УДК 519.86

ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ МАЛОГО ПІДПРИЄМСТВА В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Піскунова О.В., к.т.н., доцент

ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»

У статті розроблено дискретну модель динаміки малого підприємства в умовах невизначеності ринкового середовища, пов'язаної зі стохастичністю цін на продукцію підприємства та використовувані ресурси. Модель враховує особливості функціонування підприємства за тимчасового отримання збитків, зокрема можливість неповного використання виробничих фондів.

Ключові слова: мале підприємство, модель динаміки малого підприємства, ринкова кон'юнктура, невизначеність, стохастичність, виробничі фонди, фінансово-кредитна підтримка.

Пискунова Е. В. ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МАЛОГО ПРЕДПРИЯТИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ / ГВУЗ «Киевский национальный экономический университет имени Вадима Гетьмана», Украина

В статье разработана дискретная модель динамики малого предприятия в условиях неопределенности рыночной среды, связанной со стохастичностью цен на продукцию предприятия и используемые ресурсы. Модель учитывает особенности функционирования предприятия при временном получении убытков, в частности возможность неполного использования производственных фондов.

Ключевые слова: малое предприятие, модель динамики малого предприятия, рыночная конъюнктура, неопределенность, стохастичность, производственные фонды, финансово-кредитная поддержка.

Piskunova O. V. DISCRETE MODEL OF SMALL ENTERPRISE DYNAMICS IN CONDITIONS OF INDETERMINANCY / Vadym Hetman Kyiv National Economic University, Ukraine

The article is considered discrete model of small enterprise dynamics in conditions of market environment indeterminancy which is caused by stochasticity of price. A model take into account specificity of business operation by short-term damages, particularly possibility of production funds underexploitation.

Key words: small enterprise, model of small enterprise dynamics, market state, indeterminancy, stochasticity, production funds, financial and credit support.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Можна сказати, що сьогодні розвиток вітчизняного малого бізнесу не задовольняє соціально-економічним потребам країни, тут протягом останнього часу спостерігається ряд негативних тенденцій, зокрема, відбувається зниження зайнятості та відносного виробництва малих підприємств. Крім того, цей сектор економіки є надзвичайно чутливим до дії несприятливих факторів. Усе це обумовлює необхідність державної підтримки малого підприємництва. Вирішення задачі підвищення ефективності такої підтримки в умовах обмеженості державних фінансових ресурсів повинно спиратися на глибокий науковий аналіз проблеми із застосуванням математичних методів і моделей. Важливою складовою такого аналізу є побудова економіко-математичних моделей динаміки розвитку малого підприємства в умовах невизначеності ринкового середовища.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

У працях російського економіста С. Р. Хачатряна [1] представлені моделі малого підприємства, які описують його динаміку за допомогою диференціальних рівнянь. Ці моделі розроблені ще у 80-роки минулого століття, але запропоновані в них методи базуються на системному підході щодо аналізу функціонування малого підприємства та дозволяють досліджувати ефективність фінансово-кредитної підтримки малого підприємства. Водночас ці моделі не враховують податкового законодавства України та умов ринкової економіки. Крім того, вони є детермінованими, у них не враховується ризик діяльності підприємств. У праці [2] розроблено дискретну модель динаміки малого підприємства, яка враховує специфіку вітчизняного податкового законодавства та дозволяє досліджувати фактори розвитку вітчизняних малих підприємств, зокрема аналізувати вплив на їх динаміку ринкової кон'юнктури та ризику. Недоліком моделі є те, що вона не враховує усіх особливостей функціонування підприємства за невизначеності ринкового середовища, зокрема ситуацію, коли підприємство внаслідок випадкових коливань цін може отримувати збитки, що примушує підприємця приймати певні управлінські рішення, наприклад, тимчасово скорочувати обсяги виробництва, неповністю використовуючи наявні виробничі фонди. Врахування цих аспектів у моделі найбільш актуально при аналізі динаміки малого підприємства за несприятливої ринкової кон'юнктури, що характеризується падінням цін на продукцію підприємства або зростанням цін на використовувані ресурси.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою даної публікації є розробка дискретної моделі динаміки малого підприємства в умовах невизначеності ринкового середовища, яка дозволятиме досліджувати внутрішні та зовнішні фактори

розвитку вітчизняного малого підприємства та аналізувати ефективність його державної підтримки, зокрема в умовах несприятливої кон'юнктури. Модель повинна враховувати особливості функціонування підприємства за тимчасового отримання збитків, у тому числі можливість неповного використання виробничих фондів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Дискретна модель динаміки малого підприємства. Модель динаміки малого підприємства в дискретному часі, що пропонується для дослідження факторів розвитку вітчизняних малих підприємств, ґрунтується на наступних гіпотезах:

1. Основні виробничі фонди A_{t-1} – це єдиний обмежуючий фактор, що визначає випуск продукції X_t у момент часу t ($t = \overline{1,T}$): $X_t = f' \cdot A_{t-1}$, де f' - коефіцієнт фондовіддачі, який показує кількість фізичних одиниць виробленої продукції на одиницю виробничих фондів.

2. Мале підприємство функціонує за незмінної технології: $f' = X_t / A_{t-1} = const$.

3. Вважається, що весь обсяг виробленої продукції X_t реалізується на ринку за ціною P_t, а виручка V_t від її реалізації дорівнює: $V_t = P_t \cdot X_t$.

4. Припускається, що обсяг витрат на виробництво одиниці продукції у фізичних одиницях та їх структура не змінюються в часі, а ціни на всі використовувані ресурси змінюються з часом однаково. Тоді питома собівартість продукції $c_t = C_t / V_t$ (C_t - витрати на виробництво та реалізацію продукції без урахування податків та зборів) визначається наступним чином: $c_t = c_0 \cdot \pi_t^{res} / \pi_t$. Тут π_t - відношення ціни на продукцію підприємства в момент часу t до ціни цієї продукції в початковий момент часу; π_t^{res} - відношення ціни будь-якого використовуваного ресурсу в момент часу t до ціни цього ресурсу в початковий момент часу.

