

Т.О. Зінкевич, к.е.н., доцент кафедри корпоративних фінансів і контролінгу,
В.П. Лісовська, канд. фіз. — мат. наук, доцент кафедри вищої математики,
В.Д. Стасюк, к.пед.н, доцент кафедри вищої математики,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

Tetyana Zinkevych, Ph.D., assistant professor of corporate finance and controlling
Valentyna Lisovska, Ph.D., assistant professor of Higher mathematics
Varvara Stasiuk, Ph.D., assistant professor of Higher mathematics
SHEE «Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman»

ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕЯКИХ МОДЕЛЕЙ СПОЖИВЧОГО ВИБОРУ

RESEARCH OF SOME MODELS OF CONSUMER CHOICE

Анотація. У статті досліджена функцію споживчої корисності при стандартному бюджетному обмеженні, вивчається приклад споживчого вибору товарів першої потреби і товарів розкоші, досліджується питання про те, чи буде попит на товари першої потреби обмеженим, якщо дохід прямує до нескінченності. Основою споживчого вибору покупця є його переваги. Вибір споживача визначається як його перевагами, так і ціною обраної продукції, а також його доходом. При цьому припускається, що такий вибір приносить покупцеві найбільшу корисність в умовах бюджетного обмеження.

Для опису зміни структури харчування запропоновано модифіковану функцію споживчої корисності Р. Стоуна. У даній роботі знаходяться функції попиту, що максимізують функцію корисності при певному бюджетному обмеженні. Показано, що попит на перший товар із зростанням доходу зростає, тобто перший товар є нормальним.

Розглянуто питання про те, як змінюється попит на перший товар при зміні його ціни. Доведено, що перший товар є товаром Гіффена, оскільки з ростом ціни попит на нього зростає і, відповідно, падає зі зниженням ціни.

В даній роботі розглянуто як модель споживчого вибору, що характеризує особливості оптимального вибору споживача в різних ситуаціях, так і модифікована модель Стоуна. При цьому вважаємо, що один товар дешевше іншого. Зокрема, вивчається питання про те, чи є вказані товари взаємозамінними (взаємодоповнювальними), чи нормальними (цінними або малоцінними) або товарами Гіффена. Зокрема, розглядається споживчий набір із двох товарів. Доведено, що якщо дохід прямує до нескінченності, то попит на товари першої потреби є обмеженим і прямує до сталої величини, а попит на товари розкоші необмежено зростає.

У роботі показано, що перший товар є “товаром першої необхідності”, а другий товар — “товаром розкоші”.

Розглядаються приклади споживчого вибору в просторі двох товарів при корисностях, що задаються певними функціями. Знаходяться функції попиту, що максимізують функції корисності при заданому бюджетному обмеженні. З'ясовується, чи залежить попит на кожний товар від зміни цін на інші товари. Доведено співвідношення, яке означає, що в точці дотику бюджетної прямої до її кривої байдужості, нахили (кутові коефіцієнти) ліній (кривої байдужості та бюджетної прямої) однакові. Показано, що попит на перший товар не залежить від ціни на другий товар, а попит на другий товар залежить від ціни на перший товар. Ключові слова: функція споживчої корисності, функція попиту для товарів першої необхідності та розкоші, взаємодоповнювальні товари, модифікована модель Стоуна.

Summary. The article examines the consumer utility function, which characterizes the features of the optimal choice under the standard budget constraint, examines the example of consumer choice of essential goods and luxury goods, examines whether the demand for essential goods will be limited if income tends to infinity. The basis of consumer choice of the buyer are its advantages. Consumer choice is determined by both its benefits and the price of the selected product, as well as its income. In this case, it is assumed that such a choice brings the buyer the greatest benefit in terms of budget constraints.

To describe the change in the structure of food proposed a modified function of consumer preferences R. Stone. In this paper, there are demand functions that maximize the utility function with some budget constraint. It is shown that the demand for the first product from the increase in income increases, that is, the first product is normal. The question of how the demand for the first product changes when its price changes. It is proved that the first product is a product of Giffen, as with the growth of prices, the demand for it increases and, accordingly, decreases with a decrease in price.

In this paper, we consider both the consumer choice model, which characterizes the peculiarities of the optimal consumer choice in different situations, and the modified Stone model. At the same time, we consider that one product is cheaper than another is. In particular, the question is being studied of whether these goods are interchangeable (complementary), or normal (valuable or low value), or Giffen's goods. In particular, the consumer set of two products is considered. It is proved that if income tends to infinity, then the demand for essential goods is limited and tends to a constant value, while the demand for luxury goods increases unlimited.

The paper shows that the first product is a "commodity of prime necessity", and the second product is a "luxury product".

