List of references

1. *Vasil'ev F.* Methods of optimization. — M.: Factorial Press, 2002. — 824 p.

2. *Simakov P., Antamoshkin A., Degterev D.* About optimizing production scheduling of discrete productions using imitating modeling // Managements Systems and Information Technology. — 2009. — № 1 (35). — P. 48–53.

3. *Stolbov V., Fedoseyev S.* Model of intellectual production management system // Management problems. — 2006. — № 5. — P. 36–39.

УДК 517.95:336.763.2

Волощук С. Д., к.ф.-м.н.,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання,
Юркевич О. М., к.е.н., доцент кафедри банківських інвестицій,
Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЩІЛЬНОСТІ АКЦІЙ В СКІНЧЕНОМУ ПРОМІЖКУ ЦІН

АНОТАЦІЯ. Розглянуто динамічну модель щільності розподілу акцій з дискретними початково-крайовими умовами. Систему початково-крайових умов перетворено до інтегрального вигляду. Побудовано функцію щільності розподілу акцій, яка є розв'язком рівняння моделі та наближено задовольняє початково-крайові умови згідно середньоквадратичного критерію.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: функція щільності розподілу акцій, дискретні початково-крайові умови, система інтегральних рівнянь.

АННОТАЦИЯ. Рассмотрена динамическая модель плотности распределения акций с дискретными начально-краевыми условиями. Систему начально-краевых условий представлено в интегральном виде. Построено функцию плотности распределения акций, которая является решением уравнения модели и приближенно удовлетворяет начально-краевые условия за среднеквадратическим критерием.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: функция плотности распределения акций, дискретные начально-краевые условия, система интегральных уравнений.

ABSTRACT. In this article the dynamic model of the shares density distribution with discrete initial-boundary conditions is considered. The system of initial-boundary conditions was converted to integral form. The function of shares density distribution was constructed. This function is an equation model solution and approximately satisfies the initial-boundary conditions in accordance with the root-mean-square criterion.

KEY WORDS: function of the density distribution of shares, discrete initial-boundary conditions, system of integral equations.

Вступ. В умовах ринкової економіки акції суб'єктів господарської діяльності виконують важливі соціально-економічні функції, зокрема вони, є формою колективної власності підприємства та мірою розподілу прибутку. Курс акції є ознакою ефективності виробничої діяльності підприємства. Акції продаються та купуються на біржах цінних паперів. Зрозуміло, що ціна акцій залежить як від економічної ситуації та фінансового стану підприємства, так і від наявного в даний момент попиту, і тому не виникає сумніву, що процес поведінки цін акцій є динамічним.

За наявності достатньої кількості акцій та за умови їх однотипності зміна їх курсу може розглядатись як неперервний у часі процес. А це означає, що динамічний процес зміни цін на однотипні акції можна моделювати за допомогою диференціальних рівнянь з розподіленими параметрами, зокрема, за допомогою початкових, крайових і початково-крайових задач.

У [1] дослідження динаміки ціни однієї акції проводиться з використанням стохастичної диференціальної моделі

$$dx = \mu x dt + \sigma x dX, \tag{1}$$

де $x(t)$ — ціна акції в момент часу t; X — стохастичний процес з відомою перехідною функцією щільності ймовірності; $\mu = p/100$ — норма повернення акцій; p — швидкість росту ціни акції у відсотках; σ — волатильність акцій. Для пакета однотипних акцій, ціна кожної з яких описується рівнянням (1), вводиться функція щільності розподілу акцій

$$u(x,t) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta Q(x,t)}{\Delta x},\ 0 \le x < \infty,$$

де $\Delta Q(x, t)$ — кількість акцій, ціна яких у момент часу t належить малому ціновому проміжку $[x, x + \Delta x]$. Тоді кількість акцій з цінового проміжку $[x_1, x_2]$ виражатиметься інтегралом

$$Q(t) = \int_{x_1}^{x_2} u(x,t)dx,$$

а загальна кількість акцій у досліджуваному портфелі

$$N_0 = \int_0^{\infty} u(x,t)dx.$$

У [1] доведено, що функція $u(x, t)$ є розв'язком параболічного рівняння

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \alpha x^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \beta x \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \gamma u,\ x \in (0;\infty),\ t \in (0;\infty), \quad (2)$$