5. Чистий прибуток підприємства F_t представляє собою різницю між загальним прибутком $F_t^{заг} = (1 - c_t) \cdot V_t$ та сплаченим обсягом податків та зборів $N_t = \nu_t \cdot V_t$: $F_t = (1 - c_t - \nu_t) \cdot V_t$. Тут ν_t - агрегована ставка оподаткування малого підприємства, яка визначається наступним чином: $\nu_t = \gamma_t - \beta_t \cdot c_t$, де γ_t і β_t – параметри, значення яких залежать від схеми оподаткування, що обрана малим підприємством, від діючих ставок податків та від структури витрат на виробництво та реалізацію продукцію, яка характеризується частками s_m, s_{zp}, s_{in} відповідно матеріальних витрат, витрат на оплату праці та інших витрат у загальному обсязі витрат C_t [3]. Зазначимо, що згідно з Указом Президента України від 28.06.99 р. №746/99 "Про спрощену систему оподаткування, обліку і звітності суб'єктів малого підприємництва" малі підприємства-юридичні особи мають право обирати такі способи оподаткування: за загальною системою оподаткування, найбільш вагомі податки, що сплачують малі підприємства в цьому випадку – податок на додану вартість і податок на прибуток підприємства, (схема 1); за єдиним податком за ставкою 6% від об'єкта оподаткування в разі сплати податку на додану вартість (схема 2); за єдиним податком за ставкою 10% у разі, якщо вони не є платниками податку на додану вартість (схема 3). У моделі динаміки малого підприємства враховані всі ці три схеми оподаткування. Звернемо увагу на те, що з 1 січня 2011 р. набрав чинності Податковий кодекс України, підписаний Президентом України 02.12.10 р., але з розділу XIV цього кодексу "Спеціальні податкові режими" виключена перша глава "Спрощена система оподаткування, обліку та звітності суб'єктів малого підприємництва". Розділом XX перехідних положень встановлено, що з 1 січня 2011 року до внесення змін до розділу XIV Податкового кодексу України в частині оподаткування суб'єктів малого підприємництва діє Указ Президента "Про спрощену систему оподаткування, обліку і звітності суб'єктів малого підприємництва" [4]. Далі розглядатимуться перелічені три схеми оподаткування.

6. Наявні виробничі фонди в певний момент часу можуть бути використані в неповному обсязі. У зв'язку з цим розрізняються використовувані виробничі фонди підприємства A_t і наявні виробничі фонди A_t^*: $A_t = \varsigma_t^* \cdot A_t^*$, де ς_t^* - коефіцієнт використання виробничих фондів. У початковий момент часу $A_0 = A_0^*$.

7. Передбачається, що підприємство може розвиватись за рахунок як внутрішніх джерел (отриманого прибутку F_t), так і зовнішньої фінансової підтримки I_t: $\Delta A_t^* = A_t^* - A_{t-1}^* = \xi \cdot F_t + I_t$, де $\xi \in [0,1]$ - частка чистого прибутку, що відраховується малим підприємством на реінвестування.

На основі зроблених припущень після нескладних перетворень можна отримати наступний вираз для чистого прибутку підприємства:

$$F_t = \left(\pi_t - \pi_t^{res} \cdot c_t^*\right) \cdot (1-\gamma_t) \cdot f_0 \cdot \varsigma_{t-1}^* \cdot A_{t-1}^*, \quad (1)$$

де $c_t^* = c_0 \cdot (1-\beta_t)/(1-\gamma_t)$, $f_0 = f' \cdot P_0$. Звідси умова невід'ємності прибутку має вигляд: $\pi_t / \pi_t^{res} \geq c_t^*$.

З урахуванням (1) динаміку виробничих фондів малого підприємства можна описати наступним чином

$$\Delta A_t^* = A_t^* - A_{t-1}^* = \chi_t \cdot A_{t-1}^* + I_t, \quad (2)$$

$$\chi_t = \xi \cdot \varsigma_{t-1}^* \cdot f_0 \cdot (1-\gamma) \cdot \left(\pi_t - \pi_t^{res} \cdot c_t^*\right). \quad (3)$$

За умови отримання збитків внутрішні інвестиції не здійснюються: $\chi_t = 0$. Коли додаткові внески до Пенсійного Фонду малим підприємством не сплачуються [3], величина c_t^* не змінюється в часі: $c_t^* = c^*$. Крім того, у цьому разі за додатного прибутку величина γ_t є сталою: $\gamma_t = \gamma$.

З формули (2) витікає, що $A_t^* = A_{t-1}^* + \Delta A_t^* = (1+\chi_t) \cdot A_{t-1}^* + I_t$. Даний вираз можна розписати рекурсивно:

$$A_t^* = \left(A_0 + I_0\right) \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1+\chi_\tau) + \sum_{k=1}^{t-1} I_k \cdot \prod_{\tau=k+1}^{t} (1+\chi_\tau) + I_t. \quad (4)$$

Таким чином, отримано формулу, що описує динаміку виробничих фондів малого підприємства, на основі якої можна досліджувати вплив на розвиток підприємства різних схем оподаткування та форм надання безкоштовної фінансової допомоги. Для економічного аналізу формулу (4) зручно записати так:

$$\frac{A_t^*}{A_0} = \left(1 + \frac{I_0}{A_0}\right) \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1+\chi_\tau) + \sum_{k=1}^{t-1} \frac{I_k}{A_0} \cdot \prod_{\tau=k+1}^{t} (1+\chi_\tau) + \frac{I_t}{A_0}. \quad (5)$$

У моделі, що побудовано, можна врахувати можливість залучення малим підприємством кредиту, зокрема, на пільгових умовах. Якщо в деякий момент часу τ_1 підприємство позичає кредит в обсязі K_τ, який погашається протягом наступних періодів часу включно до моменту τ_2, то у відповідні моменти часу $\tau_1 < t \leq \tau_2$ величина прибутку підприємства (1) буде меншою за наведену вище величину:

$$F_t = \left(\pi_t - \pi_t^{res} \cdot c^*\right) \cdot (1-\gamma_t) \cdot f_0 \cdot \varsigma_{t-1}^* \cdot A_{t-1}^* - B_t^\tau,$$