An example of consumer choice in the space of two goods with utilities that are defined by certain functions is considered. Demand functions are found that maximize utility functions at a given budget constraint. It turns out whether the demand for each product depends on price changes for other products. The relationship shows that in the point of tangency the slope of the budget line is the same as the slope of the indifference curve. It is shown that the demand for the first good is not dependent on the price of the second good and the demand for the second good is dependent on the price of the first good.

Keywords: function of consumer utility, function of the demand for the goods of prime necessity and luxury goods, complementary goods, modified Stone model.

Вступ. У роботі розглянуто одну з моделей споживчого вибору, що характеризує особливості оптимального вибору споживача в різних ситуаціях.

Розглянемо приклад споживчого вибору в просторі двох товарів R_+^2 при корисності, що задається функцією:

$$U(x_1, x_2) = x_1^\alpha \cdot x_2^{\beta-\alpha} \cdot (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta}, \quad x_1, x_2 \geq 0, \quad (1)$$

де α, β задовольняють умовам: $\alpha > 0, \beta > \alpha$. При цьому вважаємо, що один товар дешевше іншого. Потрібно знайти функції попиту x_i , що максимізують функцію корисності (1) при бюджетному обмеженні:

$$\sum_{i=1}^2 p_i \cdot x_i \leq I, \quad (2)$$

де p_i — ціна одиниці i -го товару, I — величина доходу, з'ясувати, чи залежить попит на кожний товар від зміни цін на інші товари, а також дослідити функції попиту для $I \rightarrow +\infty$. Також з'ясуємо питання про те, чи є товари взаємозамінними, чи, можливо, нормальними (цінними або малоцінними), чи товарами Гіффена. А також розглянемо модифіковану функцію споживчої корисності Р. Стоуна (1) і (2).

Постановка проблеми. Одним з основних елементів будь-якої економічної системи є споживачі. Існують різні математичні моделі поведінки окремого споживача. Головна проблема раціонального ведення господарства споживачем полягає у вирішенні питання про те, яку кількість наявних товарів він повинен придбати за певний проміжок часу при заданих цінах і споживчому доході [7, с. 14].

Будемо вважати, що I — дохід (капітал) споживача, який він готовий витратити на придбання товарів. Ціни товарів вважаються заданими. Враховуючи структуру цін, дохід і власні переваги, споживач купує певну кількість товарів (благ), і математична модель такої його поведінки називається моделлю споживчого вибору (розглянемо дві моделі). Нехай є споживчий набір з двох благ (товарів). Вважається, що споживач про кожні два набори може сказати, що один з них — більш бажаний, ніж інший, або споживач не бачить між ними різниці. На множині споживчих наборів (x_1, x_2) визначена функція $U(x_1, x_2)$ (так звана функція корисності споживача). Кожний споживач має, взагалі кажучи, свою функцію корисності. Задача раціональної поведінки споживача на ринку полягає у виборі такого споживчого набору

(x^*_1, x^*_2) , який максимізує його функцію корисності при заданому бюджетному обмеженні [1, с. 139].

Далі розглянемо задачу про зміну структури харчування. Зниження рівня доходів, що охопило з початку 1990-х років велику частину населення України, негативно відбилося на структурі харчування. Згідно з даними, в останньому десятилітті ХХ ст. знизилася споживання майже всіх продуктів харчування. Виняток становлять картопля і хлібобулочні вироби. Для опису зміни структури харчування запропоновано модифіковану функцію споживчої корисності Р. Стоуна.

Загальна теорія споживчого вибору розглянута, зокрема, в роботах [1–3, 5, 7–9], в яких розглянуто низку найпоширеніших економіко-математичних моделей, пов'язаних з теоріями споживання, виробництва, заощаджень, загальної економічної рівноваги, тощо. Потреба в точних кількісних моделях при господарюванні та веденні ділових операцій була усвідомлена давно. Споживачі є одними з основних елементів будь-якої економічної системи [7]. Математичні моделі поведінки споживача (це може бути індивід, сім'я, домашнє господарство, тощо, члени яких мають спільний споживчий бюджет) розглянуті у роботах англійського економіста Стоуна Дж. Р., Слуцького Е.Е., Колемаєва В.А. та ін. У роботі [7] розглянуто низку важливих прикладів, що розкривають особливості оптимального вибору споживача в різних ситуаціях.

У даній роботі вивчається приклад споживчого вибору товарів першої потреби і товарів розкоші, досліджується питання про те, чи буде попит на товари першої потреби обмеженим, якщо дохід $I \rightarrow +\infty$, а також питання про те, чи є вказані товари взаємозамінними (взаємодоповнювальними), чи нормальними (цінними або малоцінними) або товарами Гіффена. Також з'ясовується питання про те, чи залежить попит на кожний товар від зміни цін на інший товар.