де α, β, γ — скалярні величини, які визначаються через коефіцієнти μ та σ. Функцію щільності розподілу акцій

$$u(x,t) = e^{\gamma t} \int_0^\infty \frac{\varphi(\eta)}{2\eta\sqrt{\alpha t \pi}} e^{\frac{(\ln(x/\eta)+(\beta-\alpha)t)^2}{4\alpha t}} d\eta$$

отримано як розв'язок диференціального рівняння (2) з початковими та крайовими умовами:

$$u(x,t)\,|_{t=0} = \varphi(x),\ x \in [0;\infty)\,, \quad (3)$$

$$u(x,t)\,|_{x=0} = 0,\ t \in [0;\infty)\,, \quad (4)$$

де умова (3) відома функція щільності розподілу акцій у початковий момент часу, а умова (4) — кількість акцій, проданих за початковим курсом, рівному нулю.

Постановка задачі. Розглянемо задачу (2), (3)–(4) у більш практичному вигляді. Очевидно, що початкова (3) та крайова (4) умови частіше відомі у дискретному вигляді. Ціни акцій *x* змінюються у деякому скінченому проміжку $[X_1, X_2]$, причому нижню межу $X_1 > 0$ свідомо занизимо на стільки, щоб мала місце крайова умова (4), тобто щоб щільність акцій за ціни X_1 була нульовою. Проміжок часу [0, T] для реалізації акцій теж скінчений. Тобто побудуємо функцію щільності розподілу акцій, яка є розв'язком задачі:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \alpha x^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + \beta x \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \gamma u,\ x \in [X_1, X_2],\ t \in [0, T], \quad (5)$$

$$u(x,t)\,|_{t=0} = \varphi_i,\ x_i \in [X_1,\ X_2],\ i = \overline{1,n},\ n \in N, \quad (6)$$

$$u(x,t)\,|_{x=X_1} = 0,\ t_j \in [0, T],\ j = \overline{1,m},\ m \in N. \quad (7)$$

Використовуючи заміну [1] функції

$$u(x,t) = e^{\gamma t} v(x,t),$$

а потім заміну змінних

$$z = \ln(x) + ct,\ \tau = \alpha t,\ c = \beta - \alpha,$$

задача (5), (6)–(7) буде мати вигляд

$$\frac{\partial y(z,\tau)}{\partial\tau} - \frac{\partial^2 y(z,\tau)}{\partial z^2} = 0,\ z \in S = [\ln(\mathrm{X}_1), \ln(\mathrm{X}_2) + c\mathrm{T}],\ \tau \in [0, \alpha\mathrm{T}], \quad (8)$$

$$y(z_{i0},\tau)|_{\tau=0} = \varphi_i,\ z_{i0} \in S_0 = [\ln(\mathrm{X}_1), \ln(\mathrm{X}_2)],$$
$$z_{i0} = \ln(x_i),\ x_i \in [\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2],\ i = \overline{1,n}, \quad (9)$$

$$y(z_{1j},\tau_j) = 0,\ z_{1j} \in S_\Gamma = [\ln(\mathrm{X}_1), \ln(\mathrm{X}_2) + c\mathrm{T},],$$
$$z_{1j} = \ln(\mathrm{X}_1) + ct_j,\ \tau_j \in [0, \alpha\mathrm{T}],\ j = \overline{1,m}, \quad (10)$$

де $y(z,\tau) = v(e^{z - c\tau/\alpha}, \tau/\alpha)$.