де B_t^τ - зменшення прибутку за рахунок виплат боргу за кредитом; якщо $t \leq \tau_1$ або $t > \tau_2$, то $B_t^\tau = 0$. За умови рівномірного погашення кредиту K_τ та відсотків $K_\tau \cdot r \cdot T_\tau / 2$ (r - відсоткова ставка) протягом періоду $T_\tau = \tau_2 - \tau_1 + 1$ загальна величина сплачуваної в кожний момент t частки боргу дорівнюватиме: $B^{кред} = K_\tau \cdot \left(1 + r \cdot (T_\tau + 1)/2\right)/T_\tau$. Її можна подати як суму двох елементів: частки основного боргу $B^{осн} = K_\tau / T_\tau$ і відсотків $B^{проц} = K_\tau \cdot r \cdot (T_\tau + 1)/(2T_\tau)$. Враховуючи, що константа $B^{осн}$ у кожний момент $\tau_1 < t \leq \tau_2$ зменшує прибуток, а константа $B^{проц}$ обумовлює збільшення питомих витрат, маємо:

$$B_t^\tau = \frac{K_\tau}{T_\tau} \cdot \left(\frac{r \cdot (T_\tau + 1)}{2} - \beta_t \cdot \left(\frac{r \cdot (T_\tau + 1)}{2} - 1\right)\right).$$

Якщо кредит обсягом K_0, який береться на період t ($T_\tau = t$) у початковий момент часу ($\tau_1 = 0$), направляється на збільшення виробничих фондів підприємства, то відносне зростання основних виробничих фондів буде визначатись наступним чином:

$$\frac{A_t^*}{A_0} = \left(1 + \frac{I_0 + K_0}{A_0}\right) \cdot \prod_{\tau=1}^{t} (1+\chi_\tau) + \sum_{k=1}^{t-1} \frac{I_k - B_k}{A_0} \cdot \prod_{\tau=k+1}^{t} (1+\chi_\tau) + \frac{I_t - B_t}{A_0}.$$

У випадку, коли кредит не береться, а зовнішні безкоштовні інвестиції підприємство може отримати тільки одноразово в початковий момент часу, рівняння (5) перетворюється на наступне:

$$\frac{A_t^*}{A_0}=\left(1+\frac{I_0}{A_0}\right)\cdot\prod_{\tau=1}^{t}(1+\chi_\tau)\,. \tag{6}$$

Далі будемо використовувати саме цю формулу. Згідно з формулами (6), (3) відносна динаміка малого підприємства визначається параметрами функціонування підприємства ξ, ς_t^*, f_0, c^*, обсягом I_0 безкоштовної фінансової допомоги, отриманої в початковий момент часу, а також динамікою цін на вироблювану продукцію та використовувані ресурси.

Урахування в моделі динаміки малого підприємства стохастичності цін. Вплив зовнішнього середовища на діяльність малого підприємства здійснюється, перш за все, через ринкову кон'юнктуру. Кон'юнктура визначає динаміку відносного рівня цін на продукцію підприємства π_t та використовувані ресурси π_t^{res}, які є основним джерелом збурень у моделі. Будемо припускати, що ціни на продукцію малого підприємства та на ресурси, що використовуються, є стохастичними та змінюються наступним чином:

$$\pi_t = h_t + \varepsilon_t,\ t \ge 1, \tag{7}$$

$$\pi_t^{res} = h_t^{res} + \varepsilon_t^{res},\ t \ge 1, \tag{8}$$

де h_t, h_t^{res} - деякі детерміновані функції часу, які визначають загальну тенденцію зміни відносного рівня цін, ε_t, ε_t^{res} - випадкові величини, не корельовані в часі, а також між собою. У початковий момент часу ціни є детермінованими: $\pi_0 = 1$, $\pi_0^{res} = 1$. Представлення цін на продукцію малого підприємства та на використовувані ресурси у вигляді (7), (8) дозволяє враховувати в розробленій моделі динаміки невизначеність ринкової кон'юнктури.

У подальшому будемо розглядати випадок, коли ціни на ресурси залишаються незмінними $\pi_t^{res} = 1$, тоді умова невід'ємності чистого прибутку матиме наступний вигляд: $\pi_t \ge c^*$, або з урахуванням (7)

$$\varepsilon_t \ge c^* - h_t\,. \tag{9}$$

У даному випадку коефіцієнт χ_t має вигляд:

$$\chi_t = \xi\cdot\varsigma_{t-1}^*\cdot f_0\cdot(1-\gamma)\cdot\left(h_t+\varepsilon_t^*-c^*\right), \tag{10}$$

де

$$\varepsilon_t^* = \begin{cases} \varepsilon_t, & якщо\ \varepsilon_t \ge c^* - h_t, \\ c^* - h_t, & якщо\ \varepsilon_t < c^* - h_t. \end{cases} \tag{11}$$

Використання у виразі (10) випадкових величин ε_t^*, які визначаються формулою (11), дає можливість врахувати в моделі той факт, що за від'ємного прибутку інвестиції за рахунок внутрішніх джерел не здійснюються: $\chi_t = 0$, коли $\varepsilon_t < c^* - h_t$.

Таким чином, за припущення щодо стохастичності цін рівняння (6) представлятиме собою стохастичну мультиплікативну модель.

Якщо виробничі фонди завжди використовуються в повному обсязі ($A_t = A_t^*$), то, враховуючи припущення про некорельованість випадкових величин ε_t, можна обчислити математичне сподівання і дисперсію відносних обсягів виробничих фондів A_t/A_0 і прибутку (збитків) F_t/A_0 малого підприємства:

$$M\left(\frac{A_t}{A_0}\right)=\left(1+\frac{I_0}{A_0}\right)\cdot\prod_{\tau=1}^{t}\left(1+M(\chi_\tau)\right), \tag{12}$$

$$M\left(\frac{F_t}{A_0}\right) = f_0 \cdot M\left((1-\gamma_t)\cdot(h_t+\varepsilon_t-c^*)\right)\cdot M\left(\frac{A^*_{t-1}}{A_0}\right), \tag{13}$$

$$D\left(\frac{A_t}{A_0}\right) = \left(1+\frac{I_0}{A_0}\right)^2 \cdot \left\{\prod_{\tau=1}^{t}\left(D(\chi_\tau)+M^2(1+\chi_\tau)\right) - \prod_{\tau=1}^{t}\left(M^2(1+\chi_\tau)\right)\right\}, \tag{14}$$

$$D\left(\frac{F_t}{A_0}\right) = f_0 \cdot D\left((1-\gamma_t)\cdot(h_t+\varepsilon_t-c^*)\right)\cdot D\left(\frac{A^*_{t-1}}{A_0}\right). \tag{15}$$

Тут $M(\bullet)$ - оператор математичного сподівання, $D(\bullet)$ - оператор дисперсії.