Для опису зміни структури харчування запропоновано модифіковану функцію споживчої корисності Р. Стоуна таким чином:

$$u(x) = (x_1 + x_2 - b)x_2^{\alpha_2} \prod_{k=3}^n (x_k - a_k)^{\alpha_k}, \quad (3)$$

де x_k — кількість товару, $a = \text{const}$; a — необхідна кількість товару k , що купується в будь-якому випадку і не є предметом вибору; α_k — постійні коефіцієнти, що характеризують відносну ступінь пе-

реваги товару k ; b — необхідна сумарна кількість двох взаємозамінних товарів.

Потрібно відшукати функції попиту x_k , що максимізують функцію корисності $u(x)$ при бюджетному обмеженні

$$\sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i = I, \quad (4)$$

де p_i — ціна одиниці товару i , причому вважаємо, що $p_2 > p_1$, а I — величина доходу. Маємо задачу на знаходження екстремуму функції (3) за умови (4).

Виклад основного змісту.

У моделі споживання Стоуна розглядається споживач із загальною мультиплікативною функцією корисності

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = c \cdot \prod_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^{\alpha_i},$$

зокрема, вивчається функція попиту Р.Стоуна вигляду

$$U(y_1, y_2) = (y_1 - a_1)^{c_1} \cdot (y_2 - a_2)^{c_2},$$

де (a_1, a_2, c_1, c_2) — задані константи, причому $c_1 + c_2 = 1$.

Розглянемо, зокрема, приклад вибору споживачем товарів першої потреби і товарів розкоші. Об'єднаємо товари першої потреби в комплексні товари № 1, а товари розкоші — в комплексні товари № 2. Нехай x_1, x_2 — відповідно кількості одиниць товарів № 1 і № 2, а p_1, p_2 — ринкові ціни однієї одиниці товарів № 1 і № 2 відповідно. Вибір товарів першої потреби і товарів розкоші можна подати функцією корисності вигляду (1).

Нехай дохід (капітал) I споживача, який він готовий витратити на придбання товарів, перевищує вартість мінімального споживчого кошика $\bar{x} = (x_1, x_2) \geq 0$, тобто має місце стандартне бюджетне обмеження (2). Задачу споживчого вибору можна замінити задачею на умовний екстремум функції (1) за умови (2). Визначимо функції попиту $x_1^* = \varphi_1(p_1, p_2, I)$, $x_2^* = \varphi_2(p_1, p_2, I)$ відповідно на товари № 1 та № 2, які характеризують оптимальний вибір споживача. Ця задача зводиться до знаходження максимуму функції корисності (1) при бюджетному обмеженні (2).

Застосуємо теорему Куна-Такера, яка дає достатні умови оптимальності розв'язку x_1^*, x_2^* задачі (1), (2). Функція Лагранжа [4–6] має вигляд

$$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda(I - \sum_{i=1}^2 p_i x_i),$$

тобто

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1^\alpha \cdot x_2^{\beta-\alpha} \cdot (x_1 + \beta - \alpha) + \lambda(I - p_1 x_1 - p_2 x_2).$$

Знайдемо частинні похідні $\frac{\partial L}{\partial x_1}, \frac{\partial L}{\partial x_2}, \frac{\partial L}{\partial \lambda}$:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2^{\beta-\alpha} (\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta} + x_1^\alpha (-\beta) \cdot (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta-1}) - \lambda p_1,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1^\alpha \cdot (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta} \cdot (\beta - \alpha) \cdot x_2^{\beta-\alpha-1} - \lambda p_2, \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_1 x_1 - p_2 x_2.$$

Необхідними умовами оптимальності розв'язку x_1^*, x_2^* і множника λ^* є рівність нулю частинних похідних по всім змінним [5]: $\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$.

Оптимальне споживання (x_1^*, x_2^*) задовольняє систему рівнянь:

$$\begin{cases} (\alpha \frac{x_1^\alpha}{x_1} \cdot (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta} + x_1^\alpha \cdot \frac{(x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta}}{x_1 + \beta - \alpha} \cdot (-\beta)) x_2^{\beta-\alpha} - \lambda p_1 = 0, \\ x_1^\alpha \frac{x_2^{\beta-\alpha}}{x_2} \cdot (x_1 + \beta - \alpha)^{-\beta} \cdot (\beta - \alpha) - \lambda p_2 = 0, \\ I - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Розв'язок системи (5) лежить на прямій $I - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0$, або

$\left(\frac{x_1}{I/p_1} + \frac{x_2}{I/p_2} = 1 \right)$, яка називається бюджетною прямою. Пара значень (x_1^*, x_2^*) , що є оптимальним розв'язком системи (5) при зазначенні

ченні λ^* є точкою дотику бюджетної прямої до кривої байдужості $U(x_1, x_2) = U(x_1^*, x_2^*) = \text{const}$.

