

Електронне наукове фахове видання "Ефективна економіка" включено до переліку наукових фахових видань України з питань економіки (Наказ Міністерства освіти і науки України від 29.12.2014 № 1528)

Ефективна
ЕКОНОМІКА



Дніпровський державний
аграрно-економічний
університет



Видавництво ТОВ «ДКС-центр»



Ефективна економіка № 12, 2012

УДК 330.51

Ю. В. Ігнатова,
старший викладач кафедри економіко-математичного моделювання,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет ім. Вадима Гетьмана

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕРОЗПОДІЛУ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОЇ ПРОДУКЦІЇ ДЛЯ КІНЦЕВИХ СПОЖИВАЧІВ

A design of agricultural production's redistribution for end-users

В статті розглядається підхід, який формує економіко-математичну модель розподілу сільськогосподарської продукції серед кінцевих пунктів споживання. В якості інструменту для отримання числових характеристик апробації моделі пропонується прикладне програмне забезпечення формування оптимізаційних планів діяльності та розвитку сільськогосподарських підприємств,

Approach which forms the economic-mathematical model distribution of agricultural production among the eventual points of consumption is examined in the article. As an instrument for the receipt of numerical descriptions of approbation a model application software is offered. This software forms the optimization plans of activity and development of agricultural enterprises.

Ключові слова: Економіко-математична модель, однорідні регулярні ланцюги Маркова, пакет прикладних програм формування числових значень результатів моделювання.

Keywords: Economic-mathematical model, homogeneous regular chains of Markov, application of forming of numerical values of design results package.

Вступ.. Більшість економічних процесів виробництва, постачання, експлуатації, споживання і розподілу в суб'єктах

господарювання протікають в часі і просторі та носять випадковий характер. Тому природно в якості їх математичних залежностей відображати випадкові події впливу на стаціонарні характеристики цих процесів. Розглянемо процес моделювання перерозподілу сільськогосподарської продукції для кінцевих споживачів господарчої системи на прикладі агропромислового підприємства, основним видом діяльності якого є закупівля та подальший продаж сільськогосподарської продукції в N-пунктах. При цьому виникає задача досягнення оптимального розподілу продукції між цими пунктами при мінімальних витратах. Враховуючи, що попит на сільськогосподарську продукцію є випадковою величиною, то обсяг закупівель і подальший перерозподіл цієї продукції між N-кінцевими пунктами також носить ймовірнісний характер. Таким чином, можна стверджувати, що процес перерозподілу сільськогосподарської продукції буде мати стохастичний характер.

Неупереджений і критичний погляд на праці науковців останнього часу, наприклад, [1-3] та літературні джерела в них, привертає увагу до ефективного використання теорії випадкових процесів при розв’язку такого класу задач. Адже теорія випадкових процесів в повній мірі враховує головний фактор - випадковість, що супроводжує будь-який економічний процес. Таким чином, для опису процесу моделювання перерозподілу сільськогосподарської продукції між кінцевими пунктами споживання і отримання ефективних характеристик моделювання скористаємось відповідними інструментами, а саме однорідними регулярними ланцюгами Маркова.

Постановка завдання. Нехай існує економічна система з кінцевим числом станів $S = \{1, 2, \dots, N\}$, де кожний стан є кінцевим пунктом постачання. Функціонування такої системи описується дискретними ланцюгами Маркова з матрицею ймовірностей переходу $\pi = (p_{ij}(t))$, $i, j = \overline{1, N}$. Ймовірності переходу зі стану ω_i в стан ω_j в момент часу t позначатимемо через $p_{ij}(t)$. Повна ймовірнісна картина всіх можливих переходів систем із одного стану в інший за умови, що число всіх станів дорівнює N в момент часу t , безпосередньо описується матрицею ймовірностей переходу

$$\pi(t) = \begin{pmatrix} p_{11}(t) & p_{12}(t) & \dots & p_{1N}(t) \\ p_{21}(t) & p_{22}(t) & \dots & p_{2N}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{N1}(t) & p_{N2}(t) & \dots & p_{NN}(t) \end{pmatrix}.$$

