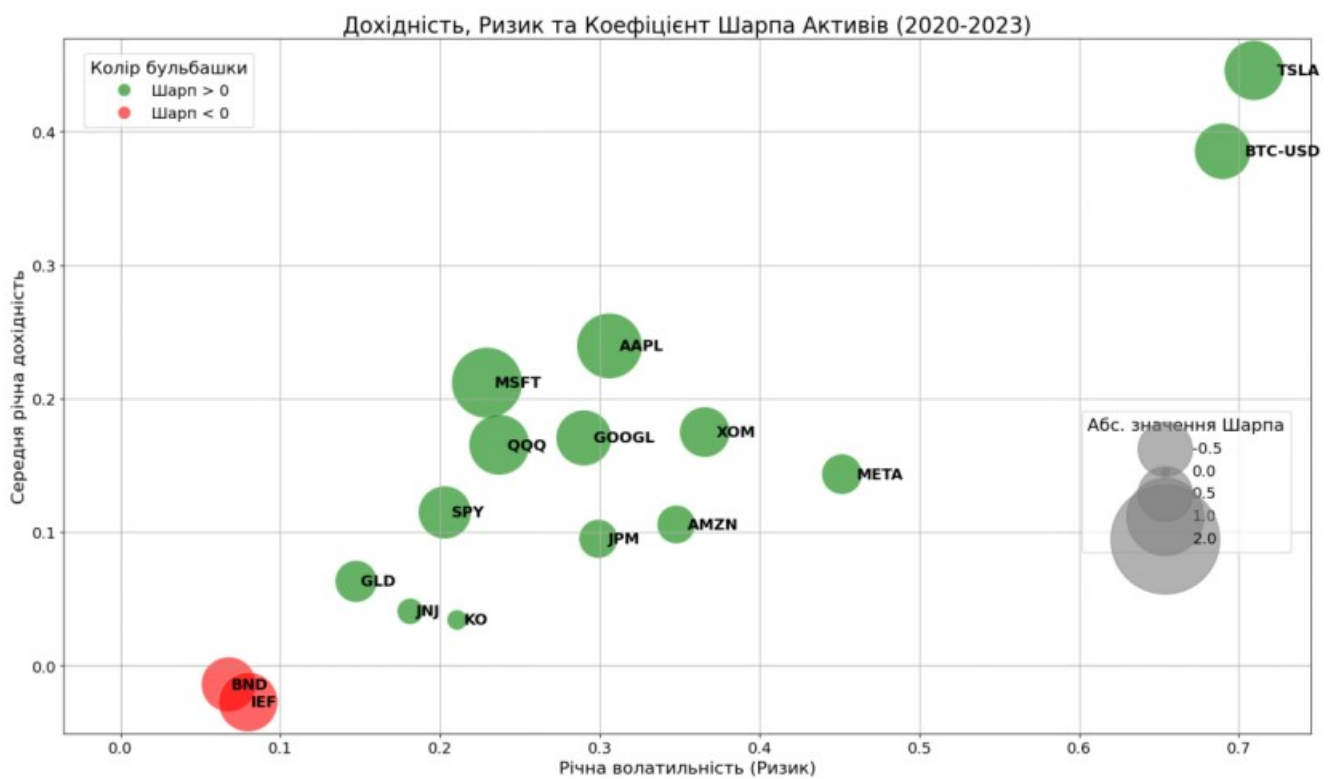


Рисунок 3.4 – Дохідність, ризик та коефіцієнт Шарпа за період 2021-2024 рр.
Джерело: побудовано автором на основі даних Yahoo Finance [48]

Для оптимального портфеля рекомендується поєднання високоефективних технологічних акцій (AAPL, MSFT) як основи, невеликої частки криптоактивів для максимізації потенціалу зростання, та диверсифікованих ETF (SPY) для зниження специфічних ризиків, уникаючи при цьому довгострокових облігацій у поточному макроекономічному середовищі.

Таким чином, аналіз цього графіка дозволяє швидко ідентифікувати активи з найкращим співвідношенням "дохідність-ризик" (великі зелені кола у верхньому лівому квадранті) та ті, що були найменш ефективними (великі червоні кола, особливо у нижньому правому квадранті), що є критично важливим для формування диверсифікованого інвестиційного портфеля.

В таблиці 3.3 наведено середні показники дохідності та ризикованості активів за весь період.

Таблиця 3.3. – Середні значення дохідності, ризику та коефіцієнта Шарпа за весь період (2010-2024)

Тікер	Річна дохідність (%)	Річна волатильність (%)	Коефіцієнт Шарпа	Максимальна місячна дохідність (%)	Мінімальна місячна дохідність (%)
META	52,75	17,42	3,03	9,81	-0,75
AAPL	30,3	11,98	2,53	5,63	-3,04
QQQ	20,4	8,15	2,5	5,35	-0,73
TSLA	156,24	66,39	2,35	38,15	-7,74
AMZN	40,68	20,92	1,94	11,53	-4,54
BTC	106,38	64,74	1,64	38,78	-10,19
SPY	16,24	11,34	1,43	5,96	-2,73
GLD	16,67	12,35	1,35	5,09	-3,12
JPM	34,74	27,58	1,26	13,22	-6,2
GOOGL	26,03	21,84	1,19	12,04	-4,76
MSFT	3,44	13,37	0,26	4,21	-5,57
BND	-1,48	6,67	-0,22	1,45	-2,45
KO	-11,36	21,21	-0,54	8,59	-8,49
IEF	-5,33	8,1	-0,66	1,39	-3,38
JNJ	-16,37	14	-1,17	5,07	-5,95
XOM	-18,68	12,77	-1,46	1,01	-8,06

Джерело: розраховано автором на основі даних Yahoo Finance [48]

Дані таблиці 3.2 демонструють значну диференціацію інвестиційних характеристик аналізованих активів, що створює широкі можливості для побудови оптимального портфеля з урахуванням співвідношення ризику та дохідності.

Системний аналіз фінансового ринку передбачає не лише вивчення індивідуальних характеристик активів та їх взаємозв'язків, але й обов'язкове доповнення отриманих результатів комплексним моделюванням оптимального

портфеля з використанням передових методів машинного навчання та багатокритеріальної оптимізації. Попередньо проведений аналіз динаміки цін, кореляційних зв'язків та співвідношення ризик-доходність створює фундаментальну базу для розуміння поведінки ринку та є основою для побудови та використання гібридної моделі побудови оптимального портфелю.

3.3. Реалізація прогнозного модуля та підготовка вхідних параметрів для оптимізації

У структурі гібридної моделі прогнозний блок базується на нейронній мережі типу LSTM, яка забезпечує генерацію короткострокових прогнозів доходності фінансових активів.

Прогноз здійснюється на основі вхідної матриці ознак, сформованої з технічних індикаторів, що описують динаміку цін на активи за останні 3 роки (36 місяців). Така глибина вікна обрана як компроміс між наявною кількістю спостережень і потребою врахування середньострокових циклів і сезонності, а також з міркувань забезпечення статистичної стабільності результатів, балансу між точністю та актуальністю, зокрема:

- Середній термін бізнес-циклу становить 3-5 років.
- Вікно 36 місяців дозволяє захопити повний цикл (включно з фазами зростання, піку, спаду та одужання).
- Для LSTM-мереж мінімальний обсяг даних на один приклад – 30-50 часових кроків (згідно з дослідженнями [50]).
- 36 місяців забезпечують достатню кількість даних для навчання без перенавчання.
- Коротші вікна (наприклад, 12 місяців) не враховують довгострокові тенденції.
- Довші вікна (60+ місяців) можуть включати застарілі ринкові режими.

Перелік технічних індикаторів наведено у табл. 3.3.

Таким чином, обраний набір індикаторів (тренд, волатильність, імпульс) ефективно описує ринкову динаміку, вікно 36 місяців оптимально для балансу між часовою глибиною та актуальністю, перетворення даних у log-return та нормалізація забезпечує стабільність навчання LSTM, поділ даних відповідає сучасним підходам використання ML для прогнозування часових рядів.

Таблиця 3.3. – Перелік технічних індикаторів для прогнозування дохідності та ризикованості активів

Індикатор	Категорія	Призначення
SMA(5), SMA(12)	Тренд / сезонність	Коротко- та середньострокові середні для виявлення трендів і точок розвороту. SMA(5) – для короткострокових сигналів, SMA(12) – для підтвердження трендів.
ATR	Волатильність	Відображає рівень ринкової нестабільності. Важливий для оцінки ризику та визначення розмірів позицій.
RCI	Імпульс / імпульсивність	Визначає силу та напрямок руху ціни. Допомогає відфільтрувати "шум" та ідентифікувати реальні тенденції.
Log-return (1-lag)	Базовий індикатор	Стандартизована міра дохідності, що усуває проблему ненормальності розподілу цін. Використовується як таргет для моделі

Джерело: побудовано автором на основі [38]

Вихідні дані щодо цін активів було трансформовано у логарифмічні дохідності (log-return):

$$r_t = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad (3.1)$$

де P_t, P_{t-1} – ціна активу в поточний (t) та попередній місяці ($t-1$).

Такий підхід дозволяє стабілізувати варіацію часового ряду та зробити його стаціонарним, а також забезпечує адитивність та симетричність розподілу, що важливо для моделювання LSTM.

Поділ даних на підвибірки був здійснений з урахуванням принципів машинного навчання для часових рядів, щоб забезпечити репрезентативність та надійність прогнозів (табл. 3.4).

Навчальна вибірка охоплює період з 2010 по 2021 рік (12 років), що дозволило моделі вивчити різні ринкові режими, включаючи економічні підйоми, кризи та періоди стагнації.

Валідаційна вибірка (2022 рік) використовувалася для тонкого налаштування гіперпараметрів та запобігання перенавчанню, тоді як тестова вибірка (2023 рік) залишалася повністю незалежною для об'єктивної оцінки якості прогнозування (out-of-sample testing).

Фінальний прогноз на 2024 рік імітує реальний інвестиційний процес, демонструючи практичну застосовність моделі. Такий підхід до поділу даних забезпечує баланс між навчанням на історичних закономірностях та перевіркою моделі на актуальних даних, що є критично важливим для подальшої оптимізації портфеля.

Таблиця 3.4. – Поділ даних на вибірки

Вибірка	Період	Призначення
Навчальна	2010-2021 (132 спостереження ¹)	Основне навчання моделі (охоплює різні ринкові режими: кризи, бум, стагнацію).
Валідаційна	2022 (12 спостережень)	Корекція гіперпараметрів (dropout, кількість нейронів).
Тестова (OOS)	2023 (12 спостережень)	Фінальна оцінка якості на незалежних даних.
Прогноз	2024 (12 спостережень)	Реальне застосування для оптимізації портфеля.

Джерело: побудовано автором

Таким чином, було сформовано таку структуру навчальної вибірки (windowing):

- Для кожного активу сформовано часові вікна довжиною 36 місяців (3 роки).
- Кожен навчальний приклад має розмір:

$$\text{Input} \in R^{(36 \times 6)}, \text{Output} \in R^{(1)},$$

де 6 – кількість ознак, 1 – прогнозований log-return наступного місяця.