З урахуванням (1), система (5) набуде вигляду

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{x_1} \cdot U + \frac{U}{x_1 + \beta - \alpha} \cdot (-\beta) - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{U}{x_2} \cdot (\beta - \alpha) - \lambda p_2 = 0, \\ p_2 x_2 = I - p_1 x_1, \end{cases} \quad \text{звідки} \quad \begin{cases} \frac{U}{\lambda} = p_1 \cdot \frac{x_1(x_1 + \beta - \alpha)}{\alpha(x_1 + \beta - \alpha) - x_1 \beta}, \\ \frac{U}{\lambda} = \frac{p_2 x_2}{\beta - \alpha}, \\ p_2 x_2 = I - p_1 x_1. \end{cases}$$

Підставимо $p_2 x_2$ з третього рівняння останньої системи у друге і потім $\frac{U}{\lambda}$ з другого рівняння — в перше, послідовно знайдемо

$$\begin{cases} p_2 x_2 = I - p_1 x_1, \\ \frac{U}{\lambda} = \frac{I - p_1 x_1}{\beta - \alpha}, \\ \frac{I - p_1 x_1}{\beta - \alpha} = \frac{p_1 x_1 (x_1 + \beta - \alpha)}{\alpha x_1 + \alpha(\beta - \alpha) - \beta x_1}. \end{cases} \quad (6)$$

Розв'яжемо останнє рівняння системи (6) відносно x_1 :

$$\frac{I - p_1 x_1}{\beta - \alpha} = \frac{p_1 x_1 (x_1 + \beta - \alpha)}{\alpha x_1 + \alpha(\beta - \alpha) - \beta x_1},$$

$$(I - p_1 x_1) \cdot (\alpha - \beta) \cdot (x_1 - \alpha) = -(\alpha - \beta) p_1 x_1 (x_1 + \beta - \alpha).$$

Оскільки $\beta > \alpha$ (за умовою), то останнє рівняння поділимо на $\alpha - \beta$,

дістанемо $(I - p_1 x_1) \cdot (x_1 - \alpha) = -p_1 x_1 (x_1 + \beta - \alpha)$, або

$$I \cdot x_1 - p_1 x_1^2 - I\alpha + \alpha p_1 x_1 + p_1 x_1^2 + p_1 \beta x_1 - p_1 \alpha x_1 = 0, \quad x_1(I + p_1 \beta) = I\alpha, \quad \text{звідки}$$

$$x_1 = \frac{I\alpha}{I + \beta p_1}. \quad (7)$$

Підставимо (7) в перше рівняння системи (6), виконаємо послідовно перетворення та знайдемо x_2 :

$$x_2 = \frac{I(I + p_1(\beta - \alpha))}{p_2(I + \beta p_1)}. \quad (8)$$

Оскільки

$$\lim_{I \rightarrow +\infty} x_2^* = \lim_{I \rightarrow +\infty} \frac{I^2 + Ip_1(\beta - \alpha)}{p_2I + p_2p_1\beta} = \lim_{I \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{p_1}{I}(\beta - \alpha)}{p_2(\frac{1}{I} + \frac{\beta p_1}{I^2})} = \infty,$$

$$\lim_{I \rightarrow +\infty} x_1^* = \lim_{I \rightarrow +\infty} \frac{I\alpha}{I + \beta p_1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{I \rightarrow +\infty} \frac{\alpha}{1 + \frac{\beta p_1}{I}} = \alpha, \text{ тому другий то-}$$

вар є “товаром розкоші”, а перший товар не є “товаром розкоші”. Він є “товаром першої необхідності”.

Отже, функція попиту для предметів першої необхідності x_1^* визначається за формулою (7), при цьому маємо, що попит на перший товар не залежить від ціни на другий товар, а функція попиту для предметів розкоші x_2^* — за формулою (8), звідки видно, що попит на другий товар залежить від ціни на перший товар.

Тоді оптимальний множник Лагранжа

$$\lambda^* = \frac{U \cdot (\beta - \alpha)}{p_2 x_2} = \frac{U(\beta - \alpha) \cdot p_2(I + \beta p_1)}{p_2 I(I + p_1(\beta - \alpha))} = \frac{(\beta - \alpha) \cdot (I + \beta p_1)}{I(I + p_1(\beta - \alpha))} \cdot U.$$

Оскільки

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{I\alpha\beta}{(I + p_1\beta)^2} < 0 \text{ і } \frac{\partial x_2^*}{\partial p_2} = -\frac{I(I + p_1(\beta - \alpha))}{p_2^2(I + p_1\beta)} < 0,$$

то кожний товар (перший і другий) є нормальними, тобто зростання ціни товару призводить до зменшення попиту на нього.

