

СЕКЦІЯ АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ЕКОНОМІКО- МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ФІНАНСАХ

УДК: 338.984; 338.45; 519.233, 519.252

ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ НА ПРОМИСЛОВОМУ ПІДПРИЄМСТВІ

А. Б. Кулик,

*Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
ankulyk@kneu.edu.ua*

Т. В. Манжос,

*Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
tmanzhos@kneu.edu.ua*

О. О. Мельник,

*Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана,
melnyk.olha@kneu.edu.ua*

Актуальність проблеми. Дана робота спрямована на пошук оптимального значення рівня запасу і обсяг витрат за певний період (квартал), який відповідає оптимальному значенню рівня запасу на промисловому підприємстві.

Більшість задач в логістичному менеджменті з управління запасами відносить до класу екстремальних, тобто в них потрібно знайти максимум або мінімум деякої цільової функції. Отриманий розв'язок називається оптимальним. В практичному застосуванні ця теорія містить значний інноваційний потенціал, який може мати суттєвий економічний ефект при плануванні запасів. Для реалізації цього потенціалу потрібно мати інструмент, який дозволяє оцінювати якість розв'язків задач планування запасів.

Одним з таких інструментів може бути модель системи управління запасами з періодичними перевірками (місяць, квартал, рік). Після кожної перевірки приймається рішення про поповнення запасу. Зокрема, в

даній роботі розглядається застосування (r, S) моделі, яка базується на тому, що кожен період r здійснюється поповнення запасу S .

Ефективним способом управління запасами є такий, який мінімізує витрати на підтримку та підтримку запасів. Для досягнення поставленої мети визначаються [1, с. 134]: час розміщення замовлення для поповнення запасів і оптимальний розмір замовлення. Ці завдання вирішуються за допомогою автоматизованих систем управління запасами [2, с. 204] із застосуванням економіко-математичних методів, а також впровадженням інноваційних підходів [3, с. 47; 4, с. 298].

Виклад основного матеріалу дослідження. Нехай r – проміжок між двома черговими перевірками, після кожної з яких рівень запасу стає рівним S . Для визначення оптимальних значень цих параметрів (через мінімізацію очікуваних витрат на систему управління запасами), уведемо низку позначень: λ – середня інтенсивність попиту; L – час виконання замовлення; $f(x, t)$ – щільність розподілу ймовірностей попиту X , що мав місце впродовж часу t ; W – вартість перевірки та подачі замовлення; G_l – питомі витрати, пов'язані з відкладеним попитом за цикл; H – питомі витрати, пов'язані зі зберіганням ресурсу протягом року.

За рік відбувається $1/r$ циклів. Тому середньорічні витрати зберігання – це витрати зберігання за цикл, помножені на $1/r$. Оскільки одразу після розміщення замовлення фіктивний рівень запасу в системі досягає рівня S , то після його виконання наявний запас у системі має обсяг $(S - \mu)$, де μ – математичне сподівання попиту за час виконання замовлення L . Середні витрати на зберігання за цикл знайдемо як період між двома черговими поставками. Якщо середня інтенсивність попиту стала, то в момент наступної поставки середній рівень запасу в системі становитиме $(S - \mu - \lambda r)$. Це означає, що математичне сподівання інтегрального чистого запасу за цикл наближено дорівнює середньому інтегральному наявному запасу:

$$r \left(\frac{1}{2}(S - \mu) + \frac{1}{2}(S - \mu - \lambda r) \right) = r \left(S - \mu - \frac{\lambda r}{2} \right). \quad (1)$$

Тоді середньорічні витрати, пов'язані з зберіганням становитимуть:

$$H \left(S - \mu - \frac{\lambda r}{2} \right).$$

Знайдемо витрати, пов'язані з відкладеним попитом. Оскільки в момент t подачі нового замовлення фіктивний рівень запасу стає рівним S з уже врахованим задоволенням відкладеного попиту попереднього періоду, то з нього має задовольнятися попит на проміжку часу $r + L$. Тому середній обсяг відкладеного попиту за період становить:

$$\frac{1}{r} \int_S^{+\infty} (x - S) f(x, r + L) dx.$$

Таким чином, цільова функція (середньорічні витрати залежно від S та r) має вигляд:

$$\bar{V}(S, r) = \frac{W}{r} + H\left(S - \mu - \frac{\lambda r}{2}\right) + \frac{G_1}{r} \int_S^{+\infty} (x - S) f(x, r + L) dx. \quad (2)$$

Для пошуку оптимальних значень r і S потрібно мінімізувати функцію $\bar{V}(S, r)$. Для цього потрібно, щоб виконувалася умова:

$$\frac{\partial \bar{V}(S, r)}{\partial S} = 0, \quad (3)$$

або

$$H - \frac{G_1}{r} \int_S^{+\infty} (x - S) f(x, r + L) dx = 0. \quad (4)$$

Рівняння (4) можна переписати у вигляді:

$$\int_S^{+\infty} (x - S) f(x, r + L) dx = \frac{Hr}{G_1}. \quad (5)$$

Розв'язок рівняння (5) S^* є єдиний [5, 272].

У випадку нормально розподіленого попиту рівняння (5) має наступний вигляд:

$$\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{S - \lambda(L + r)}{\sigma\sqrt{L + r}}\right) = \frac{Hr}{G_1}. \quad (6)$$

Тут $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\frac{z^2}{2}) dz$ – функція Лапласа.