$\pi(t)$ - матриця однокрокового переходу системи з одного стану в інший в момент часу t . Слід розглянути випадок, коли умовні ймовірності $p_{ij}(t)$ не залежать від часу t , тобто $p_{ij}(t) = p_{ij}$ і тоді матриця однокрокового переходу набуде вигляду

$$\pi = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix}.$$

Перехід системи із стану ω_i в стан ω_j , який здійснюється із ймовірністю p_{ij} , супроводжується витратами g_{ij} . Ці витрати можуть бути додатними (система одержує дохід), дорівнювати 0 та набувати від’ємних значень (система має збитки). Сукупність усіх g_{ij} утворює $(N \times N)$ - матрицю однокрокового доходу/витрат $R = (g_{ij})$. Дохід (або витрати), який система може отримати за n кроків, є випадковою величиною із розподілом ймовірностей і обумовленим ймовірнісними зв’язками ланцюга. Математичне сподівання цієї випадкової величини і буде складати повний очікуваний дохід (або повні очікувані витрати) за n кроків.

Нехай система перебуває в стані i та планує функціонувати n кроків (наприклад, n тижнів). Позначимо повний очікуваний дохід при цих умовах – $v_i(n)$; він може бути отриманий наступним чином: на першому кроці – перехід з i -го в j -й стан (із ймовірністю p_{ij}), система одержить дохід g_{ij} , а за $(n - 1)$ кроків, що залишилися, вона одержить дохід, рівний $v_j(n - 1)$. Отже, повний очікуваний дохід за n кроків при цій умові буде дорівнюватися $g_{ij} + v_j(n - 1)$, що дозволяє скористатися формулою повного математичного сподівання й записати рекурентне співвідношення

$$v_i(n) = \sum_{j=1}^N g_{ij} p_{ij} + \sum_{j=1}^N v_j(n-1) p_{ij} \quad \text{або} \quad v_i(n) = g_i + \sum_{j=1}^N v_j(n-1) p_{ij},$$

де $g_i = \sum_{j=1}^N g_{ij} p_{ij}$ - середній однокроковий дохід, який отримується при переході системи з i -го стану в j -й. Оскільки наведені рівняння виконуються для усіх $i = \overline{1, N}$, то останнє рівняння можна записати у векторно-матричній формі

$$\vec{v}(n) = \vec{g} + \pi \vec{v}(n-1) \tag{1}$$

Згідно з [2, с. 104], стохастичну математичну модель можна представити у вигляді

$$\vec{v}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} \pi^k \vec{g} + \pi^N \vec{v}(0), \tag{2}$$

де $\vec{v}(0)$ - очікувана вартість в разі, якщо система здійснила 0 кроків.
Модель (2) описує роботу системи, в якій не допускається жодних альтернатив.
А зараз розглянемо альтернативне рішення, яке стосується поводження системи в динаміці. Наприклад, якщо система має N станів, то в процесі її функціонування можна змінювати ймовірності переходів системи з одного стану до будь-якого іншого, тобто елементи матриці π , збільшуючи або зменшуючи відповідні елементи матриці вартостей R. Тобто, альтернативні рішення здійснюються шляхом зміни елементів матриці однокрокового переходу r_{ij} та відповідних їм елементів матриці вартостей R. Тепер $v_i(n)$ – це мінімально очікувані витрати за n кроків за умови, що система перебувала в цей момент часу у стані ω_i , а на кожному наступному кроці вибирається оптимальний варіант. Отже, стосовно [2,с.105] маємо

$$v_i(n) = \min(k) \sum_{j=1}^N p_{ij}(r_{ij}^k + v_j(n-1)), i = \overline{1, N} \tag{3}$$

Символ “**min**” означає, що мінімізація виконується на множині альтернативних рішень $k, k = 1, 2, \dots$ У векторно-матричній формі модель (3) можна записати так