Розглянемо функцію (6) попиту першого товару. Частинна похідна її за доходом має вигляд

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial I} = \frac{\alpha(I + \beta p_1) - I\alpha}{(I + p_1\beta)^2} = 0 = \frac{\alpha\beta p_1}{(I + \beta p_1)^2} \text{ і } \frac{\partial x_1^*}{\partial I} > 0, \text{ оскільки } \alpha, \beta, p_1 \text{ (а}$$

тому і їхній добуток) більше нуля. У цьому випадку попит на пе-

рший товар із зростанням доходу зростає, тобто перший товар є нормальним, більше того, цінним товаром. Інакше, зниження доходу тягне за собою зниження попиту і на перший, і на другий товари. Нормальний товар не може бути товаром Гіффена.

Знайдемо $\frac{\partial x_2}{\partial I}$:

$$\frac{\partial x_2}{\partial I} = \frac{(2I + p_1(\beta - \alpha))(I + p_1\beta) - I(I + p_1(\beta - \alpha))}{(I + p_1\beta)^2} \cdot \frac{1}{p_2} = \frac{I^2 + 2Ip_1\beta + p_1^2\beta(\beta - \alpha)}{p_2(I + p_1\beta)^2} > 0,$$

оскільки $\beta > \alpha$.

Отже, і другий товар є нормальним, також цінним товаром.

Знайдемо $\frac{\partial x_2}{\partial p_1}$ та $\frac{\partial x_2}{\partial p_2}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x_2}{\partial p_2} = 0, \quad \frac{\partial x_2}{\partial p_1} &= \frac{1}{p_2} \cdot \frac{I(\beta - \alpha)(I + \beta p_1) - (I^2 + Ip_1(\beta - \alpha))\beta}{(I + p_1\beta)^2} = \frac{I}{p_2(I + p_1\beta)^2} \times \\ &\times (I\beta - I\alpha + p_1\beta^2 - p_1\alpha\beta - I\beta - p_1\beta^2 + p_1\alpha\beta) = -\frac{I^2\alpha}{p_2(I + p_1\beta)^2} < 0. \end{aligned}$$

Непряма функція корисності споживача має вигляд:

$$\begin{aligned} V(p, I) &= U(x_1^*, x_2^*) = (x_1^*)^\alpha (x_2^*)^{\beta - \alpha} (x_1^* + \beta - \alpha)^{-\beta} = \\ &= \left(\frac{I\alpha}{I + p_1\beta} \right)^\alpha \left(\frac{I(I + p_1(\beta - \alpha))}{p_2(I + p_1\beta)} \right)^{\beta - \alpha} \left(\frac{I\alpha}{I + p_1\beta} + \beta - \alpha \right)^{-\beta} = \\ &= \frac{I^\alpha \alpha^\alpha I^{\beta - \alpha} (I + p_1(\beta - \alpha))^{\beta - \alpha} (I + p_1\beta)^\beta}{(I + p_1\beta)^{\alpha + \beta - \alpha} p_2^{\beta - \alpha} (I\alpha + I\beta - I\alpha + p_1\beta(\beta - \alpha))^\beta} = \frac{I^\beta \alpha^\alpha p_2^\alpha (I + p_1(\beta - \alpha))^{\beta - \alpha}}{p_2^\beta (\beta(I + p_1(\beta - \alpha)))^\beta}, \end{aligned}$$

тобто

$$U(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{I}{p_2\beta} \right)^\beta \frac{(\alpha p_2)^\alpha}{(I + p_1(\beta - \alpha))^\alpha}.$$

Продиференціюємо останню рівність за змінною I , отримуємо

$$\frac{\partial V}{\partial I} = \frac{(\alpha p_2)^\alpha}{(\beta p_2)^\beta} \frac{\partial}{\partial I} \left(\frac{I^\beta}{(I + p_1(\beta - \alpha))^\alpha} \right) = \frac{\alpha^\alpha}{\beta^\beta} p_2^{\alpha - \beta} \frac{I^{\beta - 1} (\beta - \alpha) (I + p_1\beta)}{(I + p_1(\beta - \alpha))^{\alpha + 1}},$$

причому $\frac{\partial V}{\partial I} > 0$.

Із другого рівняння системи (6), з урахуванням (8), (9) знайдемо

$$\lambda = \frac{U(\beta - \alpha)}{I - p_1 x_1} = \frac{\beta - \alpha}{I - p_1} \cdot \frac{I\alpha}{I + p_1\beta} \cdot \left(\frac{I}{p_2\beta} \right)^\beta \frac{(\alpha p_2)^\alpha}{(I + p_1(\beta - \alpha))^\alpha} =$$

$$= \frac{(\beta - \alpha)(I + p_1\beta)}{I^2 + I p_1\beta - I p_1\alpha} \cdot \frac{I^\beta (\alpha p_2)^\alpha}{(p_2\beta)^\beta (I + p_1(\beta - \alpha))^\alpha} = \frac{I^{\beta-1}(\beta - \alpha)(I + p_1\beta)}{(I + p_1(\beta - \alpha))^{\alpha+1}} \cdot \frac{\alpha^\alpha}{\beta^\beta} \cdot p_2^{\alpha-\beta} = \Lambda(p_1, p_2, I) -$$

функція граничної корисності доходу споживача. Отже, маємо, $\Lambda = \frac{\partial V}{\partial I}$.