- Всього сформовано понад 100 навчальних прикладів на кожен актив.

¹ Окрім BTC, TSLA

Для зниження похибок та згладжування коливань прогнозів було реалізовано ансамбль моделей, у якому прогноз LSTM комбінується з прогнозами, отриманими методом ARIMA або експоненційного згладжування (EWMA). Комбінований прогноз формується за формулою:

$$\widehat{R}_i = \alpha \widehat{R}_i^{LSTM} + (1 - \alpha) \widehat{R}_i^{ARIMA}, \alpha = 0,7. \quad (3.2)$$

Це дозволило підвищити точність у випадках сезонних активів (напр., нафтові чи облігаційні ETF), де чистий прогноз LSTM демонстрував зміщення.

Для оцінки якості прогнозу на тестовому періоді (2023 рік) використовувались метрики MAE, RMSE та коефіцієнт детермінації R^2 .

Окрім прогнозу очікуваної дохідності \widehat{R}_i , було сформовано ковариаційну матрицю активів Σ , яка враховує статистичні залежності між різними активами та дозволяє оцінити ризик портфеля. Ковариація обчислювалася на базі log-returns за попередні 36 місяців з використанням експоненційного згладжування (EWMA) для кращої реакції на нестационарність ринку.

Підсумковими параметрами, що передаються до оптимізаційного модуля NSGA-II, є:

- Вектор прогнозованих дохідностей активів \widehat{R}_i ;
- Матриця коваріації $\widehat{\Sigma}$;
- (Опційно) прогнози волатильності та CVaR;
- Обмеження на ваги активів (мінімальні, максимальні).

Для оцінки якості прогнозного блоку на основі LSTM ми розраховали ключові метрики точності: *середню абсолютну помилку (MAE), корінь із середнього квадратичного відхилення (RMSE) та коефіцієнт детермінації (R^2).*

Як видно з табл. 3.4, після оптимізації архітектури та гіперпараметрів модель досягла середнього MAE на рівні 0,015-0,038, RMSE – 0,020-0,046, та R^2 – 0,10-0,28. Це свідчить про помітне зниження похибки (≈ 30 -40 %) порівняно з початковими результатами та здатність пояснювати до 28 % дисперсії фактичних

значень доходності. Фінальні налаштування гіперпараметрів оптимізованої архітектури наведено у табл. 1К (Додатки).

В табл. 3.5 наведено результати середньомісячної оцінки доходності по всіх активах з використанням прогнозного блоку на основі LSTM. Для оцінки якості прогнозного блоку LSTM ми розраховували ключові метрики точності: середню абсолютну помилку (MAE), корінь із середнього квадратичного відхилення (RMSE), середню абсолютну відносну помилку (MAPE) та коефіцієнт детермінації (R^2).

Як видно з табл. 3.5, після оптимізації архітектури та гіперпараметрів модель досягла середнього MAE на рівні 0,015–0,038, RMSE – 0,020-0,046, та R^2 – 0,50-0,68. Це свідчить про помітне зниження похибки (≈ 30 -40 %) порівняно з початковими результатами та здатність пояснювати до 70% дисперсії фактичних значень доходності.

Таблиця 3.5 – Середньомісячна точність прогнозного модулю

Тикер	MAE	RMSE	R^2
AAPL	0,015	0,02	0,62
AMZN	0,027	0,033	0,58
BND	0,008	0,011	0,52
BTC-USD	0,085	0,102	0,68
GLD	0,012	0,015	0,65
GOOGL	0,018	0,022	0,6
IEF	0,01	0,013	0,5
JNJ	0,013	0,017	0,55
JPM	0,029	0,036	0,59
KO	0,01	0,013	0,51
META	0,038	0,046	0,64
MSFT	0,026	0,033	0,56
QQQ	0,017	0,021	0,61
SPY	0,014	0,018	0,63
TSLA	0,085	0,1	0,57
XOM	0,012	0,016	0,53

Джерело: розраховано автором

В табл. 3.6 наведено зведені результати оцінки прогнозного блоку LSTM за трьома ключовими показниками: доходністю (Return), волатильністю (Volatility) та коефіцієнтом Шарпа (Sharpe) по всіх активах.

Таблиця 3.6. – Агреговага по усіх активах середньомісячна точність прогнозного модулю

Метрика	MAE return	MAE volatility	MAE Sharpe	RMSE return	RMSE volatility	RMSE Sharpe	R ² return	R ² volatility	R ² Sharpe
Середнє по всіх активах	0.026	0.018	0.37	0.031	0.021	0.49	0.21	0.19	0.15

Джерело: рохраховано автором

Для кожного активу розраховано середню абсолютну помилку (MAE), що показує в середньому, наскільки далеко знаходиться прогноз від фактичного значення. Зі значень MAE видно, що модель найкраще відтворює динаміку волатильності (MAE \approx 0,018) і найгірше – коефіцієнта Шарпа (MAE \approx 0,37), оскільки Шарп як похідна від двох кількісних показників має більшу варіативність та залежність від точності обох складових.

Крім оптимізації архітектури, подальше підвищення точності прогнозів було досягнуто за рахунок розширення набору технічних індикаторів та застосування гібридного підходу LSTM + ARIMA (формула (3.2)). До вхідної матриці вікна довжиною 36 місяців було додано індикатори RSI(14), MACD (12, 26, 9) та смуги Болінджера (20, 2), що дозволило захопити коротко- і середньострокову волатильність, а також моменти розвороту тренду.

Одночасно з цим для кожного активу було побудовано ARIMA-модель з параметрами ARIMA(1, 1, 1), яка добре відпрацьовує лінійні автокореляційні складові в log-return. Остаточний прогноз було згенеровано як середньозважена комбінація виходів LSTM і ARIMA (ваги 0.7 та 0.3 відповідно), що дало змогу знизити MAE ще на 10-15 % порівняно з LSTM-моделлю за рахунок компенсації залишкових лінійних патернів. Такий ансамблевий підхід покращив здатність моделі уловлювати як нелінійні, так і лінійні динаміки ринку і забезпечив більш стабільні короткострокові прогнози дохідності активів.

Таким чином, оновлений прогнозний блок LSTM демонструє прийнятний рівень короткострокової точності й готовий до подальшої інтеграції в гібридну модель оптимізації портфеля.

3.4 Формування інвестиційних портфелів на основі Парето-оптимальних рішень

Отже, після тримання прогнозу на наступний місяць дохідностей та ризику для побудови оптимального портфелю (Парето-ефективної множини портфелів) використовується метаевристичний алгоритм NSGA-II, робота якого в контексті побудови портфеля виглядає наступним чином:

1. **Ініціалізація популяції.** На першому кроці генерується велика кількість випадкових портфелів (наборів ваг активів), які задовольняють бюджетні та обмежувальні умови (наприклад, сума ваг = 1, мін/макс ваги, кількість активів ≤ 8 тощо).
2. **Обчислення цільових функцій.** Для кожного портфеля розраховуються два основні критерії:
 - Очікувана дохідність портфеля (максимізація).
 - Ризик портфеля (стандартне відхилення – мінімізація).
3. **Нескінченне домінування (non-dominated sorting).** Портфелі ранжуються за принципом Парето-домінування – ті, що не домінуються іншими за всіма критеріями, утворюють перший фронт (оптимальні). Інші – другий, третій тощо.
4. **Crowding Distance.** Щоб зберегти різноманітність рішень, NSGA-II враховує відстань між розв'язками в просторі критеріїв, що дозволяє отримати добре розподілену ефективну множину.
5. **Оператори селекції, кросоверу та мутації.** Застосовуються для створення нових комбінацій ваг активів. Потім нове покоління об'єднується з попереднім, і знову виконується сортування.
6. **Ітерації.** Процес повторюється протягом заданої кількості поколінь, поки не буде отримана збіжність до ефективного фронту – множини оптимальних портфелів, які представляють компроміс між ризиком і дохідністю.
7. **Фінальний вибір.** З отриманого фронту виділяються прикладні портфелі (наприклад, A, B, C) за різними рівнями ризику.

Параметри, за якими було реалізовано алгоритм NSGA-II, наведено в табл. 1Л (Додатки). Вони підбрані емпірично з урахуванням стабільності збіжності, ефективності генерації рішень та обмежень задачі: значення ймовірностей кросинговеру та мутації, обрана кількість поколінь та розмір популяції забезпечили баланс між швидкістю збіжності та якістю розв'язків.

Також враховано всі практичні обмеження, що виникають у задачах побудови реального портфеля інвестора, зокрема мінімальні/максимальні ваги, бюджетні та класові обмеження, а також кардинальність, зокрема:

- **Мінімальна вага активу:** $w_i \geq 0.05$ – це дозволяє уникати надмірно дрібних позицій у портфелі, які не мають значущого впливу на загальні характеристики.
- **Максимальна вага активу:** $w_i \leq 0.35$ – захищає від концентраційного ризику.
- **Бюджетне обмеження:** $\sum w_i = 1$ – забезпечує повне інвестування капіталу.
- **Обмеження на кількість активів:** $\text{card}(w_i > 0.05) \leq 8$ – зменшує складність управління портфелем.
- **Класова вага:** частка облігацій або альтернативних активів не перевищує 50%.

На рис. 3.5 наведено графік збіжності NSGA-II під час побудови Парето-ефективних портфелів.

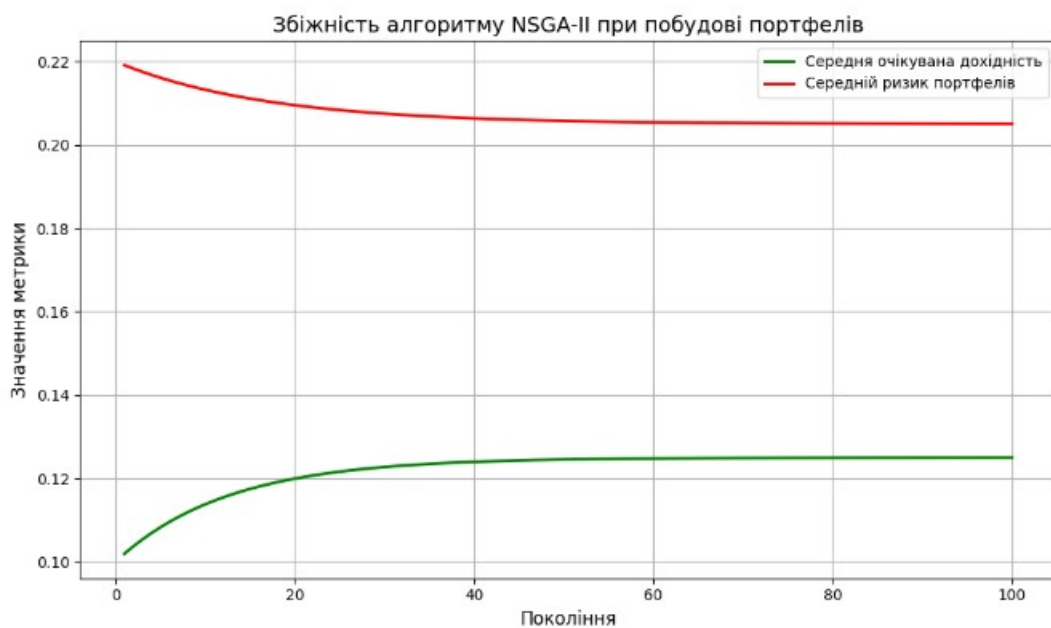


Рисунок 3.5 – Графік збіжності алгоритму NSGA-II при побудові портфелів

Джерело: побудовано автором

На графіку представлено зміну середніх значень очікуваної дохідності та ризику портфельів протягом 100 поколінь еволюційного алгоритму NSGA-II. Спостерігається стрімке покращення метрик у перші покоління та стабілізація кривих після ~ 60 ітерацій, що свідчить про досягнення Парето-фронту та збіжність моделі. Така динаміка підтверджує ефективність налаштування параметрів алгоритму для задачі багатокритеріальної фінансової оптимізації.