Припущення про повне використання виробничих фондів є природним, якщо підприємство завжди отримує прибуток, якщо ж підприємство отримує іноді збитки, логічно припустити, що при цьому воно скорочує обсяги виробництва, не використовуючи наявні виробничі фонди повністю. Тоді значення коефіцієнта використання виробничих фондів залежатиме вже від отримуваного підприємством чистого прибутку:

$$\varsigma^*_t = \begin{cases} 1, & \varepsilon_t \ge c^* - h_t, \\ \tilde{\varsigma}, & \varepsilon_t < c^* - h_t, \end{cases} \tag{16}$$

де $\tilde{\varsigma}$ - частка наявних виробничих фондів A^*_t, що використовуються для виробництва продукції у випадку від'ємного прибутку, $0 \le \tilde{\varsigma} \le 1$. У цьому разі застосування формул (12) – (15) для обчислення математичного сподівання та дисперсії відносних обсягів основних виробничих фондів та прибутку не буде коректним.

Введемо наступне позначення:

$$\Psi_t = \prod_{\tau=1}^{t}(1+\chi_\tau), \text{ для } t \ge 1;\ \Psi_0 = 1, \text{ для } t = 0. \tag{17}$$

Тоді відносні обсяги наявних виробничих фондів можна представити у вигляді:

$$\frac{A^*_t}{A_0} = \left(1+\frac{I_0}{A_0}\right)\cdot\Psi_t. \tag{18}$$

Для визначення математичного сподівання величини Ψ_t, яка є добутком залежних випадкових величин, необхідно спробувати представити її у вигляді суми добутків незалежних випадкових величин. З урахуванням (3) можна записати:

$$\begin{aligned}\Psi_t = \prod_{\tau=1}^{t-1}(1+\chi_\tau) + q\cdot\left(z_t+\varepsilon^*_t\right)\cdot\Bigg\{&\varsigma^*_{t-1}\cdot\prod_{\tau=1}^{t-2}(1+\chi_\tau) + \\ &+ Q_{t-1}\cdot\left[\varsigma^*_{t-2}\cdot\prod_{\tau=1}^{t-3}(1+\chi_\tau) + Q_{t-2}\cdot\left[\varsigma^*_{t-3}\cdot\prod_{\tau=1}^{t-4}(1+\chi_\tau) + \ldots + \right.\right. \\ &\left.\left. + Q_4\cdot\left[\varsigma^*_3\cdot\prod_{\tau=1}^{2}(1+\chi_\tau) + Q_3\cdot\left[\varsigma^*_2\cdot\prod_{\tau=1}^{1}(1+\chi_\tau) + Q_2\cdot\left(\varsigma^*_1 + Q_1\cdot\varsigma^*_0\right)\right]\right]\ldots\right]\right]\Bigg\},\end{aligned} \tag{19}$$

де $Q_t = q\cdot\left(z_t+\varepsilon^*_t\right)\cdot\varsigma^*_t$, $q = f_0\cdot(1-\gamma)\cdot\xi$, $z_t = h_t - c^*$.

Використовуючи наступні позначення: $Z_0 = \varsigma^*_0 = 1$, $Z_1 = \varsigma^*_1\cdot\Psi_0 + Q_1\cdot Z_0$, $Z_2 = \varsigma^*_2\cdot\Psi_1 + Q_2\cdot Z_1$, … , $Z_t = \varsigma^*_t\cdot\Psi_{t-1} + Q_t\cdot Z_{t-1}$, формулу (19) запишемо у вигляді $\Psi_t = \Psi_{t-1} + q\cdot\left(z_t+\varepsilon^*_t\right)\cdot Z_{t-1}$. Оскільки

коефіцієнт використання виробничих фондів ς_t^* приймає значення, відмінні від одиниці, тільки за від'ємного прибутку, коли $z_t + \varepsilon_t^* = 0$, то $Q_t = q \cdot \left(z_t + \varepsilon_t^*\right)$. Тоді маємо наступні рекурсивні формули для визначення Ψ_t $(t \geq 1)$:

$$\Psi_t = \Psi_{t-1} + Q_t \cdot Z_{t-1}, \tag{20}$$

$$Z_t = \varsigma_t^* \cdot \Psi_{t-1} + Q_t \cdot Z_{t-1}. \tag{21}$$

Для $t = 0$, $\Psi_0 = 1$, $Z_0 = 1$. Зазначимо, що у випадку, коли виробничі фонди завжди використовуються малим підприємством у повному обсязі, $\Psi_t = Z_t$.

Представлення величини Ψ_t у вигляді рекурсивної формули (20) дає можливість отримати вираз для її математичного сподівання:

$$M(\Psi_t) = M(\Psi_{t-1}) + M(Q_t) \cdot M(Z_{t-1}),\ t \geq 1,\ M(\Psi_0) = 1; \tag{22}$$

$$M(Z_t) = M\left(\varsigma_t^*\right) \cdot M(\Psi_{t-1}) + M(Q_t) \cdot M(Z_{t-1}),\ t \geq 1,\ M(Z_0) = 1; \tag{23}$$

$$M(Q_t) = q \cdot \left(z_t + M\left(\varepsilon_t^*\right)\right),\ t \geq 1. \tag{24}$$

Математичні сподівання відносних обсягів наявних виробничих фондів і чистого прибутку підприємства з урахуванням (22)-(24) можна записати так:

$$M\left(\frac{A_t^*}{A_0}\right) = \left(1 + \frac{I_0}{A_0}\right) \cdot M(\Psi_t). \tag{25}$$

$$M\left(\frac{F_t}{A_0}\right) = f_0 \cdot \left(1 + \frac{I_0}{A_0}\right) \cdot M\left((1-\gamma_t)(z_t + \varepsilon_t)\right) \cdot \left\{M\left(\varsigma_{t-1}^*\right) \cdot M(\Psi_{t-2}) + M\left(\varsigma_{t-1}^* \cdot Q_{t-1}\right) \cdot M(Z_{t-2})\right\},\quad t \geq 2,$$

$$M\left(\frac{F_1}{A_0}\right) = f_0 \cdot \left(1 + \frac{I_0}{A_0}\right) \cdot M\left((1-\gamma_1)(z_1 + \varepsilon_1)\right),\quad t = 1. \tag{26}$$