Знайдемо граничні корисності споживача за i -тим товаром, і враховуючи (7), (8), дістанемо співвідношення

$$\frac{1}{p_1} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_1^*} = \frac{1}{p_2} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_2^*}. \quad (9)$$

Дійсно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x_1^*} &= \alpha (x_1^*)^{\alpha-1} (x_2^*)^{\beta-\alpha} (x_1^* + \beta - \alpha)^{-\beta} + (x_1^*)^\alpha (x_2^*)^{\beta-\alpha} (-\beta) (x_1^* + \beta - \alpha)^{-\beta-1} = \frac{I^{\alpha-1} \alpha^{\alpha-1}}{(I + p_1\beta)^{\alpha-1}} \times \\ &= \frac{I^{\beta-\alpha} (I + p_1(\beta - \alpha))^{\beta-\alpha}}{p_2^{\beta-\alpha} (I + p_1\beta)^{\beta-\alpha}} \cdot \frac{(\alpha - \beta)(-\alpha p_1\beta)}{\left(\frac{(I - \alpha p_1 + p_1\beta)\beta}{I + p_1\beta} \right)^{\beta+1}} = \frac{\alpha^\alpha (\beta - \alpha) p_1 I^{\beta-1} (I + p_1\beta)}{\beta^\beta p_2^{\beta-\alpha} (I + p_1(\beta - \alpha))^{\alpha+1}} > 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x_2^*} &= (x_1^*)^\alpha (x_1^* + \beta - \alpha)^{-\beta} (\beta - \alpha) (x_2^*)^{\beta-\alpha-1} = \left(\frac{I\alpha}{I + p_1\beta} \right)^\alpha \frac{(\beta - \alpha) \left(\frac{I(I + p_1(\beta - \alpha))}{p_2(I + p_1\beta)} \right)^{\beta-\alpha-1}}{\left(\beta - \alpha + \frac{I\alpha}{I + p_1\beta} \right)^\beta} = \\ &= \frac{I^\alpha \alpha^\alpha}{(I + p_1\beta)^\alpha} \cdot \frac{(\beta - \alpha) I^{\beta-\alpha-1} (I + p_1(\beta - \alpha))^{\beta-\alpha-1}}{\left(\frac{I\beta - I\alpha + p_1\beta^2 - p_1\alpha\beta + I\alpha}{I + p_1\beta} \right)^\beta p_2^{\beta-\alpha-1} (I + p_1\beta)^{\beta-\alpha-1}} = \frac{\alpha^\alpha (\beta - \alpha) I^{\beta-1} (I + p_1\beta)}{\beta^\beta p_2^{\beta-\alpha-1} (I + p_1(\beta - \alpha))^{\alpha+1}}. \end{aligned}$$

Отже,

$$p_2 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_1^*} = p_1 \cdot \frac{\partial U}{\partial x_2^*}, \text{ або } \frac{1}{p_1} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_1^*} = \frac{1}{p_2} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_2^*}.$$

Аналогічно вище викладеному алгоритму, складемо функцію Лагранжа для задачі (3), (4). Прирівнюючи до нуля частинні по-

хідні від функції Лагранжа, знайдені по x_i , з урахуванням (4) отримаємо систему алгебраїчних рівнянь, розв'язуючи яку, знайдемо

$$x_1 = b + \frac{1}{p_1} \left(I - p_1 b - \sum_{k=3}^n p_k a_k \right) \frac{p_2 - (1 + \alpha_2) p_1}{(p_2 - p_1) \sum_{i=1}^n \alpha_i}, \quad (10)$$

$$x_2 = \frac{\alpha_2}{(p_2 - p_1) \sum_{i=1}^n \alpha_i} \left(I - p_1 b - \sum_{k=3}^n p_k a_k \right), \dots, \quad x_k = a_k + \frac{\alpha_k}{p_k \sum_{i=1}^n \alpha_i} \left(I - p_1 b - \sum_{k=3}^n p_k a_k \right).$$

Обчислимо частинну похідну $\frac{\partial x_1}{\partial I}$. Маємо

$$\frac{\partial x_1}{\partial I} = \frac{p_2 - (1 + \alpha_2) p_1}{p_1 (p_2 - p_1) \sum_i \alpha_i}. \quad (11)$$

Знак цієї похідної визначається за знаком чисельника. Якщо виконується умова

$$p_2 > (1 + \alpha_2) p_1, \quad (12)$$

то похідна (11) більше нуля. У цьому випадку попит на перший товар із зростанням доходу зростає, тобто перший товар є нормальним. При цьому, як випливає з (10), перший товар купується в кількості, що перевищує b . Розглянемо, як змінюється попит на перший товар при зміні його ціни.