$$\vec{v}(n) = \min(k)(\vec{g}^{(k)} + \pi^{(k)}\vec{v}(n-1)) \tag{4}$$

Основні результати. У зв’язку із складністю процесів, що досліджуються, і для отримання числових значень за результатами моделювання, вимагається застосування відповідного програмного забезпечення. На жаль, для класу запропонованих моделей не існує стандартних програмних засобів їх реалізації, що спонукає виконання розробки специфічного програмного забезпечення для конкретних випадкових процесів.
В даному випадку в якості програмного продукту для запропонованої моделі використовується прикладний програмний комплекс “Grain” (Пакет прикладних програм “GRAIN”розроблений Лошинським Б.О. в середовищі розробки Eclipse мовою JDK версії 1.6.), який виконує певні схеми формування та обчислення числових параметрів економіко-математичної моделі оцінювання ефективності сільськогосподарського виробництва.
Пакет прикладних програм представлено у вигляді двох структурних модулів:
- модуля, в якому безпосередньо реалізується схема обчислень моделей (2) та (3);
- модуля, що містить:
1. Форму введення вхідних даних в меню “Початкових даних” (рис. 1) та меню “Розподілу продукції” (рис. 2).
2. Форму вихідних даних у вигляді таблиць та графіків в меню “Результатів розрахунку” (рис. 3).

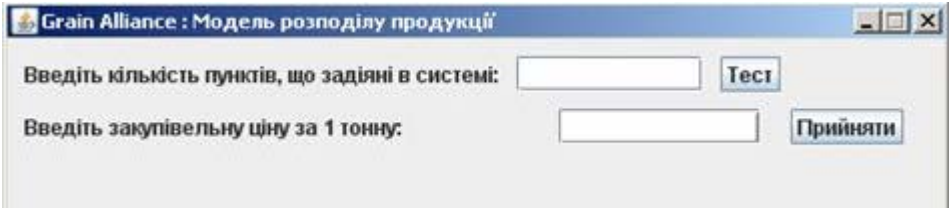


Рис. 1. Головний інтерфейс

Заповніть матрицю розподілу продукції:

пункт:1,1	0	пункт:2,1	0	пункт:3,1	0	пункт:4,1	0
пункт:1,2	0	пункт:2,2	0	пункт:3,2	0	пункт:4,2	0
пункт:1,3	0	пункт:2,3	0	пункт:3,3	0	пункт:4,3	0
пункт:1,4	0	пункт:2,4	0	пункт:3,4	0	пункт:4,4	0

Перерахуйте через кому пункти з поглинаючими станами:

Встановіть очікувану вартість для 0-го кроку системи:

пункт:1,1	0	пункт:2,1	0	пункт:3,1	0	пункт:4,1	0
-----------	---	-----------	---	-----------	---	-----------	---

Рис. 2. Меню початкових даних

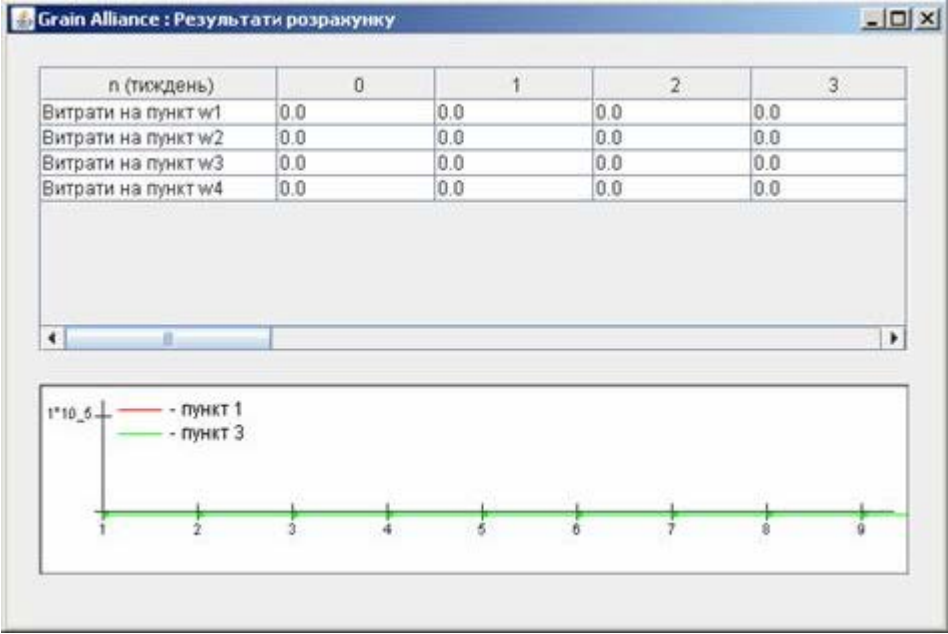


Рис. 3. Меню результатів розрахунку

Структурно програмне середовище містить у собі головний модуль “Grain Alliance - Distribution Model JRE7.bat”, який організує зв’язок з іншими класами, містить введені значення констант, типи змінних, оголошення глобальних змінних, а крім цього в модулі здійснюється розрахунки додаткових величин - матриці ймовірностей, матриці вартостей, значення величини прибутку та обчислення параметрів моделі, клас виведення коефіцієнтів моделі.