Рівняння (8) добре вивчене [2, 3], оскільки це однорідне рівняння теплопровідності. Проте задачу (8), (9)–(10) неможливо розв'язати класичними методами диференціальних рівнянь і математичної фізики, оскільки її постановка є некоректною. Тому функцію $y(z, \tau)$, яку із урахуванням зроблених вище замін легко перетворити на функцію щільності розподілу акцій, знайдемо наближено. Вона повинна бути розв'язком рівняння (8), задовольняючи умови (9)–(10) у середньоквадратичному сенсі, тобто за критерієм

$$\Phi_y = \sum_{i=1}^{n} (y(z_{i0}, 0) - \varphi_i)^2 + \sum_{j=1}^{m} (y(z_{1j}, \tau_j))^2 \to \min_{y(z,\tau)}. \quad (11)$$

Умови (9) і (10) із урахуванням зробленої заміни змінних уже не є початково-крайовими умовами, оскільки умова (9) при $\tau = 0$ діє в області S_0, а не в S, а умова (10) діє в області $S_\Gamma \times [0, \alpha\mathrm{T}]$, а не на кінцях інтервалу S. Тому умови (9) і (10) є умовами дискретного спостереження за функцією стану системи. Отже, задача (8), (9)–(10) є задачею точкового спостереження.

Побудуємо функцію $y(z, \tau)$, використовуючи методику, розроблену в роботі [4] і використану для моделювання динаміки гіперболічних систем в роботі [5]. За цією методикою отримаємо множину Ω_y функцій $y(z, \tau)$, які згідно критерію (11) задовольнятимуть умови (9)–(10). Крім того обчислимо середньоквадратичну нев'язку системи (9)–(10) та визначимо умови однозначності множини Ω_y.

Розв'язання задачі. Задача (8), (9)–(10), (11) має дискретні умови спостереження, тому згідно [4] вона може бути зведена до системи інтегральних співвідношень. За цією методикою невідому функцію $y(z, \tau)$ можна отримати у вигляді суми

$$y(z,\tau) = y_\infty(z,\tau) + y_0(z,\tau) + y_\Gamma(z,\tau),\ z \in S,\ \tau \in [0, \alpha\mathrm{T}], \qquad (12)$$

де $y_\infty(z, \tau)$ — розв'язок диференціального рівняння (8) без урахування умов (9)–(10) в нескінченній області $R \times R$, а $y_0(z, \tau)$, $y_\Gamma(z, \tau)$ невідомі, причому функція $y_0(z, \tau)$ визначає вплив умов (9) на розв'язок задачі, а функція $y_\Gamma(z, \tau)$ — умов (10) згідно критерію (11).

Функцію $y_\infty(z, \tau)$ представимо [6, 2] у вигляді інтегралу

$$y_\infty(z,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \int_{-\infty}^{\infty} G(z - z', \tau - \tau')\omega(z', \tau'),\ z \in S,\ \tau \in [0, \alpha\mathrm{T}], \qquad (13)$$

де

$$G(z - z', \tau - \tau') = \frac{\chi(\tau - \tau')}{\sqrt{4\pi(\tau - \tau')}} e^{-(z-z')^2/(4(\tau-\tau'))} \qquad (14)$$

фундаментальний розв'язок диференціального оператора $L(\partial z, \partial\tau) = \dfrac{\partial}{\partial\tau} - \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$, породженого рівнянням (8), $\omega(z', \tau')$ — права частина рівняння (8), а $\chi(\tau - \tau')$ — функція Хевісайда. Оскільки $\omega(z', \tau')$, то $y_\infty(z, \tau) = 0$.