Частинна похідна від величини попиту на перший товар за його ціною має вигляд

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{1}{\sum_i \alpha_i} \left(\alpha_2 \frac{\sum_{k=3}^n p_k a_k + b p_2 - I}{(p_2 - p_1)^2} - \frac{I - \sum_{k=3}^n p_k a_k}{p_1^2} \right). \quad (13)$$

Ця похідна може приймати як додатні, так і від'ємні значення. Додатне значення похідної (13) означає, що перший товар є товаром Гіффена, оскільки в цьому випадку з ростом ціни попит на нього зростає і, відповідно, падає зі зниженням ціни. Легко отримати

мати умову, при якій похідна (13) невід’ємна. З нерівності $\frac{\partial x_1}{\partial p_1} > 0$ впливає наступний критерій для ефекту Гіффена:

$$I - \sum_{k=3}^n p_k a_k < \alpha_2 p_2 b / [(p_2 / p_1 - 1)^2 + \alpha_2]$$

Висновки. Розглянуто споживчий набір із двох товарів. Досліджено функцію споживчої корисності (1). Доведено, що для $I \rightarrow +\infty$ попит на товари першої потреби є обмеженим і прямує до α , а попит на товари розкоші необмежено зростає. Доведено умову (9), яка означає, що в точці дотику бюджетної прямої, яка описується рівнянням $I - p_1 x_1^* - p_2 x_2^* = 0$, до її кривої байдужості $U(x_1^*, x_2^*) = \text{const}$ нахили (кутові коефіцієнти) ліній (кривої байдужості та бюджетної прямої) однакові. Для модифікованої моделі Р.Стоуна (3), (4) виведено критерій для ефекту Гіффена.

Література

1. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. — М. : Издательство “Дело и Сервис”, 2001. — 368 с.
2. Колемаев В.А. Математическая экономика. Учебник для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 399 с.
3. Ланге О. Оптимальные решения [Текст] / О. Ланге; пер. с пол. В.Д. Меникера. — М.: Прогресс, 1967. — 287 с.
4. Лісовська В.П., Манжос Т.В. Про ефект централізації управління запасами за нормально розподіленого попиту/ «Матем. та комп’ютерне моделювання». Серія: фізико-матем.науки: Зб. наук. праць — Кам’янець-Подільський, 2012. Вип. 7. — с. 175–185.
5. Лісовська В.П., Перестюк М.О. Вища математика. Практикум: навч. посіб.: у 2-х ч. — ч. I. — К. : КНЕУ, 2009. — 720 с.; ч. II. — К. : КНЕУ, 2012. — 443 с.
6. V. Lisovska, V. Stasiuk. The study of one model rational consumer behavior on the market. Reporter of the Priazovskyi state technical university. Section: Economic sciences: Collection of scientific works.-Mariupol, Issue 34. — 2017. — 460 s. (s. 118–126).
7. Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. — ч. I. Мікроекономіка: Навч. посіб. — К. : Вища шк., 2004. — 262 с.
8. Цуриков А.В., Цуриков В.И. Об одной модели потребительского выбора // Экономика и мат. методы. — 2004. — том 40. — № 3. — С. 110–114.

9. Цуриков А.В. Микроэкономический анализ поведения хозяйствующего субъекта/ А.В.Цуриков. В.И. Цуриков; М-во с.-х. РФ. — Кострома: Изд-во КГСХФ, 2004. — 156 с.

References

1. Zamkov O.O., Tolstopiatenko A.V., Cheremnykh Yu.N. Matematicheskiye metody v ekonomyke.-M.:Yzdatelstvo "Delo y Servys", 2001. — 368 s. (Zamkov O.O., Tolstopiatenko A.V., Cheremnykh Yu.N. Mathematical methods in economics. — M.: Publishing house "Business and Service", 2001. — 368 p.) [in Russian].

2. Kolemaev V.A. Matematicheskaia ekonomyka. Uchebnyk dlia vuzov. — M.: IuNTY-DANA, 2005. — 399 s. (Kolemaev V.A. Mathematical economics. Textbook for universities. — M.: UNITY-DANA, 2005. — 399 p.) [in Russian].

3. Lanhe O. Optymalnye resheniya [Tekst] / O. Lanhe; per. s pol. V.D.Menykera. — M.: Prohress, 1967. — 287 s. (Lange O. Optimal solutions [Text] / O. Lange; per. with a floor V.D.Meniker. — M.: Progress, 1967. — 287 p.) (Lisovskaya VP, Manzhos T.V. On the effect of centralizing inventory management for normally distributed demand / Mat. and computer simulation. " Series: Physics and Mathematics. Sci. sciences Works — Kamyans-Podilskyi, 2012. Vip. 7. — p. 175–185) [in Russian].