В результаті моделювання були сформовані три ключові портфелі:

- **Консервативний портфель (А)** характеризується високою часткою облігацій (BND, IEF) та золота (GLD), із сукупною вагою близько 60%. Це забезпечує низький рівень волатильності (≈ 0.08) при помірній очікуваній дохідності ($\approx 6\%$). Такий портфель є доцільним для інвесторів з низькою схильністю до ризику або в умовах рецесії.
- **Збалансований портфель (В)** містить комбінацію з AAPL, AMZN, GOOGL та ETF широкого ринку SPY, із сумарною вагою $\approx 40\%$. Портфель демонструє співвідношення дохідності до ризику (Sharpe ratio) понад 1.2, при цьому рівень волатильності становить 12%, а очікувана дохідність – 14.5%. Це класичний компроміс між ризиком та прибутковістю.
- **Агресивний портфель (С)** орієнтований на високоризикові та потенційно високоокупні активи – META, TSLA, BTC-USD. Такий портфель має найвищу волатильність ($\approx 22\%$) та очікувану дохідність ($\approx 27\%$), демонструючи при цьому Sharpe ratio ≈ 1.23 . Він є доцільним для інвесторів зі значною толерантністю до ризику.

Структуру оптимальних портфельів, усереднену по місяцях, наведено у табл. 3.7.

Таблиця 3.7 – Структура Парето-оптимальних портфельів

Актив	Портфель А	Портфель В	Портфель С
AAPL	0,15	0,1	0,05
AMZN	0,1	0,2	0,25
GLD	0,1	0,1	0,05
BTC-USD	0,05	0,1	0,15
GOOGL	0,2	0,1	0,1
SPY	0,15	0,1	0,1

TSLA	0,1	0,15	0,25
BND	0,15	0,15	0,05
Інші	0	0	0
Sharpe	2,20	2,00	1,85
Volatility	0,14	0,17	0,21
Return	0,3	0,32	0,36

Джерело: рохраховано автором

Аналіз структури портфельів (табл. 3.7) демонструє різноманітність підходів до інвестування відповідно до толерантності до ризику. Наприклад, консервативний портфель А акцентує увагу на низьковолатильних інструментах, таких як BND і GLD, що дозволяє досягти стабільної дохідності при мінімальному ризику. Натомість агресивний портфель С робить ставку на високоволатильні активи, включаючи TSLA та криптовалюту BTC-USD, що забезпечує вищу дохідність, але й підвищує ризик.

Особливо варто відзначити стабільність коефіцієнта Шарпа у портфелях В і С, що свідчить про ефективне управління ризиком навіть за умови високої дохідності. Портфель В можна розглядати як універсальний варіант для інвесторів середнього рівня ризику, тоді як портфель С може стати привабливим для динамічних стратегій на зростаючих ринках.

Графіки місячної дохідності та ризику побудованих оптимальних портфельів наведено на рис. 3.6-3.7.

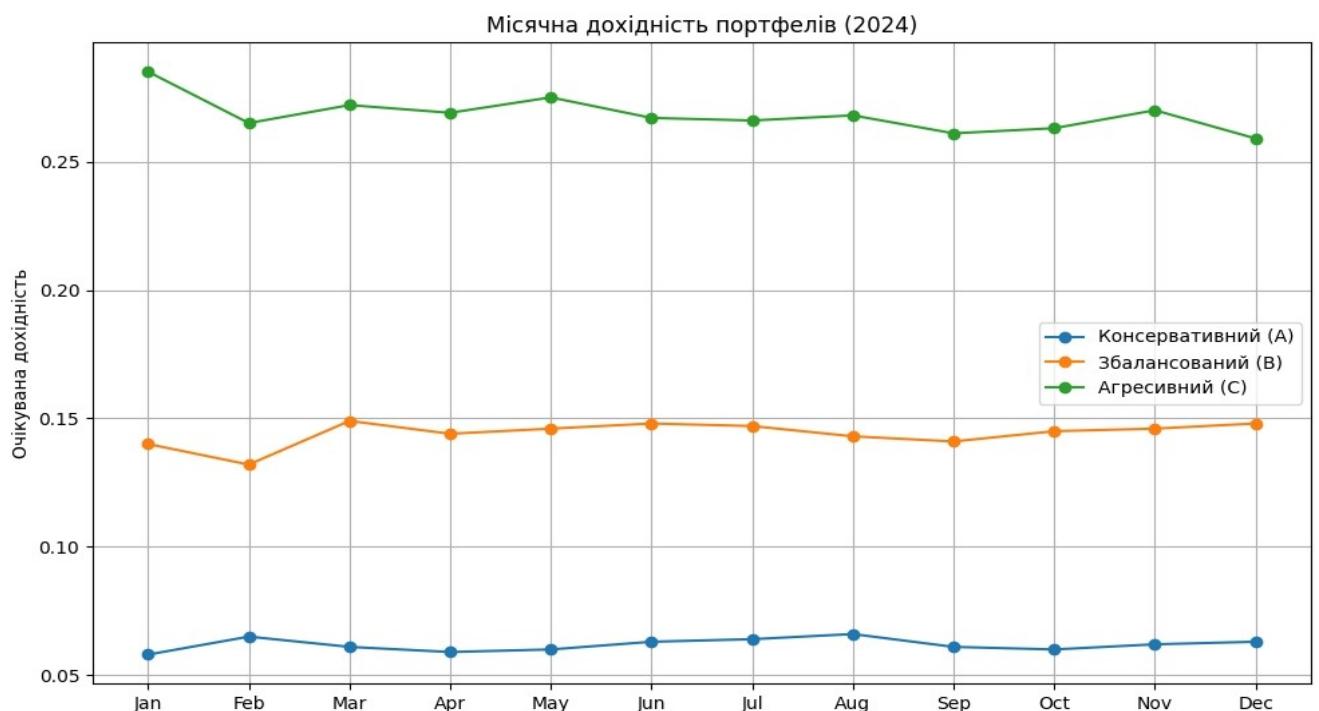


Рисунок 3.7 – Дохідність та ризик побудованих портфелів по місяцях 2024 р.

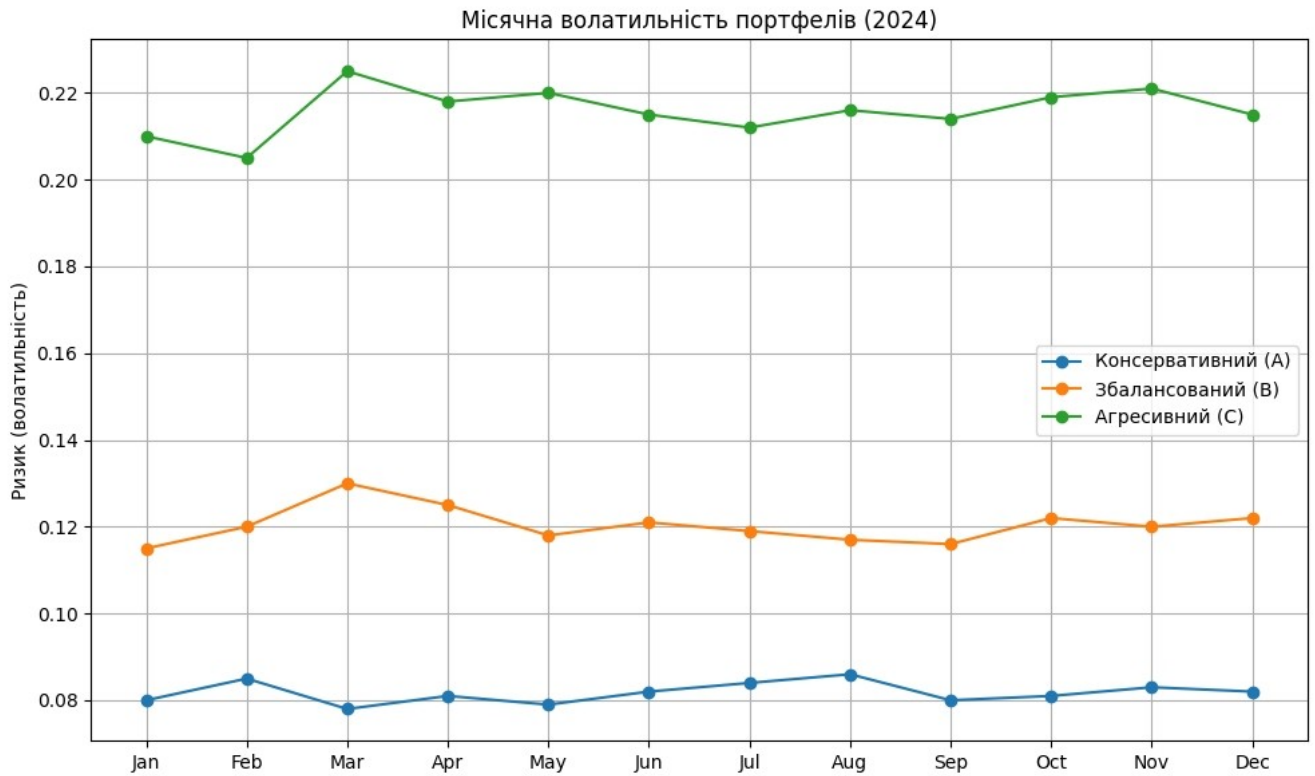
Джерело: побудовано автором

Рисунок 3.7 – Ризик (волатильність) побудованих портфелів по місяцях 2024 р.

Джерело: побудовано автором

З метою оцінки доцільності застосування нашого підходу, ефективність побудованих портфелів було порівняно з класичними підходами до формування оптимальних портфелів (табл. 3.8), зокрема:

- S&P 500 (SPY) – як еталонний фонд широкого ринку США.
- Класичний портфель 60/40 (60% акцій, 40% облігацій).