Зважаючи на (13), функції $y_0(z, \tau)$, $y_\Gamma(z, \tau)$ будемо шукати у вигляді інтегралів

$$y_0(z,\tau) = \int_{-\infty}^{0} d\tau' \int_{S_0} G(z - z', \tau - \tau')\omega_0(z', \tau')dz',\ z \in S,\ \tau \in [0, \alpha\mathrm{T}], \qquad (15)$$

$$y_\Gamma(z,\tau) = \int_{0}^{\alpha\mathrm{T}} d\tau' \int_{R \setminus S_\Gamma} G(z - z', \tau - \tau')\omega_\Gamma(z', \tau')dz',\ z \in S,\ \tau \in [0, \alpha\mathrm{T}], \qquad (16)$$

де невідомі функції $\omega_0(z', \tau')$, $\omega_\Gamma(z', \tau')$ визначені в областях $(-\infty, 0] \times S_0$, $[0, \alpha\mathrm{T}] \times (R \setminus S_\Gamma)$ відповідно, тобто за межами областей визначення умов (9)–(10). Знайдемо їх способом підстановки суми (12) в умови (9)–(10). Отримаємо систему

$$y_{i0}(z_{i0}, 0) + y_\Gamma(z_{i0}, 0) = \varphi_i,\ i = \overline{1, n},$$
$$y_0(z_{1j}, \tau_j) + y_\Gamma(z_{1j}, \tau_j) = 0,\ j = \overline{1, m}.$$

яка в інтегральній формі матиме вигляд

$$\begin{gathered}\int\limits_{-\infty}^{0} d\tau' \int\limits_{S_0} G(z_{i0}-z',\, 0-\tau')\omega_0(z',\tau')dz' + \\ + \int\limits_{0}^{\alpha\mathrm{T}} d\tau' \int\limits_{R\setminus S_\Gamma} G(z_{i0}-z',\, 0-\tau')\omega_\Gamma(z',\tau')dz' = \varphi_i,\ i=\overline{1,n}, \\ \int\limits_{-\infty}^{0} d\tau' \int\limits_{S_0} G(z_{1j}-z',\, \tau_j-\tau')\omega_0(z',\tau')dz' + \\ + \int\limits_{0}^{\alpha\mathrm{T}} d\tau' \int\limits_{R\setminus S_\Gamma} G(z_{1j}-z',\, \tau_j-\tau')\omega_\Gamma(z',\tau')dz' = \varphi_i,\ j=\overline{1,m}.\end{gathered} \qquad (17)$$

Для відшукання функцій $\omega_0(z',\tau')$, $\omega_\Gamma(z',\tau')$ введемо такі позначення:

$$\begin{gathered}G_0(z',\tau') = (G(z_{i0}-z',\, 0-\tau'),\, i=\overline{1,n})^{\mathrm{T}}, \\ G_\Gamma(z',\tau') = (G(z_{1j}-z',\, \tau_j-\tau'),\ j=\overline{1,m})^{\mathrm{T}}, \\ G_{0\Gamma}(z',\tau') = (G_0(z',\tau'),\, G_\Gamma(z',\tau'))^{\mathrm{T}}.\end{gathered}$$

$Y=(\varphi_1,\varphi_2,...,\varphi_n,0,...,0)^{\mathrm{T}}$ — $n+m$ вимірний вектор.

Тоді умови (17) зведуться до матричного інтегрального рівняння:

$$\int\limits_{-\infty}^{0} d\tau' \int\limits_{S_0} G_{0\Gamma}(z',\tau')\omega_0(z',\tau')dz' + \int\limits_{R\setminus S_\Gamma}^{\alpha\mathrm{T}} G_{0\Gamma}(z',\tau')\omega_\Gamma(z',\tau')dz' = Y. \qquad (18)$$

Додатково ввівши матричну функцію

$$G_{0\Gamma}(z',\tau') = \begin{cases} G_{0\Gamma}^1(z',\tau'),\, (z',\tau') \in (-\infty,\, 0]\times S_0, \\ G_{0\Gamma}^2(z',\tau'),\, (z',\tau') \in [0,\alpha\mathrm{T}]\times(R\setminus S_\Gamma). \end{cases}$$

рівняння (18), а отже і систему умов (9)–(10) запишемо у ще компактнішому вигляді:

$$\int\limits_{(\cdot)} d\tau' \int\limits_{(\cdot)} (G_{0\Gamma}^1(z',\tau')\ \ G_{0\Gamma}^2(z',\tau')) \begin{pmatrix}\omega_0(z',\tau') \\ \omega_\Gamma(z',\tau')\end{pmatrix} dz' = Y \qquad (19)$$

де інтегрування проводиться по областям визначення підінтегральних функцій.