Із врахуванням вищесказаного, реалізацію одержаної стохастичної моделі виконаємо на наступному прикладі. Розглянемо підприємство, яке закупає соняшник і потім реалізує його на чотирьох точках $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$.

Закупівельна ціна на соняшник станом на 04.01.2012 становить 3500грн/т [4]. Відомо, що ціни змінюються 1 раз на тиждень (1 крок - 1 тиждень).

Підприємство планує:

- в пункт ω_1 поставити 15 т соняшника;
- в пункт ω_2 поставити 20 т соняшника;
- в пункт ω_3 поставити 40 т соняшника;
- в пункт ω_4 поставити 25 т соняшника;

Причому, в залежності від попиту, якщо, наприклад, в пункті ω_1 буде не вистачати продукції, то з пункту ω_2 можна бути додати в пункт ω_1 5 т соняшника. Аналогічно в пункт ω_3 можна додати 1 т, а в ω_4 - 10 т.

В тому випадку, якщо, наприклад, в пункті ω_1 буде не вистачати продукції, то з пункту ω_3 можна додати в пункт ω_1 10 т

соняшника. Аналогічно в пункт w_2 можна додати 15 т, а в w_4 - 10 т.

В тому випадку, якщо, наприклад, в пункті w_1 буде не вистачати продукції, то з пункту w_4 можна додати в пункт w_1 5 т соняшника. Аналогічно в пункт w_2 можна додати 5 т, а в w_4 - 5 т.

Отже, маємо такий розподіл продукції (в тонах):

$w_{11} = 15, w_{12} = 20, w_{13} = 40, w_{14} = 25, w_{21} = 5, w_{22} = 4, w_{23} = 1, w_{24} = 10;$

$w_{31} = 10, w_{32} = 15, w_{33} = 5, w_{34} = 10; w_{41} = 5, w_{42} = 5, w_{43} = 5, w_{44} = 10.$

Тепер розглянемо альтернативне рішення. Так як підприємство планує поставити не менше 40 т продукції в пункт w_3 , то очевидно, що перерозподіл продукції з w_3 в інші пункти неможливий, а отже w_3 - поглинаючий стан.

Отже, введемо вхідну інформацію в меню початкових даних ППП "GRAIN" (рис.4). Результати розрахунків зображено на рис.5 та рис.6.

Grain Alliance : Модель розподілу продукції

Введіть кількість пунктів, що задіяні в системі:

Введіть закупівельну ціну за 1 тону:

Заповніть матрицю розподілу продукції:

пункт:1,1	15	пункт:2,1	5	пункт:3,1	10	пункт:4,1	5
пункт:1,2	20	пункт:2,2	4	пункт:3,2	15	пункт:4,2	5
пункт:1,3	40	пункт:2,3	1	пункт:3,3	5	пункт:4,3	5
пункт:1,4	25	пункт:2,4	10	пункт:3,4	10	пункт:4,4	10

Перерахуйте через кому пункти з поглинаючими станами:

Встановіть очікувану вартість для 0-го кроку системи:

пункт:1,1	0	пункт:2,1	0	пункт:3,1	0	пункт:4,1	0
-----------	---	-----------	---	-----------	---	-----------	---

Рис. 4. Меню початкових даних

Grain Alliance : Результати розрахунку

n (тиждень)	0	1	2	3
Витрати на пункт w1	99750.0	127208.0	150048.0	168724.0
Витрати на пункт w2	24850.0	67183.0	100399.0	127340.0
Витрати на пункт w3	3500.0	7000.0	10500.0	14000.0
Витрати на пункт w4	24500.0	59920.0	88746.0	112188.0