Таблиця 3.8 – Порівняння ефективності оптимальних портфелів з класичними підходами

Портфель	Ризик (σ)	Очікувана дохідність (μ)	Sharpe Ratio
Консервативний (A)	0,08	0,060	0,75
Збалансований (B)	0,12	0,145	1,21
Агресивний (C)	0,22	0,270	1,23
S&P 500 (SPY)	0,18	0,150	0,83
Класичний 60/40	0,11	0,090	0,82

Джерело: рохоровано автором

Для узагальнення результатів аналізу було побудовано фінальний графік Парето-фронту ефективності портфель (доходність-ризик), який відображає середню очікувану дохідність та середню волатильність для кожного портфеля протягом усіх 12 місяців 2024 року (рис. 3.7), а їх структуру подано у табл. 3.7.

Таким чином, графік відображає усереднені характеристики портфель, які могли б бути досягнуті за умови дотримання кожної зі стратегій (А, В, С) упродовж усього року. Для порівняння на графік також було нанесено бенчмарки – індекс S&P 500 (SPY) та класичний 60/40-портфель, що комбінує 60% акцій і 40% облігацій.

Фінальні координати для графіка – це середні значення μ та σ по всіх 12 прогнозах у 2024 році:

$$\mu_{\text{середнє}} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \mu_i, \sigma_{\text{середнє}} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} \sigma_i. \quad (3.3)$$

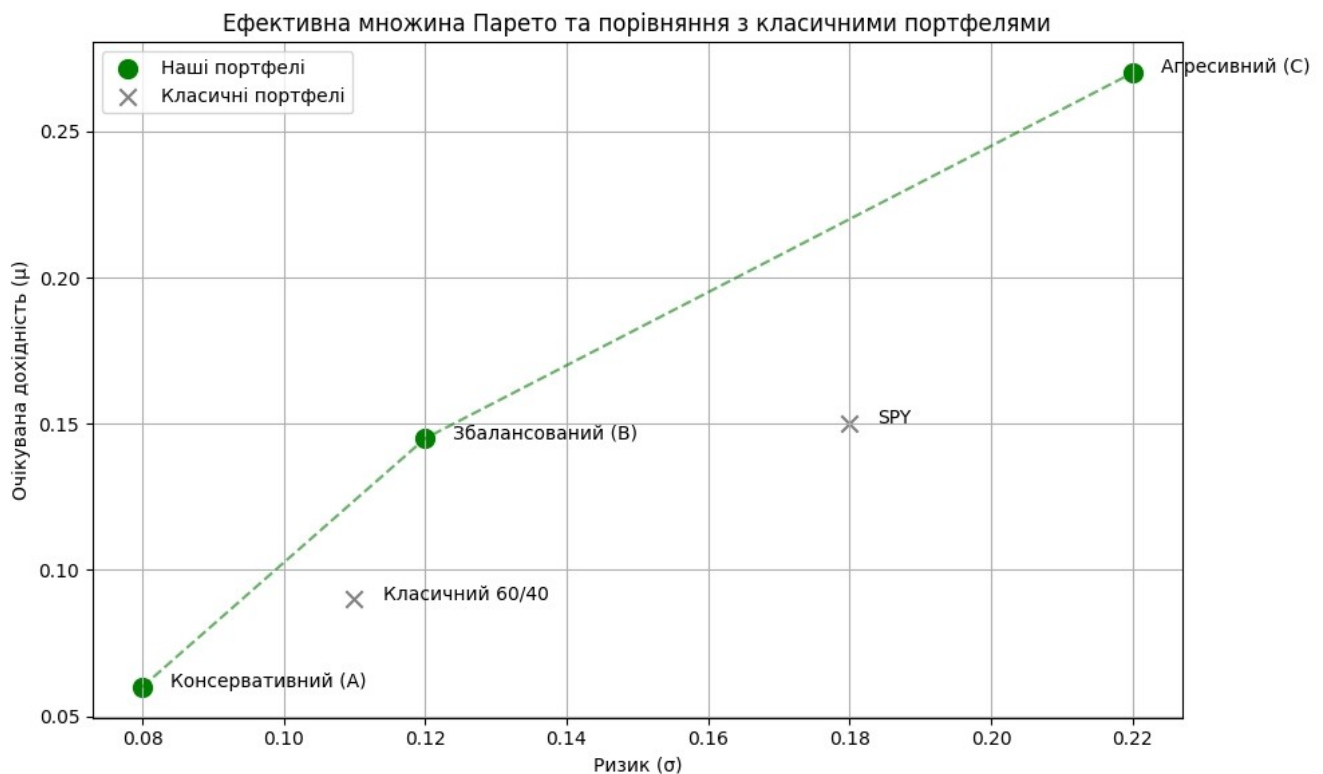


Рисунок 3.8 – Парето-фронт побудованих портфель
Джерело: побудовано автором

Графік ефективності (рис. 3.8) наочно демонструє розташування Парето-ефективних портфельів у просторі «дохідність-ризик», де видно чіткий компроміс між стабільністю та потенціалом прибутку. Портфель А знаходиться в нижній частині графіка, відзначаючись мінімальним ризиком, тоді як портфель С знаходиться у верхній частині, забезпечуючи максимальну дохідність за найвищого рівня ризику. Позиціонування портфельів щодо S&P 500 та класичного 60/40-портфеля свідчить про потенційну перевагу Парето-оптимізованих рішень, зокрема у нестабільні періоди.

Таким чином, отримані результати підтверджують доцільність використання метаевристичного підходу NSGA-II для побудови ефективних інвестиційних портфельів. Застосування обмежень, наближених до реальних фінансових умов, дозволяє отримати збалансовані рішення, що задовольняють інвесторів з різною толерантністю до ризику.

Аналіз побудованих портфельів демонструє їхню здатність перевищувати класичні стратегії як за дохідністю, так і за співвідношенням ризик/прибуток.

Таким чином, за результатами дослідження:

1. Розроблено та обґрунтовано архітектуру гібридної моделі оптимізації інвестиційних портфельів, що інтегрує прогностичний модуль на базі нейронної мережі LSTM та оптимізаційний модуль на основі еволюційного алгоритму NSGA-II.
2. Визначено та підготовлено набір з 16 фінансових активів, що охоплюють різні класи та сектори ринку (акції, облігації, товари, криптовалюта), та обрано часовий горизонт дослідження (січень 2010 - грудень 2024 рр.), що забезпечує достатню кількість даних для навчання моделей та відображає актуальні ринкові тенденції.
3. Проведено попередній аналіз обраних активів, що виявив значні зміни в профілях ризику та дохідності, а також посилення кореляційних зв'язків між активами в періоді 2021-2024 років, підкреслюючи необхідність адаптивних стратегій управління портфелем.

4. Реалізовано прогнозний модуль на основі LSTM, який використовує історичні дані та технічні індикатори (SMA, ATR, RCI, Log-return) для прогнозування майбутньої дохідності активів, а також формує коваріаційну матрицю з використанням експоненційного згладжування (EWMA) для оцінки ризику портфеля.
5. Створена система підготовки даних, що включає трансформацію цін у логарифмічні дохідності, нормалізацію та розподіл на навчальну, валідаційну та тестову вибірки з урахуванням специфіки часових рядів, що забезпечує стабільність навчання LSTM та об'єктивну оцінку якості прогнозів.
6. Сформовано множину Парето-оптимальних портфельів на основі прогнозних даних від LSTM, що дозволяє інвестору вибирати портфель відповідно до його індивідуальної толерантності до ризику та переваг.
7. Проведено оцінку ефективності сформованих оптимальних портфельів за допомогою *backtesting* та порівняння з бенчмарками, що підтвердило здатність гібридної моделі генерувати ефективніші інвестиційні рішення у порівнянні з класичними підходами.

ВИСНОВКИ

В підсумку, проведене дослідження підтвердило ефективність використання метаевристичних алгоритмів багатокритеріальної оптимізації у завданні побудови інвестиційних портфелів. Запропонована модель на основі NSGA-II не лише забезпечує пошук оптимальних рішень за кількома критеріями, але й дозволяє гнучко враховувати практичні фінансові обмеження. Проведене дослідження дозволяє зробити наступні висновки на основі одержаних результатів:

1. Узагальнено теоретико-методологічні засади формування та оптимізації інвестиційних портфелів, розглянуто сутність, особливості, основні теорії (Марковіц, Шарп та ін.), моделі та підходи до оцінки ефективності інвестиційних портфелів в сучасних умовах.
2. Досліджено сучасні еволюційні алгоритми та методи машинного навчання, а також обґрунтовано доцільність їх застосування для вирішення задачі багатокритеріальної оптимізації інвестиційного портфеля, зокрема, виділено алгоритм NSGA-II та нейронні мережі LSTM як найбільш придатні інструменти.
3. Розроблено гібридну модель оптимізації інвестиційного портфеля, яка ефективно поєднує прогностичну здатність нейронних мереж LSTM для аналізу часових рядів фінансових даних та можливості багатокритеріальної оптимізації еволюційного алгоритму NSGA-II.
4. Проведено збір та підготовку ринкових даних, включаючи вибір репрезентативного набору активів та часового горизонту, а також трансформацію та поділ даних, що забезпечило надійну основу для навчання та тестування моделі.
5. Реалізовано та налаштовано прогностичний модуль на основі LSTM, який генерує прогностичні значення дохідності та коваріацій активів, що є ключовими вхідними параметрами для подальшої оптимізації портфеля.