Середньоквадратичний критерій (11) з врахуванням перетворення умов (9)–(10) до вигляду (19) буде таким:

$$\Phi_\omega = \left\| \int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} (G^1_{0\Gamma}(z',\tau') \;\; G^2_{0\Gamma}(z',\tau')) \begin{pmatrix} \omega_0(z',\tau') \\ \omega_\Gamma(z',\tau') \end{pmatrix} dz' - Y \right\|^2 =$$

$$= \sum_{k=1}^{n+m} \left(\int_{-\infty}^{0} d\tau' \int_{S_0} G^{(k)}_{0\Gamma}(z',\tau')\omega_0(z',\tau')dz' + \right. \tag{20}$$

$$\left. + \int_0^{\alpha T} d\tau' \int_{R\backslash S_\Gamma} G^{(k)}_{0\Gamma}(z',\tau')\omega_\Gamma(z',\tau')dz' - Y^{(k)} \right)^2 \to \min_{\omega_0,\omega_\Gamma},$$

де $G^{(k)}_{0\Gamma}(z',\tau')$ — k-й рядок векторної функції $G_{0\Gamma}(z',\tau')$, а $Y^{(k)}$ — k координата вектора Y. Зрозуміло, що $\Phi_y = \Phi_\omega$. Таким чином розв'язавши задачу (8), (19), (20) ми розв'яжемо задачу (8), (9)–(10), (11).

Згідно з [4, 5] всі невідомі функції $\omega_0(z',\tau'), \omega_\Gamma(z',\tau')$, які задовольняють умовам (19) — за середньоквадратичним критерієм (20) належать множині

$$\Omega_\omega = \left\{ \begin{pmatrix} \omega_0(z',\tau') \\ \omega_\Gamma(z',\tau') \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \omega_0(z',\tau') \\ \omega_\Gamma(z',\tau') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G^{1\,T}_{0\Gamma}(z',\tau') \\ G^{2\,T}_{0\Gamma}(z',\tau') \end{pmatrix} P^+(Y - G_f) + \begin{pmatrix} f_0(z',\tau') \\ f_\Gamma(z',\tau') \end{pmatrix} \right\}, \tag{21}$$

де $f_0(z',\tau'), f_\Gamma(z',\tau')$ — довільні функції, інтегровані за Ріманом в областях $(-\infty,0]\times S_0, [0,\alpha T]\times(R \setminus S_\Gamma)$ відповідно,

$G_f = \int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} (G^1_{0\Gamma}(z',\tau') \;\; G^2_{0\Gamma}(z',\tau') \begin{pmatrix} f_0(z',\tau') \\ f_\Gamma(z',\tau') \end{pmatrix} dz'$ — вектор розмірності $n + m$, P^+ — матриця, псевдообернена [7] до матриці P,

$G_f = \int_{(\cdot)} d\tau' \int_{(\cdot)} (G^1_{0\Gamma}(z',\tau') \;\; G^2_{0\Gamma}(z',\tau') \begin{pmatrix} G^{1\,T}_{0\Gamma}(z',\tau') \\ G^{2\,T}_{0\Gamma}(z',\tau') \end{pmatrix} dz'$ — матриця розмірності $(n + m) \times (n + m)$.