4. Lisovska V.P., Manzhos T.V. Pro efekt tsentralizatsii upravlinnia zapasamy za normalno rozpodilenoho popyt u/ «Matem. ta kompiuterne modeliuvannia». Serii: fizyko-matem.nauky: Zb. nauk. prats — Kamianets-Podilskyi, 2012. Vyp. 7. — s. 175–185 [in Ukrainian].

5. Lisovska V.P., Perestiuk M.O. Vyscha matematika. Praktykum: navch. posib.: u 2-kh ch. — ch. I. — K.: KNEU, 2009. — 720 s.; ch. II. — K.: KNEU, 2012. — 443 s. (Lisovskaya V.P., Perestyk M.O. Higher mathematics. Workshop: tutor. manual: in 2 hours — ch. I. — K.: KNEU, 2009–720 s.; p. II. — K.: KNEU, 2012. 443 p.) [in Ukrainian].

6. V. Lisovska, V. Stasiuk. The study of one model rational consumer behavior on the market. Reporter of the Priazovskyi state technical university. Section: Economic sciences:Collection of scientific works. — Mariupol, Issue 34. — 2017. — 460 s. (s.118–126) [in English].

7. Ponomarenko O.I., Perestiuk M.O., Buryum V.M. Suchasnyi ekonomichnyi analiz: U 2-kh ch. — ch. I. Mikroekonomika: Navch. posib. — K.: Vyscha shk., 2004. — 262 s. (Ponomarenko OI, Perestyuk MO, Burim VM Contemporary Economic Analysis: In 2 ch. I. Microeconomics: Teaching. manual. — K.: Higher School, 2004. — 262 pp.) [in Ukrainian].

8. Tsurykov A.V., Tsurykov V.Y. Ob odnoi modeli potrebytelskoho vybora. Ekonomyka y mat. metody, 2004, tom 40, № 3, s. 110–114. (Tsurykov A.V., Tsurykov V.I. On one model of consumer choice. Economy and mat. methods, 2004, vol. 40, no. 3, pp. 110–114) [in Russian].

9. Tsurykov A.V. Mykroekonomycheskyi analiz povedeniia khoziaistvuiushcheho sub'ekta/ A.V.Tsurykov. V.Y. Tsurykov; M-vo s.-kh.

RF. — Kostroma: Yzd-vo KHSKhF, 2004. — 156 s. (Tsurikov A.V. Micro-economic analysis of the behavior of an economic entity / A.V.Tsurikov. IN AND. Tsurikov; M-s. RF. — Kostroma: Publishing house KGSHF, 2004. — 156 p.) [in Russian].

Статтю подано до редакції 23.10.2018 р.

УДК 330.46

Камінський О.Є., к.е.н., доцент,
доцент кафедри інформаційного менеджменту,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет ім. Вадима Гетьмана»

Kaminsky O. E., Ph.D., associate professor
Associate Professor of Information Management Department,
SHEE «Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman»

МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ МІГРАЦІЇ ІТ-ІНФРАСТРУКТУРИ ПІДПРИЄМСТВ ДО ДИНАМІЧНОГО ХМАРНОГО СЕРЕДОВИЩА

METHODOLOGICAL BASES OF MIGRATION OF IT INFRASTRUCTURE INTO A DYNAMIC CLOUD ENVIRONMENT

Анотація. За останні кілька років парадигма хмарних обчислень набрала чинності і стала популярною у сфері інформаційних технологій. Багато організацій приступили до реалізації хмарних технологій, прагнучи знизити витрати за рахунок поліпшеної віртуалізації машин, меншого часу на адміністрування і зниження витрат на інфраструктуру. Як показує світова практика, хмарні технології є ефективними та досить надійними, навіть для надання послуг державним органам найрозвиненіших світових держав.

Подібний тренд спостерігається у всіх країнах ЄС, де використання хмарних обчислень уже стали фактично стандартом у багатьох сферах соціально-економічних відносин. Парадигма хмарних обчислень є складовою нової промислової революції та має потенціал, який може забезпечити технологічний стрибок до якісно нового стану вітчизняної ІТ-індустрії, що дуже важливо для економіки України. При побудові та використанні хмарних сервісів виникає необхідність прийняття значної кількості технічних, управлінських та фінансових рішень. У статті викладено теоретико-методологічні підходи до визначення суті та особливостей оцінювання придатності ІТ-інфраструктури підприємства до міграції у динамічне хмарне середовище та оптимізації вибору провайдерів для розгортання динамічних хмарних сервісів, які будуть складати хмарну ІТ-інфраструктуру підприємства. Запропоновано економетричну модель