Розглянемо випадок, коли випадкові величини ε_t розподілені за нормальним законом. Для зручності будемо припускати (хоча дане припущення не є принциповим), що математичне сподівання цих випадкових величин дорівнює нулю, а дисперсія постійна: $M(\varepsilon_t) = 0$, $D(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$. Тоді щільність нормального розподілу буде такою: $p(x) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)$. Для нормального закону розподілу випадкової величини ε_t можна визначити ймовірність того, що в момент часу t мале підприємство отримає від'ємний прибуток (тобто збиток):

$$\Pr\left\{\varepsilon_t < c^* - h_t\right\} = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{c^* - h_t}{\sigma_\varepsilon}\right), \tag{27}$$

де $\Phi(\bullet)$ - функція Лапласа або «інтеграл ймовірностей»: $\Phi(x) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right) dx$.

Як бачимо з формули (27), ймовірність отримання малим підприємством збитків залежить від величини $c^* - h_t$, яка визначається параметрами діяльності малого підприємства та загальною тенденцією ринкової кон'юнктури, а також залежить від величини σ_ε, яка є характеристикою розподілу випадкової величини ε_t. Чим вище значення різниці $c^* - h_t$ (тобто чим нижчою є ефективність фінансової діяльності підприємства), тим більшою буде ймовірність отримання підприємством збитків. Якщо

$c^* - h_t \le 0$, то чим меншим буде значення σ_ε, тим меншим буде і значення дробу $\left(c^* - h_t\right)/\sigma_\varepsilon$, і, як наслідок, тим меншою буде ймовірність отримання збитків.

За зробленого припущення щодо нормальності закону розподілу випадкових величин ε_t можна отримати формули для обчислення математичного сподівання відносного обсягу виробничих фондів та прибутку (збитків) малого підприємства. У цьому разі математичні сподівання величини $\varepsilon_t^* = \max\left\{\varepsilon_t, c^* - h_t\right\}$ і дискретної величини ς_t^* обчислюються наступним чином [5]:

$$M\left(\varepsilon_t^*\right) = -z_t \cdot \int_{-\infty}^{-z_t} p(x)dx + \int_{-z_t}^{\infty} x \cdot p(x)dx = -z_t \cdot \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{-z_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\right) + \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(\frac{-z_t^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right). \tag{28}$$

$$M\left(\varsigma_t^*\right) = \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{z_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\right) + \xi \cdot \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{-z_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\right). \tag{29}$$

Підставивши (28), (29) у (24), після нескладних перетворень отримуємо:

$$M\left(Q_t\right) = q \cdot \left\{z_t \cdot \left(\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{z_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\right) + \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-z_t^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right)\right\}. \tag{30}$$

Маючи вираз (30) для математичного сподівання величини Q_t та враховуючи, що $M\left(\varsigma_t^* \cdot Q_t\right) = M\left(Q_t\right)$, можемо обчислити математичні сподівання відносних обсягів основних виробничих фондів та прибутку підприємства за формулами (25), (26).

Динаміка розвитку малого підприємства за постійної в часі детермінованої складової відносного рівня цін на вироблювану продукцію. Проаналізуємо динаміку малого підприємства на протязі T періодів часу ($T = 20$) у випадку, коли відносний рівень цін π_t змінюється тільки внаслідок їх випадкових коливань: $h_t = 1$**.** Для визначеності покладемо, що $\sigma_\varepsilon = 0{,}25$, крім того вважатимемо, що $\xi = 1$, $f_0 = 0{,}25$, $I_0 = 0$. Розглядатимемо граничний випадок, коли витрати підприємства на виробництво та реалізацію продукції складаються тільки з матеріальних витрат і витрат на оплату праці: $s_m + s_{zp} = 1$. У цьому разі структура витрат підприємства повністю характеризується часткою матеріальних витрат s_m.

По-перше, проаналізуємо ймовірність отримання підприємством збитків за різних значень структурних параметрів. У табл. 1 наведені значення ймовірності отримання підприємством збитків $\Pr\left\{\varepsilon_t < c^* - 1\right\}$, розраховані за формулою (27) для різних значень питомої собівартості c_0, різної структури витрат: $s_m = 0{,}95$, $s_m = 0{,}7$, $s_m = 0{,}3$, та для різних схем оподаткування (загальної - схема 1, та спрощених – схеми 2 і 3), що можуть обиратись малим підприємством. Зазначимо, що в таблиці не наведено результати розрахунків для випадків, коли $c^* > 1$, тобто для випадків, коли математичне сподівання прибутку є від'ємною величиною. Слід звернути увагу на те, що внаслідок незалежності між собою випадкових величин ε_t, ймовірність отримання збитків у момент часу t не залежить від того, збитки чи прибуток отримало підприємство в момент часу $(t-1)$. Таким чином, у випадку, що розглядається, наведені в табл. 1 ймовірності не залежать від моменту часу.

Як бачимо з табл. 1, ймовірність отримання підприємством збитків досить суттєво залежить від структури витрат та обраної схеми оподаткування. Згідно з [6], [7] вважатимемо, що коли ймовірність отримання збитків перевищує граничне значення 0,1, то ризик є вищим за мінімальний; коли перевищує граничне значення 0,3, то ризик є вищим за малий, (тобто середній ризик); 0,4 – ризик є вищим за середній, (тобто високий ризик); 0,6 – ризик максимальним. Проаналізуємо граничні значення питомої собівартості, за яких ймовірність отримання збитків відповідає ризику, вищому за мінімальний. Як показує аналіз табл. 1, коли застосовується загальна схема оподаткування, то за $s_m = 0{,}95$ граничне значення питомої собівартості $c_0^{кр} = 0{,}7$, за $s_m = 0{,}7$ - $c_0^{кр} = 0{,}6$ і за $s_m = 0{,}3$ - $c_0^{кр} = 0{,}5$. Коли застосовуються спрощені схеми оподаткування, то за $s_m = 0{,}95$ $c_0^{кр} = 0{,}65$, за $s_m = 0{,}7$ $c_0^{кр} = 0{,}6$ (схема

оподаткування 2) або $c_0^{кр} = 0{,}65$ (схема оподаткування 3), і так само за $s_m = 0{,}3$ $c_0^{кр} = 0{,}6$ (схема оподаткування 2) або $c_0^{кр} = 0{,}65$ (схема оподаткування 3).