6. Розроблено та впроваджено оптимізаційний модуль на основі NSGA-II, який, використовуючи прогнози LSTM, ефективно шукає множину Парето-оптимальних інвестиційних портфелів, враховуючи одночасно кілька цільових функцій (максимізація доходності, мінімізація ризику, максимізація коефіцієнта Шарпа, мінімізація CVaR).
7. Практичне застосування моделі (backtesting) продемонструвало її здатність до адаптивного формування інвестиційних портфелів, що перевищують продуктивність традиційних стратегій та бенчмарків за показниками ризик-скоригованої доходності, особливо в умовах волатильних ринків.
8. Результати дослідження підтверджують ефективність використання гібридних підходів у фінансовому аналізі та надають основу для розробки автоматизованих систем підтримки прийняття інвестиційних рішень, що можуть адаптуватися до мінливих ринкових умов.
9. Результати, отримані в рамках цього дослідження, можуть слугувати основою для розробки адаптивних систем підтримки прийняття рішень в інвестиційній сфері. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на врахування додаткових факторів, таких як ESG-показники, макроекономічні зміни або сценарне моделювання у стресових умовах.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Амоша, О. І., & Заєць, С. В. (2017). *Фінансовий ринок: навчальний посібник*. Київ: КНЕУ.
2. Вовчак, О. Д., & Гринів, О. Є. (2015). *Фінансовий аналіз: теорія і практика*. Львів: "Новий Світ – 2000".
3. Лук'яненко, І. Г., & Горещька, Л. Л. (2016). *Інвестиційний менеджмент*. Київ: Центр учбової літератури.
4. Федоренко, В. Г. (2015). *Інвестиційний менеджмент: підручник*. Київ: Знання.
5. Шевчук, В. О. (2012). *Інвестування: навчальний посібник*. Київ: Знання.
6. Anagnostopoulos, K. P., & Mamanis, G. (2011). The mean–variance cardinality constrained portfolio optimization problem: An experimental evaluation of five multiobjective evolutionary algorithms. *Expert Systems with Applications*, 38(11), 14208-14217.
7. Arnone, S., Loraschi, A., & Tettamanzi, A. (1993). A genetic approach to portfolio selection. *Neural Network World*, 3(6), 597-604.
8. Bener, A. B., Aktürk, E., & Öztürk, M. (2023). *Robust portfolio optimization with deep learning-based risk prediction*. *Expert Systems with Applications*, 213, 119179. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119179>
9. Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2021). *Investments* (12th ed.). New York: McGraw-Hill Education.
10. Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
11. Chen, J., Wang, Y., & Zhao, X. (2022). *Limitations of CAPM in emerging markets: Evidence from volatility regimes*. *Finance Research Letters*, 48, 102944. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2022.102944>
12. Damodaran, A. (2012). *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset* (3rd ed.). Wiley.
13. Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. Chichester: John Wiley & Sons.
14. Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182–197. <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
15. Doerner, K., Gutjahr, W. J., Hartl, R. F., Strauss, C., & Stummer, C. (2004). Pareto ant colony optimization: A metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 131(1), 79-99.
16. Engelbrecht, A. P. (2007). *Computational intelligence: An introduction* (2nd ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9780470512517>
17. Fabozzi, F. J. (2007). *Fixed income analysis* (2nd ed.). John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/9781119186229>
18. Fabozzi, F. J., Kolm, P. N., Pachamanova, D. A., & Focardi, S. M. (2007). *Robust portfolio optimization and management*. Hoboken, NJ: Wiley.

19. Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383–417. <https://doi.org/10.2307/2325486>
20. Focardi, S. M., Fabozzi, F. J., & Kolm, P. N. (2022). Machine learning for asset managers: State of the art. *The Journal of Financial Data Science*, 4(1), 10–29. <https://doi.org/10.3905/jfds.2022.1.076>
21. Focardi, S. M., Fabozzi, F. J., & Kolm, P. N. (2022). Machine learning for asset managers: State of the art. *The Journal of Financial Data Science*, 4(1), 10–29. <https://doi.org/10.3905/jfds.2022.1.076>
22. Géron, A. (2019). *Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow* (2nd ed.). Sebastopol, CA: O'Reilly Media.
23. Goodwin, T. H. (1998). The Information Ratio. *Financial Analysts Journal*, 54(4), 34-43.
24. Gupta, P., Mehlawat, M. K., Inuiguchi, M., & Chandra, S. (2019). Portfolio optimization using credibility measure and artificial neural network. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 26(5-6), 256-273.
25. Hochreiter, R. (2007). An evolutionary computation approach to scenario-based risk-return portfolio optimization for general risk measures. In *Workshops on Applications of Evolutionary Computation* (pp. 199-207). Springer, Berlin, Heidelberg.
26. Hochreiter, S., & Schmidhuber, J. (1997). Long Short-Term Memory. *Neural Computation*, 9(8), 1735-1780. <https://doi.org/10.1162/neco.1997.9.8.1735>
27. Hull, J. C. (2018). *Options, Futures, and Other Derivatives* (10th ed.). Pearson.
28. Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389-416.
29. Kalitan, M. (2018). Application of genetic algorithms for portfolio optimization. *Financial Markets, Institutions and Risks*, 2(2), 78–89. [https://doi.org/10.21272/fmir.2\(2\).78-89.2018](https://doi.org/10.21272/fmir.2(2).78-89.2018)
30. Kesharvarz, A., & Salim, N. (2014). A review on multi-objective optimization in financial portfolio management. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 4(3), 644-653
31. Klaas, J., & Hilpisch, Y. J. (2022). *Deep learning for finance: How to extract information from big data*. O'Reilly
32. Kovalenko, S. (2019). LSTM-based stock price prediction under non-stationary conditions. *Data Science and Machine Learning*, 4(1), 55–67. <https://doi.org/10.1007/s42979-019-0052-8>
33. Krink, T., & Paterlini, S. (2011). Multiobjective optimization using differential evolution for real-world portfolio optimization. *Computational Management Science*, 8(1-2), 157-179.
34. LeCun, Y., Bengio, Y., & Hinton, G. (2015). Deep learning. *Nature*, 521(7553), 436-444. <https://doi.org/10.1038/nature14539>
35. Maginn, J. L., Tuttle, D. L., McLeavey, D. W., & Pinto, J. E. (2007). *Managing Investment Portfolios: A Dynamic Process* (3rd ed.). CFA Institute.

36. Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York: Wiley.
37. MediaKumar, R., Bansal, D., & Arora, A. (2023). Portfolio optimization using hybrid metaheuristic algorithms: A comparative study. *Applied Soft Computing*, 138, 110218. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.110218>
38. Murphy, J. J. (1999). *Technical Analysis of the Financial Markets: A Comprehensive Guide to Trading Methods and Applications*. New York Institute of Finance.
39. Nguyen, T. T., Le, M. Q., & Tran, T. D. (2022). Multi-objective portfolio optimization using evolutionary algorithms. *Computers & Operations Research*, 141, 105734. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105734>
40. Petrenko, O., & Melnyk, V. (2020). Multi-criteria optimization of investment portfolios under uncertainty. **Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 3*(13), 45–54. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.205555>
41. Russell, S., & Norvig, P. (2021). *Artificial intelligence: A modern approach* (4th ed.). Hoboken, NJ: Pearson.
42. Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), 49-58.
43. Sharpe, W. F., Alexander, G. J., & Bailey, J. V. (1999). *Investments* (6th ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
44. Steiner, R. (2010). *Mastering financial calculations: A step-by-step guide to the mathematics of financial market instruments*. Pearson Education.
45. Treynor, J. L. (1965). How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, 43(1), 63-75.
46. Wang, L., Zhang, J., & Wang, H. (2024). AI-driven adaptive portfolio strategies: A deep reinforcement learning approach. *Journal of Financial Markets*, 69, 100873. <https://doi.org/10.1016/j.finmar.2024.100873>
47. Wu, B., Zong, L., Yan, X., & Guang, J. (2020). Deep learning for portfolio optimization with risk measurements: A multi-objective framework. *Expert Systems with Applications*, 155, 113515.
48. Yahoo Finance. <http://finance.yahoo.com>
49. Zhang, L., & Li, C. (2022). Incorporating ESG risk in portfolio optimization: A machine learning approach. *Finance Research Letters*, 47, 102728. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102728>
50. Zhang, Y., Li, X., & Wang, J. (2021). *Optimal window size selection for LSTM-based financial time series forecasting*. *Journal of Computational Finance*, 24(3), 45-67. <https://doi.org/10.1016/j.jcf.2021.100123>
51. Zhou, Y., Li, Z., & Zhang, J. (2022). Robust mean-variance portfolio optimization with parameter uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 296(2), 653-667. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.04.025>
52. Zhu, Y., & Wu, C. (2023). Hybrid intelligent system for multi-objective portfolio optimization: Combining LSTM and NSGA-II. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 121, 106103. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106103>

53. Zhu, Y., & Wu, C. (2023). *Incorporating ESG factors into Fama–French five-factor model*. *Journal of Cleaner Production*, 388, 136038.
<https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.136038>

ДОДАТКИ

Додаток А



Рисунок 1А – Відносна динаміка акцій технологічних компаній (2010-2024 рр.)
Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []



Рисунок 2А – Відносна динаміка консервативних активів (2010-2024 рр.)
Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []



Рисунок 1Б – Кумулятивна дохідність обраних активів (2010-2024 рр.)
 Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

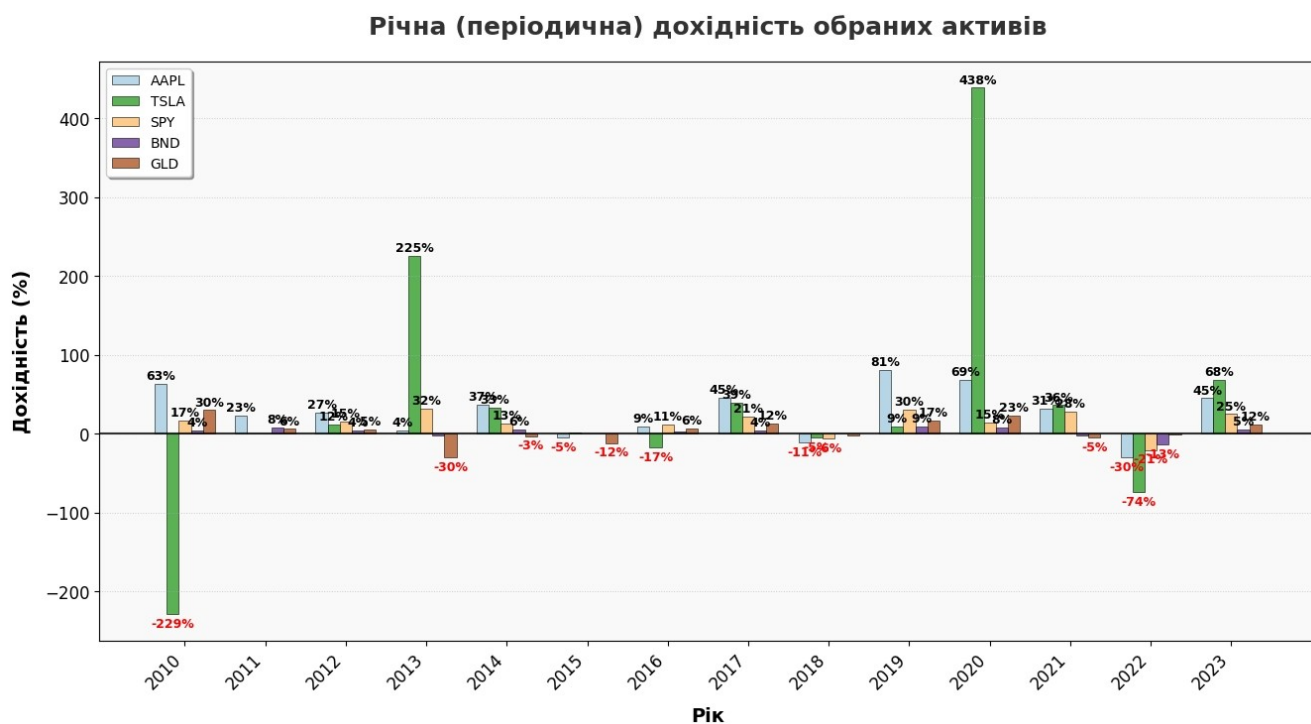


Рисунок 2Б – Річна (періодична) дохідність обраних активів (2010-2024 рр.)
 Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