Розв'язуючи рівняння (6), отримаємо шукане значення оптимального рівня запасу в системі з урахованими вимогами:

$$S^* = \sigma\sqrt{L + r} \cdot \Phi^{-1}\left(\frac{G_1 - 2Hr}{2G_1}\right) + \lambda(L + r). \quad (7)$$

Тоді середньорічні витрати у разі нормально розподіленого попиту в системі з урахованими вимогами можна знайти за формулою:

$$\bar{V}(S^*, r) = \frac{1}{r} \left[W + (G_1 + Hr) \sigma\sqrt{L + r} \cdot \varphi\left(\Phi^{-1}\left(\frac{G_1 - 2Hr}{2G_1}\right)\right) \right] + \frac{H\lambda r}{2}, \quad (8)$$

де $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$ – функція Гаусса.

Використовуючи статистичні дані закупок сировини [6, 2] було показано, що інтенсивність попиту на сировину дорівнює 15 тон на тиждень із середньоквадратичних відхиленням 4 тони на тиждень. Диференціальна функція для цього закону має вигляд:

$$f(S; 15, 4) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(S-15)^2}{32}\right). \quad (9)$$

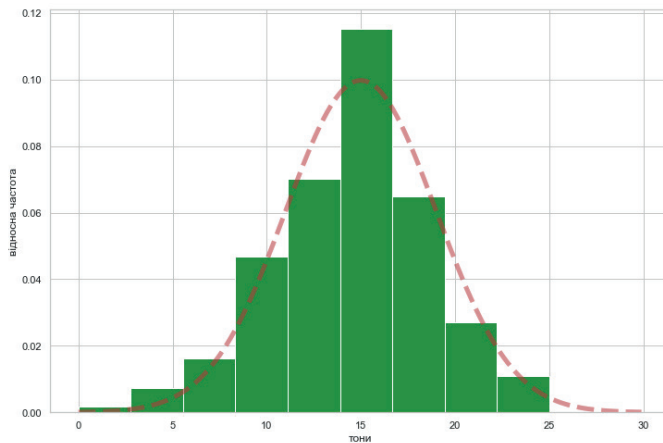


Рис 1. Гістограма відносних частот інтенсивності попиту на сировину за тиждень та графік функції нормально розподіленої випадкової величини S з параметрами $\mu = 15$, $\sigma = 4$.

Величини W , G , H , r розподілені за рівномірним законом. Тому для подальших обчислень були взяті середні значення цих величин за 4 роки.

Середня інтенсивність попиту на сировину дорівнює 187.5 тонн / квартал із середньоквадратичним відхиленням 50 і при управлінні запасами використовується (r, S) стратегія. Час замовлення становить в середньому 4 тижні.

Знайдено оптимальне значення рівня запасу S за фіксованого $r=2$ тижні:

$$S^* = 50 \sqrt{0.16 + 0.32} \cdot \Phi^{-1}(0.4744) + 187.5 \cdot (0.16 + 0.32) \approx 158 \quad (\text{і}),$$

а також обсяг середньо кварталних витрат за умови, що $S=158$:

$$\bar{V}(158, 0.16) = \frac{1}{0.16} \left[10 + (25 + 4 \cdot 0.16) \cdot 50 \cdot \sqrt{0.48} \cdot \varphi(1.95) \right] + \frac{4 \cdot 187.5 \cdot 0.16}{2} \approx 453$$

Оптимальне значення рівня запасу S складає $\frac{158}{187.5} \cdot 100\% \approx 84\%$ від інтенсивності попиту на сировину за квартал.

Припускається, що закупівельна ціна не залежить від обсягу партії, що закуповується; сумарний обсяг невиконаних замовлень за період r невеликий, тобто відразу після поповнення відкладений попит можна задовольнити; питомі витрати, пов'язані з відкладеним попитом за цикл (G_r) не залежать від часу, що пройде з моменту реєстрації невиконаної вимоги до її виконання.

Висновки. Показано, що щотижневий попит на сировину розподілений за нормальним законом розподілу. Знайшовши середні значення вартості перевірки та подачі замовлення, питомі витрати, пов'язані зі зберіганням сировини та відкладеним попитом, встановлений оптимальний рівень квартального запасу S^* , що відповідає двотижневому періоду між перевірками відносно поповнення запасів.

Література:

1. Schwartz L.B. (1981) Multi-level production/inventory control systems: theory and practice. *North Holland: Studies in the Management Sciences*, 398.
2. Raymond F.E. (1931) Quantity and Economy in Manufacture. *Chicago: McGraw-Hill, New York*, 375.
3. Zipkin, P.H. (2000) Foundations of Inventory Management. *McGraw-Hill: New York*, 514.
4. Grubbström, R.W. (2007) Transform methodology applied to some inventory problems. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, vol. 77, no. 6, 297–324. <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11573-007-0022-7>>
5. Hadly G., Whitin T. (1963) Analysis of inventory systems. *Englewood Cliffs: Prentice Hall*, 452.
6. Reports private joint stock company «Kyiv central design bureau of reinforcement construction» <<http://kckba.pat.ua/emitents/reports>>(2021, December, 1).