Таблиця 1 – Ймовірність від'ємного прибутку

c_0	Розрахункові значення ймовірності отримання збитків $\Pr\{\varepsilon_t < c^* - 1\}$								
	$s_m = 0{,}95$			$s_m = 0{,}7$			$s_m = 0{,}3$		
	схема 1	схема 2	схема 3	схема 1	схема 2	схема 3	схема 1	схема 2	схема 3
0,9	**0,388**	**0,467**	-	-	-	-	-	-	-
0,85	**0,312**	**0,382**	**0,412**	-	**0,454**	**0,412**	-	-	**0,412**
0,8	**0,243**	**0,302**	**0,328**	**0,429**	**0,365**	**0,328**	-	**0,473**	**0,328**
0,75	**0,183**	**0,231**	**0,252**	**0,338**	**0,283**	**0,252**	-	**0,377**	**0,252**
0,7	**0,134**	**0,170**	**0,187**	**0,256**	**0,211**	**0,187**	-	**0,288**	**0,187**
0,65	0,094	**0,121**	**0,133**	**0,185**	**0,151**	**0,133**	**0,412**	**0,210**	**0,133**
0,6	0,064	0,083	0,091	**0,128**	**0,104**	0,091	**0,304**	**0,146**	0,091
0,55	0,042	0,054	0,060	0,085	0,068	0,060	**0,211**	0,097	0,060
0,5	0,026	0,034	0,038	0,054	0,043	0,038	**0,137**	0,061	0,038
0,45	0,016	0,021	0,023	0,032	0,026	0,023	0,083	0,037	0,023
0,4	0,009	0,012	0,013	0,018	0,015	0,013	0,047	0,021	0,013

Чим більша частка витрат підприємства припадає на заробітну плату, тим більш ризикованою є його діяльність. Так, за загальною схемою оподаткування у випадку, коли $s_m = 0{,}3$, високий рівень ризику матиме місце навіть за $c_0 = 0{,}65$, а середній рівень ризику матиме місце за $c_0 = 0{,}6$, водночас у випадку, коли $s_m = 0{,}95$, середній рівень ризику матиме місце лише за $c_0 \geq 0{,}85$. Як можна бачити з табл. 1, застосування спрощених систем оподаткування в багатьох випадках дозволяє суттєво знизити ризик діяльності малого підприємства, але слід зазначити, що коли $s_m = 0{,}95$, то ризик буде трохи вищим за спрощеними системами оподаткування, ніж за загальною системою.

Проаналізуємо математичні сподівання відносних обсягів виробничих фондів $M\left(A_T^* / A_0\right)$ наприкінці періоду, що розглядається. У табл. 2 наведено розрахункові значення $M\left(A_T^* / A_0\right)$ для випадку, коли виробничі фонди завжди використовуються повністю, та для випадку, коли за від'ємного прибутку використання виробничих фондів скорочується: $\xi = 0{,}25$. Розрахунки виконано для різних значень c_0 і s_m та для різних схем оподаткування. Зазначимо, що за від'ємності математичного сподівання чистого прибутку $M\left(F_t / A_0\right) < 0$ розрахункові значення $M\left(A_T^* / A_0\right)$ у таблиці не наводились.

Як показує аналіз табл. 2, у випадку застосування підприємством загальної схеми оподаткування зростання відносних обсягів основних виробничих фондів за однакових значень питомих витрат c_0 буде найбільш суттєвим за великої частки матеріальних витрат, коли $s_m = 0{,}95$. За високих значень c_0, коли $s_m = 0{,}30$, податкове навантаження на підприємство є досить значним, і підприємство майже не розвиватиметься. Водночас застосування спрощених схем оподаткування може суттєво «виправити» таку ситуацію.

З табл. 2 можна побачити, що коли виробничі фонди завжди використовуються в повному обсязі, підприємство розвивається більш інтенсивно, проте на практиці більш реалістичним є випадок, коли за від'ємного прибутку підприємство скорочує обсяги виробництва, і таким чином за середнього та високого ризику отримання збитків підприємство суттєво сповільнює свій розвиток.

Таблиця 2 – Математичні сподівання відносних обсягів виробничих фондів $M\left(A_T^* / A_0\right)$

c_0	Розрахункові значення $M\left(A_T^* / A_0\right)$								
	$s_m = 0{,}95$			$s_m = 0{,}7$			$s_m = 0{,}3$		
	схема 1	схема 2	схема 3	схема 1	схема 2	схема 3	схема 1	схема 2	схема 3
	Виробничі фонди не завжди використовуються повністю: $\tilde{\varsigma} = 0{,}25$								
0,9	1,37	1,33	-	-	-	-	-	-	-
0,8	1,71	1,71	1,76	1,31	1,53	1,76	-	1,32	1,76
0,7	2,27	2,39	2,59	1,67	2,11	2,59	-	1,76	2,59
0,6	3,09	3,53	4,07	2,31	3,14	4,07	1,54	2,61	4,07
0,5	4,22	5,28	6,53	3,30	4,78	6,53	2,24	4,08	6,53
0,4	5,74	7,85	10,40	4,74	7,27	10,40	3,47	6,41	10,40
	Виробничі фонди завжди використовуються повністю $\tilde{\varsigma} = 1$								
0,9	1,54	1,53	-	-	-	-	-	-	-
0,8	1,91	1,96	2,07	1,47	1,76	2,07	-	1,52	2,07
0,7	2,46	2,68	2,96	1,86	2,39	2,96	-	2,02	2,96
0,6	3,24	3,79	4,44	2,50	3,41	4,44	1,72	2,89	4,44
0,5	4,33	5,48	6,83	3,45	5,00	6,83	2,43	4,32	6,83
0,4	5,80	7,97	10,59	4,83	7,40	10,59	3,60	6,57	10,59

Динаміка розвитку малого підприємства за несприятливої ринкової кон'юнктури. Розглянемо тепер динаміку малого підприємства у випадку, коли детермінована складова h_t відносного рівня цін є лінійно спадаючою функцією: $h_t = 1 - \pi \cdot t$, та для визначеності покладемо, що $\pi = 0{,}0125$. Як і раніше вважатимемо, що $T = 20$, $\sigma_\varepsilon = 0{,}25$, $\xi_t \equiv 1$, $f_0 = 0{,}25$, $I_0 = 0$, $s_m + s_{zp} = 1$. Динаміку підприємства проаналізуємо на прикладі, коли $c_0 = 0{,}65$, $s_m = 0{,}7$.