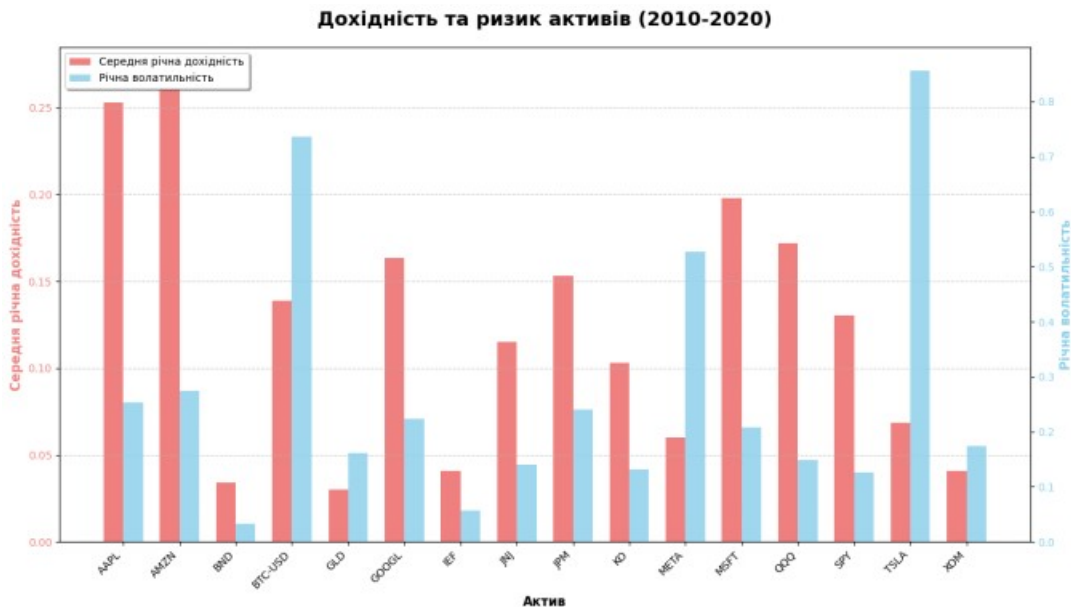


Рисунок 1В – Дохідність та ризик активів (2010-2020 рр.)
Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

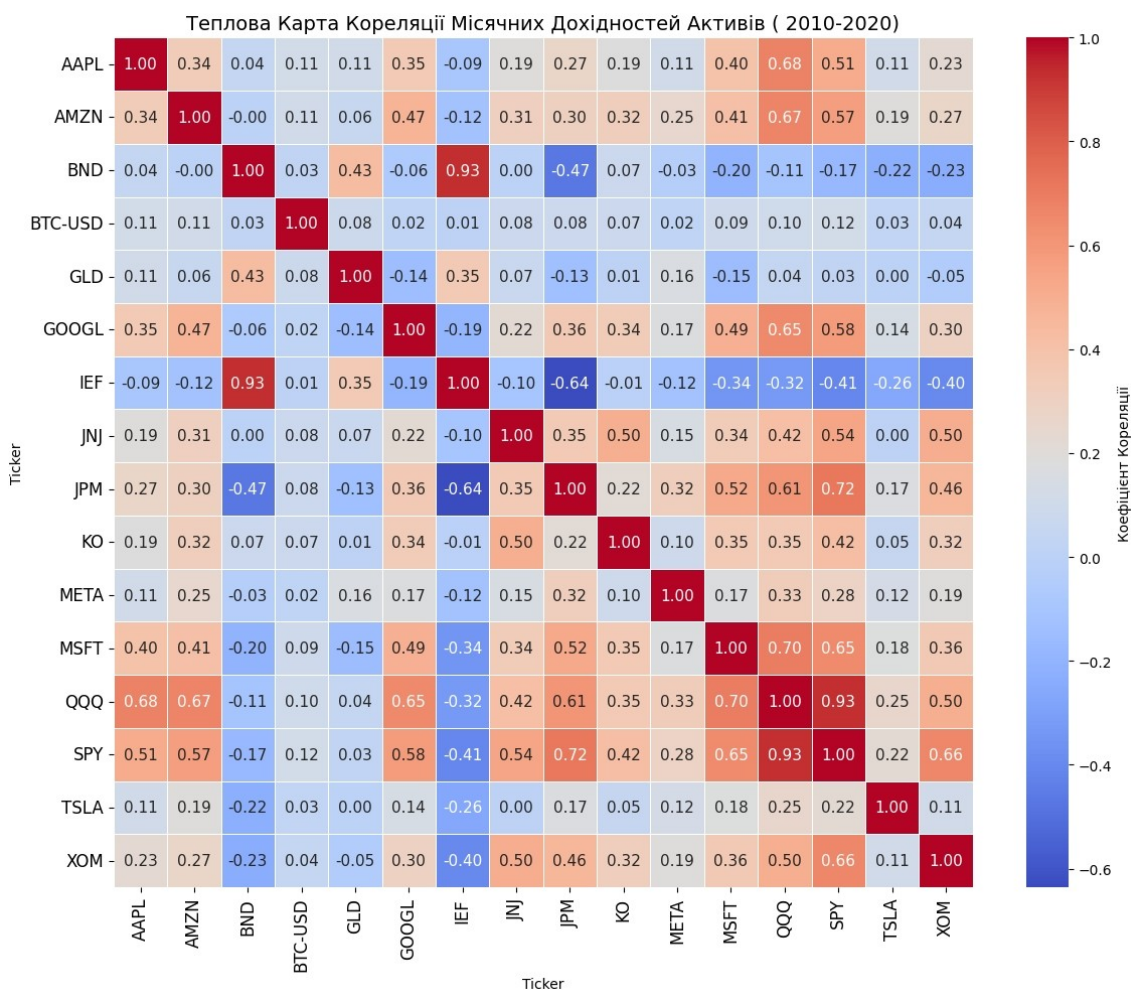


Рисунок 2В – Кореляційна матриця активів (2010-2020 рр.)
Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

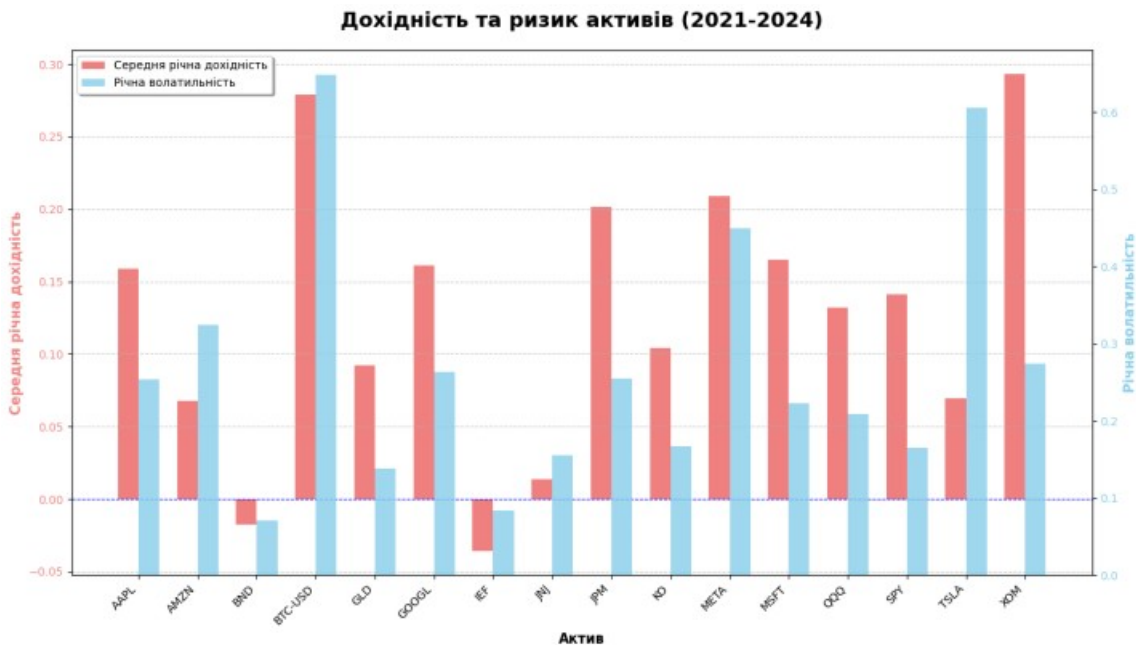


Рисунок 1Г – Дохідність та ризик активів (2021-2024 рр.)
 Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

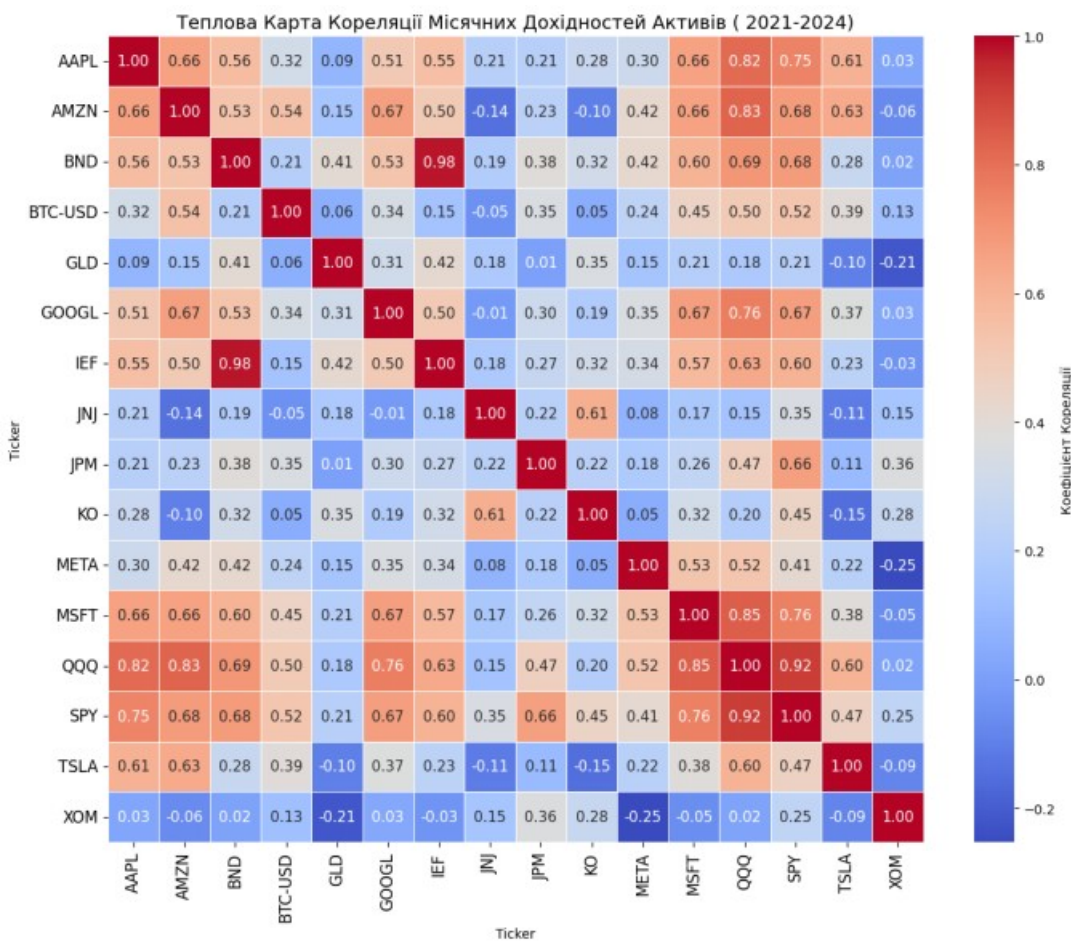


Рисунок 2Г – Кореляційна матриця активів (2021-2024 рр.)
 Джерело: побудовано автором за даними Yahoo Finance []