Тоді множина $\Omega_{0\Gamma}$ функцій $y_0(z, \tau)$, $y_\Gamma(z, \tau)$ буде мати вигляд

$$\Omega_{0\Gamma} = \left\{ \begin{pmatrix} y_0(z,\tau) \\ y_\Gamma(z,\tau) \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} y_0(z,\tau) \\ y_\Gamma(z,\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \int_{-\infty}^{0} d\tau' \int_{S_0} G(z-z', \tau-\tau')\omega_0(z',\tau')dz' \\ \int_0^{\alpha T} d\tau' \int_{R\backslash S_\Gamma} G(z-z', \tau-\tau')\omega_\Gamma(z',\tau')dz' \end{pmatrix}, \right.$$

$$\left.\begin{pmatrix}\omega_0(z',\tau')\\ \omega_\Gamma(z',\tau')\end{pmatrix}\in\Omega_{0\Gamma}\right\},$$

а множина Ω_y розв'язків задачі (8), (9)–(10), (11) буде такою:

$$\Omega_y=\left\{y(z,\tau):y(z,\tau)=y_0(z,\tau)+y_\Gamma(z,\tau),\begin{pmatrix}y_0(z,\tau)\\ y_\Gamma(z,\tau)\end{pmatrix}\in\Omega_{0\Gamma}\right\}.\quad(22)$$

Враховуючи означення фундаментального розв'язку $G(z-z',\tau-\tau')$, а також властивості функції $\chi(\tau-\tau')$ та дельта-функції Дірака $\delta(z-z',\tau-\tau')$, переконуємось, що елементи множини (22) є розв'язками диференціального рівняння (8).

Сумарна середньоквадратична нев'язка системи умов (9)–(10), породжена елементами множини (22), рівна нев'язці матрично-інтегральної системи (19) і визначається за формулою

$$\varepsilon^2=\min_{y(z,\tau)}\Phi_y=\min_{(\omega_0,\omega_\Gamma)}\Phi_\omega=Y^TY-Y^TPP^+Y.$$

Також зрозуміло, що множини (21) і (22) однозначними будуть одночасно. Однозначність множини (21) визначається функцією

$$D(z',\tau')=\det\left(\begin{pmatrix}G_{0\Gamma}^{1\ T}(z',\tau')\\ G_{0\Gamma}^{2\ T}(z',\tau')\end{pmatrix}\left(G_{0\Gamma}^1(z',\tau')\ \ G_{0\Gamma}^2(z',\tau')\right)\right),$$

а точніше границею послідовності, складеної зі значень функції $D(z',\tau')$ в точках z'_i,τ'_j дискретизації областей $(-\infty,0]\times S_0$ та $[0,\alpha\mathrm{T}]\times(R\setminus S_\Gamma)$. Зокрема якщо

$$\lim_{k\to\infty}\left[D(z'_i,\tau'_j)\right]_{i,j=1}^K>0,$$

то множина (21), а отже, і множина (22) буде однозначною.

Якщо ж

$$\lim_{k\to\infty}\left[D(z'_i,\tau'_j)\right]_{i,j=1}^K=0,$$

то множини Ω_ω та Ω_y міститимуть безліч елементів. У цьому випадку функцією $\omega_0(z',\tau'),\omega_\Gamma(z',\tau')$ виберемо той елемент множини (21), квадрат норми якого найменший, тобто елемент

$$\arg\min_{\Omega_\omega}\left\|\begin{pmatrix}\omega_0(z',\tau')\\ \omega_\Gamma(z',\tau')\end{pmatrix}\right\|^2=\arg\min_{\Omega_\omega}\left(\int_{(\cdot)}d\tau'\int_{(\cdot)}(\omega_0(z',\tau')\ \ \omega_\Gamma(z',\tau'))\begin{pmatrix}\omega_0(z',\tau')\\ \omega_\Gamma(z',\tau')\end{pmatrix}dz'\right).$$

Таким чином, маючи функції $\omega_0(z',\tau'), \omega_\Gamma(z',\tau')$ та використовуючи формули (15), (16), (22), отримаємо функцію $y(z, \tau)$.

Зважаючи на зроблені вище заміни перейдемо до функцій $v(x, t)$ та $u(x, t)$. Зрозуміло, що

$$v(x, t) = y(\ln(x) + ct, \alpha t),$$

Тоді функція щільності розподілу акцій

$$u(x,t) = e^{\gamma t} v(x,t), \;\; x \in [\mathrm{X}_1, \mathrm{X}_2], t \in [0, \mathrm{T}]$$

буде розв’язком рівняння (5) та в середньоквадратичному сенсі задовольнятиме початково-крайові умови (6)–(7).