На відміну від випадку, коли $h_t = 1$, за лінійно спадаючих цін ймовірність отримання збитків вже не буде постійною, а змінюватиметься протягом часу. На рис. 1 показано динаміку ймовірності від'ємного прибутку $\Pr\{\varepsilon_t < -z_t\}$ за несприятливої ринкової кон'юнктури для різних схем оподаткування, які позначені на рисунку відповідними цифрами.

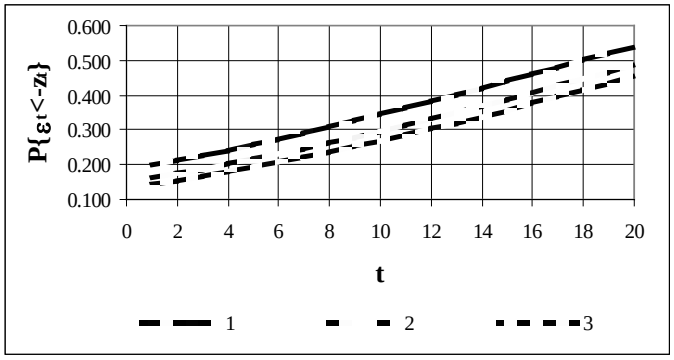
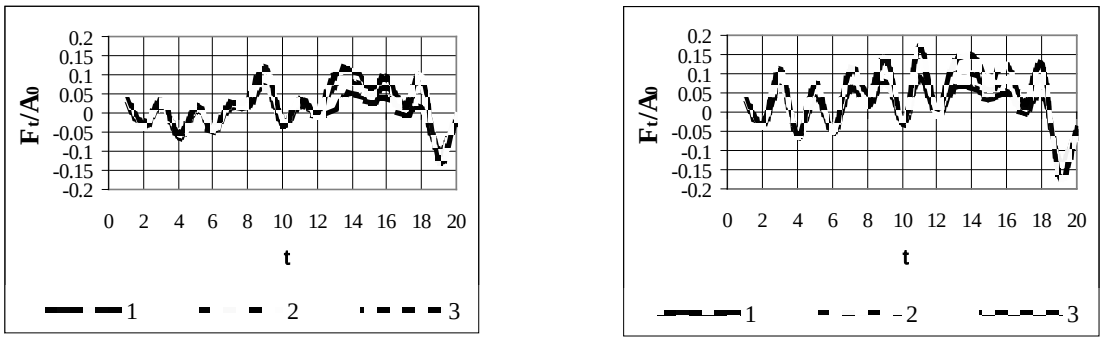


Рис. 1. Динаміка ймовірності від'ємного прибутку $\Pr\{\varepsilon_t < -z_t\}$ за несприятливої ринкової кон'юнктури

Як бачимо з рис. 1, якщо на початку розглядуваного періоду часу ризик отримання збитків малий, то в кінці періоду часу, що розглядається, ризик збитків вже високий.

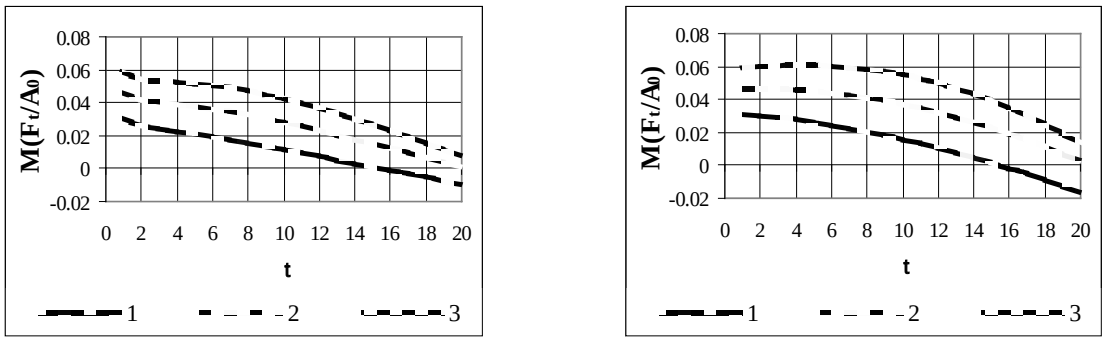
На рис. 2 проілюстровано динаміку відносного прибутку (збитків) F_t / A_0 малого підприємства для випадку, коли виробничі фонди завжди використовуються повністю: $\tilde{\varsigma} = 1$ (рис. 2, а), та для випадку, коли за від'ємного прибутку використання виробничих фондів скорочується: $\tilde{\varsigma} = 0{,}25$ (рис. 2, б).

Значення випадкової величини ε_t згенеровано за допомогою системи MATLAB (значення ε_t обирались випадково з нормального розподілу з нульовим математичним сподіванням та $\sigma_\varepsilon = 0{,}25$). На рис. 3 показано динаміку математичних сподівань відносного прибутку (збитків) $M(F_t / A_0)$ для аналогічних випадків, коли $\xi = 1$ (рис. 3, а) та коли $\xi = 0{,}25$ (рис. 3, б). Лінії на рис. 2-3 відповідають схемам оподаткування.