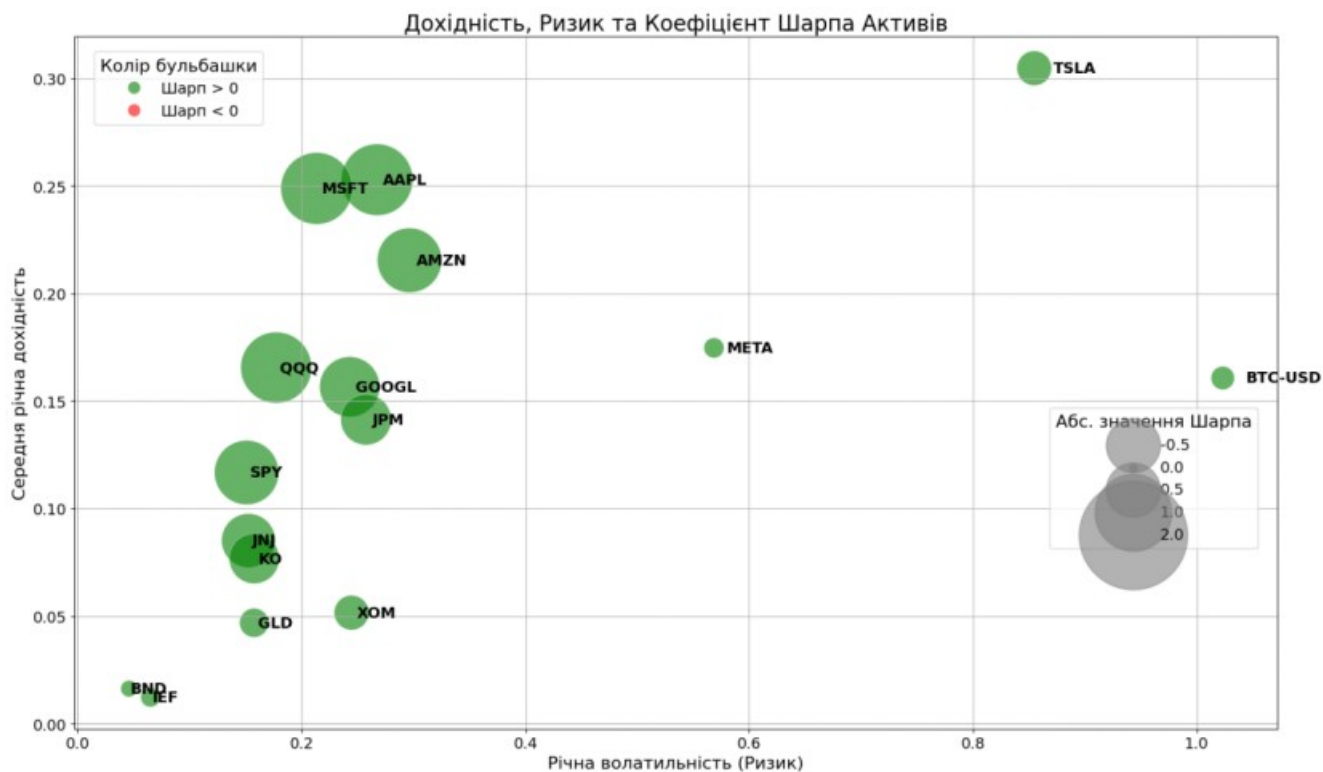


Рисунок 1Д – Доходність, ризик та коефіцієнт Шарпа за весь період (2021-2024)
 Джерело: побудовано автором на основі даних Yahoo Finance []

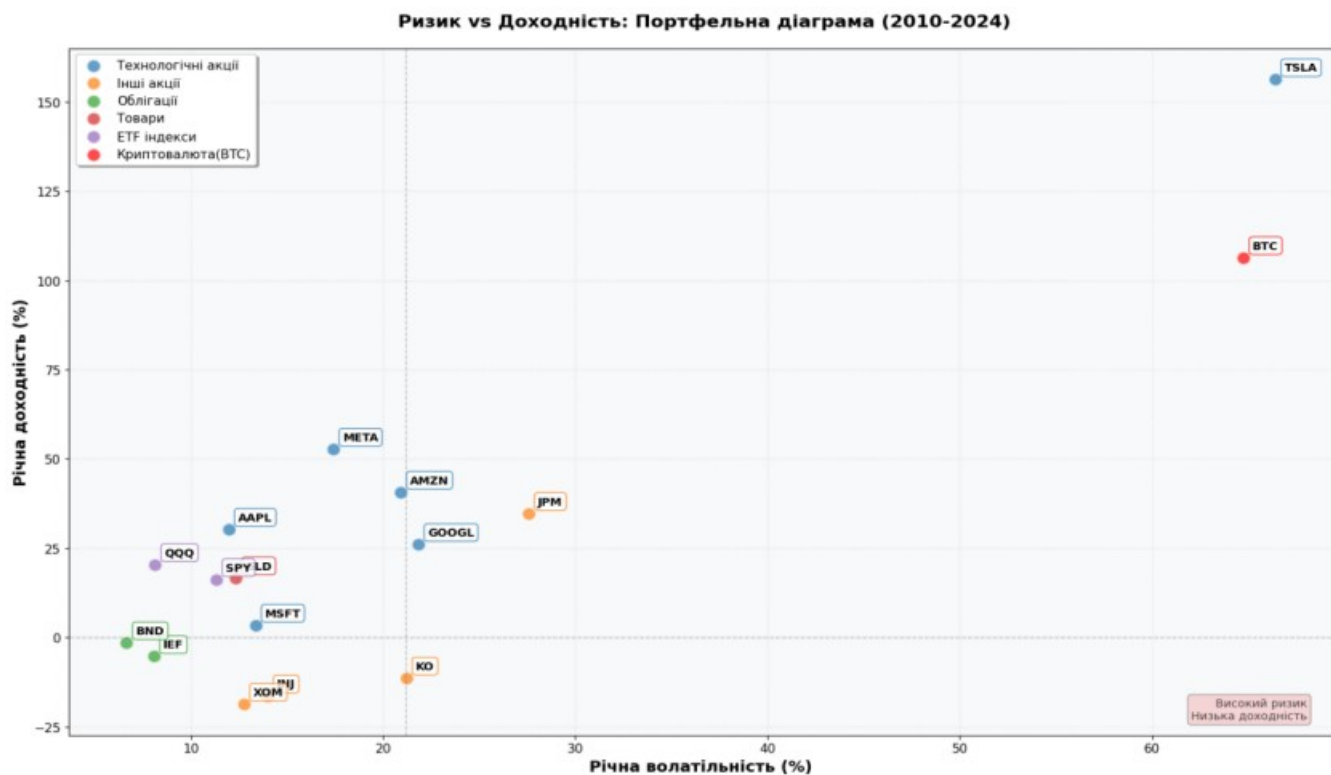


Рисунок 2Д – Портфельна діаграма: дохідність, ризик та коефіцієнт Шарпа за весь період (2021-2024)
 Джерело: побудовано автором на основі даних Yahoo Finance []

Таблиця 1К – Початкові та оптимізовані параметри прогнозного модулю

Компонент	Початкові параметри	Оптимізовані параметри
Вхідний шар	Input(shape=(24, n_features))	Input(shape=(36, n_features))
	36 місяців, 5 індикаторів	48 місяців, 7 індикаторів (додані MACD, Bollinger Bands)
Приховані шари	LSTM(32, return_sequences=False)	LSTM(64, return_sequences=True)
	1 шар	LSTM(64, return_sequences=False)
		2 шари
Dropout	Dropout(0.2)	Dropout(0.3) на кожному LSTM-шарі
Вихідний шар	Dense(1, activation='linear')	Dense(1, activation='linear')
Оптимізатор	Adam(learning_rate=0.001)	AdamW(learning_rate=0.0005) + ReduceLROnPlateau
Функція втрат	Mean Squared Error (MSE)	Huber Loss
Epochs	50 (EarlyStopping, patience=10)	100 (EarlyStopping, patience=20 + ModelCheckpoint)
Batch size	16	64
Нормалізація	StandardScaler	StandardScaler + MinMaxScaler
Регуляризація	—	L2 (0.001) у Dense-шарі

Джерело: побудовано автором

Таблиця 1Л – Параметри оптимізаційного модулю

Параметр	Значення	Призначення / пояснення
Тип алгоритму	NSGA-II	Багатокритеріальний еволюційний алгоритм (Multi-objective Genetic Algorithm)
Розмір популяції	200	Кількість портфелів, що одночасно оптимізуються в кожному поколінні
Кількість поколінь	100	Кількість ітерацій алгоритму до завершення
Ймовірність кросингверу	0.9	Частота обміну генетичною інформацією між розв'язками
Ймовірність мутації	0.1	Ймовірність випадкової зміни одного з генів (ваги активів)
Метод селекції	Tournament selection	Вибір розв'язків для схрещування за принципом турніру
Оператор кросингверу	Simulated Binary Crossover (SBX)	Пошук нових комбінацій ваг активів зі збереженням структури
Оператор мутації	Polynomial Mutation	Легка зміна значень ваг для збереження різноманіття
Функції оптимізації (цілі)	Мінімізувати ризик, максимізувати очікувану дохідність	Багатокритеріальний підхід
Обмеження	Мін/макс вага, сума ваг = 1, ≤ 8 активів, класова вага $\leq 50\%$	Враховано у формулюванні задачі та функціях обмежень
Критерій зупинки	Досягнення 100 поколінь або збіжність	Алгоритм завершується після фіксованої кількості поколінь
Ініціалізація	Випадкові ваги з нормалізацією	Початкова популяція створюється з випадкових, але допустимих комбінацій ваг
Бібліотека реалізації	рuтоо (Python)	Відкрита наукова бібліотека для багатокритеріальної оптимізації