Висновки. На основі параболічної диференціальної моделі з розподіленими параметрами розглянута модель щільності акцій з дискретними початково-крайовими умовами. Фундаментальний розв’язок параболічного рівняння відомий, тому, використовуючи його як інтегральне ядро, для побудови функції щільності акцій вибрано інтегральну форму представлення розв’язку. Систему дискретних початково-крайових умов теж представлено у вигляді системи інтегральних рівнянь. Точно розв’язати отриману систему дуже важко, тому її розв’язок побудовано наближено. Як розв’язок отримано множину функцій, елементи якої задовольняють дискретну систему початково-крайових умов у середньоквадратичному сенсі. Разом з тим елементи отриманої множини є частинними розв’язками диференціального рівняння моделі, а отже, їх можна використовувати як моделі щільності розподілу акцій.

Запропонована модель може бути використана для прогнозування обсягу портфеля однотипних акцій, ціни яких належать обраному скінченому проміжку цін у вибраний момент часу, а також для керування динамікою ціни акцій.

Література

1. *Ерофеенко В.Т.* Уравнения с частными производными и математические модели в экономике : курс лекций / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М. : Едиториал УРСС, 2004. — 248 с.

2. *Тихонов А.Н.* Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарський. — Изд. 5-е, стер. — М. : Наука, 1977. — 736 с.

3. *Соболев С.Л.* Уравнения математической физики / С. Л. Соболев. — М. : Наука, 1966. — 444 с.

4. *Кириченко Н.Ф.* Аналитическое представление матричных и интегральных линейных преобразований / Н. Ф. Кириченко, В. А. Стоян // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 3. — С. 90-104.

5. *Стоян В.А*. Про моделювання задач динаміки гіперболічних систем / В. А. Стоян, С. Д. Волощук // Доповіді Національної академії наук України. — 2003. — № 2. — С. 71-77.
6. *Стоян В.А*. Математичне моделювання лінійних, квазілінійних і нелінійних динамічних систем : монографія / В. А. Стоян. — К.: Київський університет, 2011. — 320 с.
7. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. — М. : Наука, 1966. — 576 с.

УДК 330.46

Камінський О. Є.,
к.е.н, доцент кафедри
інформаційного менеджменту

АДАПТАЦІЯ МОДЕЛІ РОЗРАХУНКУ СУКУПНОЇ ВАРТОСТІ ВОЛОДІННЯ (TCO) ДЛЯ СЕРВІСІВ «ХМАРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ»

АННОТАЦИЯ. Целью статьи является совершенствование формальной математической модели расчета совокупной стоимости владения (TCO) для анализа сервисов «облачных вычислений». Рассмотрена специфика облачных вычислений и сформулирована проблема оценки затрат перехода на парадигму облачных вычислений. После проанализированных недостатков существующих моделей и методов выявлена необходимость к проведению дальнейших исследований по развитию и детализации методов расчета совокупной стоимости владения для облачных ИТ-сервисов.

Ключевые слова: информационные технологии, компьютерные услуги, облачные вычисления.

ABSTRACT. The aim of the article is to improve the formal mathematical model for calculating the total cost of ownership (TCO) analysis services «cloud computing». The specific features of cloud computing and formulated the problem of estimating the cost of transition to the cloud computing paradigm. After analyzed the shortcomings of existing models and methods identified the need for further research on the development and detailing methods of calculating total cost of ownership for IT cloud services.

Key words: information technology, computer services, cloud computing.

Одним із сучасних напрямів підвищення ефективності використання інформаційних технологій є перехід до концепції «хмарних обчислень». Але парадигма «хмарних обчислень» містить досить факторів ризику, наприклад, так звані *приховані витрати* [1], які дискредитують існуючі переваги. Таким чином, підпри-