а) $\xi = 0{,}25$ б) $\xi = 1$

Рис. 2. Динаміка відносного прибутку (збитків) F_t / A_0 за несприятливої ринкової кон'юнктури

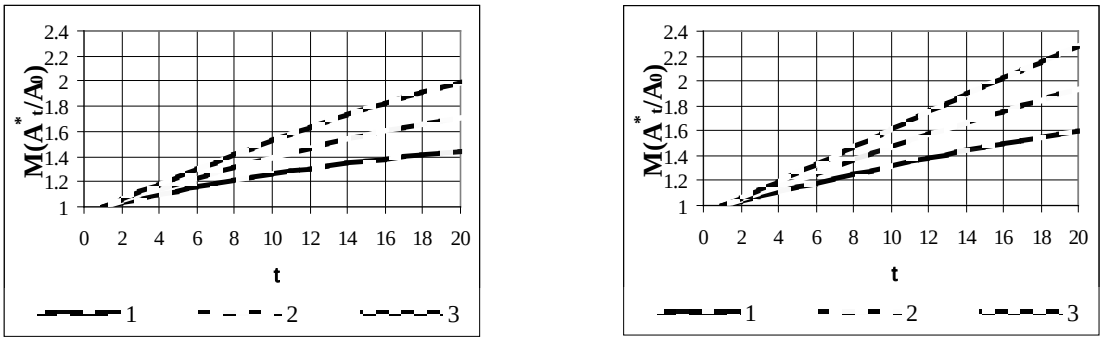


а) $\xi = 0{,}25$ б) $\xi = 1$

Рис. 3. Динаміка сподіваного відносного прибутку (збитків) $M(F_t / A_0)$ за несприятливої ринкової кон'юнктури

Аналіз рис. 2 показує, що в умовах несприятливої ринкової кон'юнктури за рахунок часткового скорочення випуску продукції при одержанні збитків підприємству вдається знизити волатильність отримуваного відносного прибутку F_t / A_0, а також знизити обсяг отримуваних відносних збитків, водночас доти математичне сподівання прибутку не стане від'ємним, його величина буде вище, якщо підприємство завжди використовуватимемо виробничі фонди в повному обсязі.

На рис. 4 наведено динаміку математичних сподівань відносних обсягів виробничих фондів $M(A_T^* / A_0)$ малого підприємства для випадку, коли $\xi = 1$ (рис. 4, а), та для випадку, коли: $\xi = 0{,}25$ (рис. 4, б).



а) $\xi = 0{,}25$ б) $\xi = 1$

Рис. 4. Динаміка сподіваних відносних обсягів виробничих фондів $M(A_T^* / A_0)$ за несприятливої ринкової кон'юнктури

З рис. 4 можна бачити, що за несприятливої ринкової кон'юнктури ($h_t = 1 - \pi \cdot t$), як і у випадку постійної в часі детермінованої складової відносного рівня цін на вироблювану продукцію ($h_t = 1$), більш інтенсивно підприємство розвиватиметься, якщо завжди повністю використовуватимете наявні виробничі фонди, але ж така поведінка підприємства є менш реалістичною, ніж коли підприємство скорочує обсяг виробництва за отримання збитків.

ВИСНОВКИ

Таким чином, розроблено дискретну модель динаміки малого підприємства в умовах невизначеності ринкового середовища, яка дозволяє досліджувати внутрішні та зовнішні фактори розвитку вітчизняного малого підприємства та аналізувати ефективність його державної підтримки. Модель враховує особливості функціонування підприємства за тимчасового отримання збитків, зокрема враховує можливість скорочення випуску продукції за неповного використання виробничих фондів. Як показав проведений аналіз, розвиток підприємства в цьому випадку суттєво відрізняється від випадку, коли фонди завжди використовуються повністю: у цьому разі виробничі фонди нарощуються суттєво повільнішими темпами, водночас в умовах несприятливої ринкової кон'юнктури за рахунок часткового скорочення випуску продукції при одержанні збитків підприємству вдається знизити волатильність отримуваного прибутку, а також знизити обсяг отримуваних збитків. Така стратегія підприємства виглядає більш реалістичною. За несприятливої кон'юнктури, пов'язаної з тимчасовими факторами, підприємець може таким чином мінімізувати тимчасові збитки, зберегти власну справу та в подальшому нарощувати ефективність виробництва.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хачатрян С. Р. Методы и модели решения экономических задач : учеб. пособ. / С. Р. Хачатрян, М. В. Пинегина, В. П. Буянов. — М. : «Экзамен», 2005. — 384 с.
2. Піскунова О. В. Моделювання розвитку малого підприємства за різних станів ринкової кон'юнктури / О. В. Піскунова // Моделювання та інформаційні системи в економіці : зб. наук. праць. — К. : КНЕУ, 2009. — Вип. 80. — С. 276—292.
3. Піскунова О. В. Моделювання розвитку малого підприємства за різних форм державної фінансової підтримки / О. В. Піскунова // Фінанси України. — 2010. — № 8. — С. 115—124.
4. Податковий кодекс України / Голос України. — №№ 229—230 (4979—4980). — 2010. — 4 груд.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерное приложение : учеб. пособ. для втузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — М. : Высш. шк., 2000. — 480 с.
6. Лапуста М. Г. Риски в предпринимательской деятельности / М. Г. Лапуста, Л. Г. Шаршукова. — М. : Финансы и статистика, 1998. — 512 с.
7. Машина Н. І. Економічний ризик і методи його вимірювання : навч. посіб. / Н. І. Машина. — К. : Центр навчальної літератури, 2003. — 188 с.
8. Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємництві : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. — К. : КНЕУ, 2004. — 480 с.

УДК 519.8, 330.4

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ ПЛАНУВАННЯ РОБІТ РЕМОНТНО-БУДІВЕЛЬНИХ ОРГАНІЗАЦІЙ

Чуб О.І., аспірант

Харківський національний університет радіоелектроніки

У роботі проведено аналіз існуючих математичних моделей та методів розв'язання задач розподілу ресурсів. Пропонується оптимізаційна модель планування робіт ремонтно-будівельних організацій житлово-комунальної галузі за умови жорсткої обмеженості наявних ресурсів. Використовується апарат теорії оптимізаційного геометричного проектування. У моделі кожна робота розглядається як геометричний об'єкт складної просторової форми – складений паралелепіпед.

Ключові слова: математична модель, планування робіт, оптимальний план використання ресурсів, теорія оптимізаційного геометричного проектування.