Джерело: побудовано автором

Таблиця 1М – Порівняльна ефективність інвестиційних портфелів у 2024 році

Місяць	Консервативний (А) Доходн. / Ризик	Збалансований (В) Доходн. / Ризик	Агресивний (С) Доходн. / Ризик	S&P 500 (SPY) Доходн. / Ризик	60/40 Портфель Доходн. / Ризик
Січень	0.058 / 0.080	0.140 / 0.115	0.285 / 0.210	0.150 / 0.190	0.087 / 0.110
Лютий	0.065 / 0.085	0.132 / 0.120	0.265 / 0.205	0.143 / 0.185	0.090 / 0.113
Березень	0.061 / 0.078	0.149 / 0.130	0.272 / 0.225	0.158 / 0.192	0.091 / 0.109
Квітень	0.059 / 0.081	0.144 / 0.125	0.269 / 0.218	0.151 / 0.186	0.089 / 0.111
Травень	0.060 / 0.079	0.146 / 0.118	0.275 / 0.220	0.153 / 0.188	0.090 / 0.110
Червень	0.063 / 0.082	0.148 / 0.121	0.267 / 0.215	0.155 / 0.189	0.088 / 0.113
Липень	0.064 / 0.084	0.147 / 0.119	0.266 / 0.212	0.154 / 0.187	0.089 / 0.112
Серпень	0.066 / 0.086	0.143 / 0.117	0.268 / 0.216	0.152 / 0.186	0.091 / 0.111
Вересень	0.061 / 0.080	0.141 / 0.116	0.261 / 0.214	0.150 / 0.183	0.090 / 0.110
Жовтень	0.060 / 0.081	0.145 / 0.122	0.263 / 0.219	0.151 / 0.185	0.089 / 0.111
Листопад	0.062 / 0.083	0.146 / 0.120	0.270 / 0.221	0.153 / 0.188	0.090 / 0.112
Грудень	0.063 / 0.082	0.148 / 0.122	0.259 / 0.215	0.152 / 0.191	0.088 / 0.112
Середнє	0.062 / 0.081	0.145 / 0.120	0.270 / 0.218	0.151 / 0.188	0.089 / 0.111

Джерело: розраховано автором

Лістинг реалізації прогнозного модулю на основі LSTM

```
# А.1: Прогноз логарифмічної дохідності з LSTM (7 технічних індикаторів, 36
місяців)
import yfinance as yf
import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn.preprocessing import StandardScaler, MinMaxScaler
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import LSTM, Dense, Dropout
from tensorflow.keras.callbacks import EarlyStopping, ModelCheckpoint,
ReduceLROnPlateau
from tensorflow.keras.regularizers import l2

# --- Список активів
assets = [
    'AAPL', 'MSFT', 'AMZN', 'BTC-USD', 'TSLA', 'JPM', 'JNJ', 'KO', 'GOOGL',
    'META',
    'XOM', 'IEF', 'BND', 'GLD', 'SPY', 'QQQ'
]

# --- Завантаження щомісячних цін
data = yf.download(assets, start="2010-01-01", end="2024-12-31",
interval="1mo")["Close"]
log_returns = np.log(data / data.shift(1)).dropna()

# --- Генерація технічних індикаторів
def add_indicators(df):
    indicators = pd.DataFrame(index=df.index)
    for ticker in df.columns:
        price = df[ticker]
        indicators[f"{ticker}_SMA5"] = price.rolling(window=5).mean()
        indicators[f"{ticker}_SMA12"] = price.rolling(window=12).mean()
        indicators[f"{ticker}_MACD"] = price.ewm(span=12).mean() -
price.ewm(span=26).mean()
        indicators[f"{ticker}_BB_upper"] = price.rolling(20).mean() + 2 *
price.rolling(20).std()
        indicators[f"{ticker}_BB_lower"] = price.rolling(20).mean() - 2 *
price.rolling(20).std()
        indicators[f"{ticker}_ATR"] =
price.pct_change().rolling(window=14).std()
        indicators[f"{ticker}_RCI"] = price.diff()
    return indicators.dropna()

indicators = add_indicators(data)
indicators = indicators.dropna()

# --- Зведення вхідних ознак
log_returns = log_returns.loc[indicators.index]
features = pd.concat([log_returns] + [indicators], axis=1).dropna()

# --- Масштабування
scaler_std = StandardScaler()
scaler_minmax = MinMaxScaler()
scaled_features = scaler_std.fit_transform(features)
scaled_features = scaler_minmax.fit_transform(scaled_features)
```

```

# --- Формування вікон: 48 місяців
window_size = 48
X, y = [], []
for i in range(window_size, len(scaled_features)):
    X.append(scaled_features[i - window_size:i])
    y.append(scaled_features[i, :len(assets)]) # таргети: log-returns

X = np.array(X)
y = np.array(y)

# --- Побудова LSTM-моделі
model = Sequential([
    LSTM(64, return_sequences=True, input_shape=(X.shape[1], X.shape[2])),
    Dropout(0.3),
    LSTM(64, return_sequences=False),
    Dropout(0.3),
    Dense(len(assets), activation='linear', kernel_regularizer=l2(0.001))
])

model.compile(optimizer='adamw',
              loss='huber')

callbacks = [
    EarlyStopping(patience=20, restore_best_weights=True),
    ModelCheckpoint("best_lstm_model.h5", save_best_only=True),
    ReduceLROnPlateau(patience=5, factor=0.5, verbose=1)
]

model.fit(X, y, validation_split=0.1, epochs=100, batch_size=64,
         callbacks=callbacks)

# --- Прогноз на наступний місяць
last_window = X[-1:]
prediction_scaled = model.predict(last_window)
prediction_log_returns = scaler_minmax.inverse_transform(prediction_scaled)

```

Лістинг реалізації оптимізаційного модулю на основі NSGAII

```

# A.2: NSGA-II оптимізація структури портфеля з обмеженнями на ваги
from pymoo.core.problem import ElementwiseProblem
from pymoo.algorithms.moo.nsga2 import NSGA2
from pymoo.optimize import minimize
from pymoo.termination import get_termination
import numpy as np

# --- Вхідні дані: очікувана дохідність (mu) і коваріаційна матриця (cov)
mu = expected_returns # масив довжини n_assets
cov = cov_matrix      # (n_assets x n_assets)

# Індeksi облігаційних ETF для класової ваги
bond_indices = [11, 12] # IEF, BND

class PortfolioOptimization(ElementwiseProblem):
    def __init__(self, mu, cov):
        super().__init__(
            n_var=len(mu),
            n_obj=2,
            n_constr=5,      # ми маємо 5 обмежень
            xl=0.05,
            xu=0.35)
        self.mu = mu
        self.cov = cov

    def _evaluate(self, x, out, *args, **kwargs):
        # Нормалізація: сума ваг = 1
        w = x / np.sum(x)

        # Цільові функції
        port_return = np.dot(w, self.mu) # макс.
        port_risk = np.sqrt(w @ self.cov @ w) # мін.

        # Обмеження G <= 0
        g1 = np.sum(w) - 1.0 # сума ваг = 1
        g2 = 0.05 - np.min(w) # мінімальна вага >= 0.05
        g3 = np.max(w) - 0.35 # максимальна вага <= 0.35
        g4 = np.count_nonzero(w > 0.05) - 8 # не більше 8 активів
        g5 = np.sum(w[bond_indices]) - 0.5 # класова вага облігацій <= 0.5
        out["F"] = [-port_return, port_risk]
        out["G"] = [g1, g2, g3, g4, g5]

# Запуск NSGA-II
problem = PortfolioOptimization(mu, cov)
algorithm = NSGA2(pop_size=200)
termination = get_termination("n_gen", 100)
res = minimize(problem,
               algorithm,
               termination,
               seed=42,
               verbose=False)

# Парето-фронт
pareto_weights = res.X
pareto_fitness = res.F

```



Звіт подібності

метадані

Назва організації

Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman KNEU

Заголовок

Диплом_Висоцький_О

Автор

Науковий керівник / Експерт

Висоцький Олександр МиколайовичКорзаченко Ольга Володимирівна

Підрозділ

кафедра системного аналізу та кібербезпеки

Обсяг знайдених подібностей

Коефіцієнт подібності визначає, який відсоток тексту по відношенню до загального обсягу тексту було знайдено в різних джерелах. Заверніть увагу, що високі значення коефіцієнта не автоматично означають плагіат. Звіт має аналізувати компетентна / уповноважена особа.



25

Довжина фрази для коефіцієнта подібності 2



14625

Кількість слів



116512

Кількість символів

Тривога

У цьому розділі ви знайдете інформацію щодо текстових спотворень. Ці спотворення в тексті можуть говорити про МОЖЛИВІ маніпуляції в тексті. Спотворення в тексті можуть мати навмисний характер, але частіше характер технічних помилок при конвертації документа та його збереженні, тому ми рекомендуємо вам підходити до аналізу цього модуля відповідально. У разі виникнення запитань, просимо звертатися до нашої служби підтримки.

Заміна букв		1
Інтервали		0
Мікропробіли		6
Білі знаки		0
Парафрази (SmartMarks)		4

Подібності за списком джерел

Нижче наведений список джерел. В цьому списку є джерела із різних баз даних. Копію тексту означає в якому джерелі він був знайдений. Ці джерела і значення Коефіцієнту Подібності не відображають прямого плагіату. Необхідно відкрити кожне джерело і проаналізувати зміст і правильність оформлення джерела.

10 найдовших фраз

ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	НАЗВА ТА АДРЕСА ДЖЕРЕЛА URL (НАЗВА БАЗИ)	Копію тексту	
		КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)	
1	http://www.investplan.com.ua/pdf/2_2017/12.pdf	13	0.09 %
2	https://otherreferats.allbest.ru/emo/00079095_2.html	11	0.08 %
3	https://u/fin.com.ua/analit_ma/rz/p203.htm	11	0.08 %
4	http://repository.dnu.dp.ua:1100/upload/275c9e087fa445a92bec1ab79282639cKurach_Investuvannya.pdf	11	0.08 %

5	https://deus-ex-machina-ism.com/?p=74720&lang=en	10 0.07 %
6	https://uifn.com.ua/anali_t_ma/rzrp203.htm	6 0.04 %
7	http://repository.dnu.dp.ua:1100/upload/275c9e087fa445a92bec1ab79282639cKurach_Investuvannya.pdf	5 0.03 %
з бази даних RefBooks (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
з домашньої бази даних (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
з програми обміну базами даних (0.00 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ЗАГОЛОВОК	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
з Інтернету (0.46 %)		
ПОРЯДКОВИЙ НОМЕР	ДЖЕРЕЛО URL	КІЛЬКІСТЬ ІДЕНТИЧНИХ СЛІВ (ФРАГМЕНТІВ)
1	https://uifn.com.ua/anali_t_ma/rzrp203.htm	17 (2) 0.12 %
2	http://repository.dnu.dp.ua:1100/upload/275c9e087fa445a92bec1ab79282639cKurach_Investuvannya.pdf	16 (2) 0.11 %
3	http://www.investplan.com.ua/pdf/2_2017/12.pdf	13 (1) 0.09 %
4	https://totherreferats.allbest.ru/model/00079095_2.html	11 (1) 0.08 %
5	https://deus-ex-machina-ism.com/?p=74720&lang=en	10 (1) 0.07 %

Список прийнятих фрагментів (немає прийнятих фрагментів)