Рис. 5. Результати розрахунку програми у табличній формі

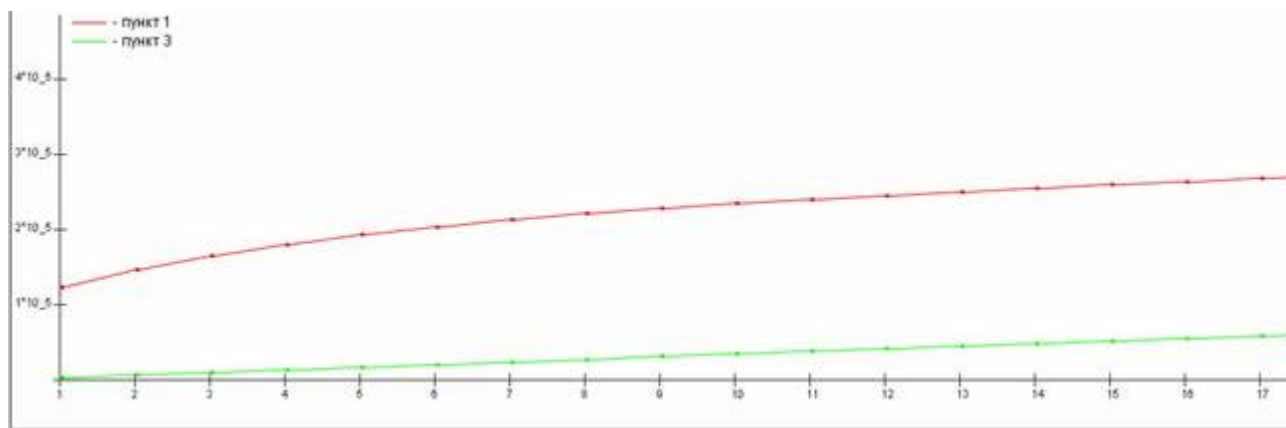


Рис. 6. Результати розрахунку програми у графічній формі

Висновки. На основі проведеного дослідження моделі та результатів моделювання, що сформовані на рис.5 та на рис. 6, можна зробити висновки: найбільшу потужність по реалізації соняшника за 7 тижнів має пункт $\omega_1 = \frac{329326.1}{3500} = 94$ т і він же має відповідно найбільшу закупівельну вартість поставок; найменшу потужність по реалізації соняшника за 7 тижнів має пункт $\omega_3 = \frac{255633.1}{3500} = 73$ т і відповідно найменшу закупівельну вартість поставок; потужність по реалізації соняшника за 7 тижнів в пунктах $\omega_2 = \frac{262421}{3500} = 75$ т, $\omega_4 = \frac{258136.1}{3500} = 74$ т; при збільшенні числа кроків n (тижнів) закупівельні вартості поставок соняшника до в кінцевих пунктів постачання збільшуються, а об'єми реалізації поступово вирівнюються; оскільки найбільших витрат потребує пункт ω_1 , а найменших - ω_3 в який попадають ω_1 та ω_4 , отримаємо коридор вартості поставок соняшника до пунктів реалізації; виходячи з одержаних результатів можна варіювати кількість пунктів реалізації продукції та закупівельну вартість (витрати) в межах одержаного коридору.

Для одержання результатів моделювання був розроблений і запропонований пакет прикладних програм "GRAIN", який надав можливість за вхідними даними формувати числові результати економіко-математичної моделі розподілу сільськогосподарської продукції між кінцевими пунктами споживання та отримувати оптимальне рішення, за вимогою користувача формувати вихідні таблиці відповідної структури, вносити зміни в обмеження діяльності підприємства.

ЛІТЕРАТУРА

1. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. 2-е изд., доп.—М.:Наука. Физматлит, 1996.—400с.
2. Жлуктенко В.І., Бегун А.В. Стохастичні процеси в економіці: Монографія.—К.:КНЕУ, 2005.—352с.
3. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І., Савіна С. С. Стохастичні процеси та моделі в економіці, соціології, екології: Навч. посібник. — К.: КНЕУ, 2002. — 226 с.
4. <http://zernoua.info/index.php?action=prices&categoryid=8&archive>

Стаття надійшла до редакції 19.12.2012р.



ТОВ "ДКС Центр"

[Брошу](#)