

Авторський колектив

Устенко С. В., д.е.н., проф., *Рамазанов С. К.*, д.е.н., д.т.н., проф., *Степаненко О. П.*, д.е.н., проф., *Іванченко Г. Ф.*, к.т.н., проф., *Сендзюк М. А.*, к.е.н., проф., *Ситник Н. В.* к.е.н., проф., *Шевченко К. Л.*, д.т.н., проф., *Рінна С. П.* д.е.н., проф., *Тішков Б. О.*, к.е.н., доц., *Галузинський Г. П.*, к.т.н., доц., *Городній О. В.*, к.т.н., доц., *Денісова О. О.*, к.е.н., доц., *Гордієнко І. В.*, к.е.н., доц., *Краснюк М. Т.*, к.е.н., доц., *Курков М. С.*, к.е.н., доц., докторант, *Помазун О. М.*, к.е.н., доц., *Зінов'єва І. С.*, к.е.н., доц., *Держук О. В.*, к.е.н., доц., *Кривошеєв К. В.*, к.т.н., доц., *Бірко О. О.*, асис., *Кустаровський О. Д.*, асп., *Рінна М. Б.*, к.е.н., доц., *Гіваргізов І. Г.*, асп., *Погореловська І. Д.*, к.е.н., доц., *Бадер Омар Ахмад Далайін*, к.е.н. (Йорданія)

Рецензенти

Дивак М. П. докт.техн.наук, проф.

Тернопільський національний економічний університет

Горбовий А. Ю. докт.техн.наук, проф.

Інститут інформаційних технологій Державної фіскальної Служби України

Джаладова І. А. докт.фіз.-мат.наук, проф.,

Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

Рекомендовано до друку Вченою радою КНЕУ

Протокол № 10 від 30.05.2019

I-74 **Інформаційні управляючі системи та технології /** За заг. ред. докт. екон. наук, професора Устенко С. В. — Київ : КНЕУ, 2019. — 419 с., [5] с.
ISBN 978-966-926-307-0

У монографії розглянуто концепції та методології проектування та розвитку інформаційних управляючих систем на підприємствах, у наукових інститутах, ІТ-сфері, виробництві, логістиці, освітньому процесі; методи, моделі та алгоритми вирішення завдань управління високотехнологічних виробничих систем, систем еволюційного прогнозування синергетичного ефекту злиття та поглинання підприємств, інтелектуальних систем прийняття рішень; принципи та стратегії проектування інформаційних систем з використанням технологій криптоекономіки та блокчейн, інформаційно-комунікаційних технологій підтримки інформаційної безпеки систем, створення гібридних інтелектуальних систем; упровадження технічних аспектів підвищення надійності пам'яті, методів отримання вимірювальної інформації, розроблення спеціалізованих систем цифрової обробки інформації.

Для викладачів, наукових працівників, аспірантів, студентів, спеціалістів, які займаються проблемами впровадження сучасних технологій при проектуванні та впровадженні інформаційних систем в управлінні підприємствами, організаціями, а також в ІТ-бізнесі, освіті.

УДК 004.9:33:62

*Розповсюджувати та тиражувати
без офіційного дозволу КНЕУ заборонено*

ISBN 978-966-926-307-0

© Колектив авторів, 2019
© КНЕУ, 2019

ІНТЕРАКТИВНА ПРОЦЕДУРА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ <i>Галузинський Г. П., к.т.н., доц.</i>	213
СТАН І ПЕРСПЕКТИВИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ПАМ'ЯТІ ІНФОРМАЦІЙНИХ УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ <i>Городний О. В., к.т.н., доц.</i>	223
МЕТОДИ ОТРИМАННЯ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ І ПІДВИЩЕННЯ ЇЇ ДОСТОВІРНОСТІ <i>Шевченко К. Л., д.т.н., проф.</i>	254

РОЗДІЛ 3. ПЕРСПЕКТИВИ ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ ТА ТЕХНОЛОГІЙ

ІНТЕЛЕКТУАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ ТЕХНОГЕННИМ ПРОМИСЛОВИМ ОБ'ЄКТОМ В УМОВАХ ЗМІШАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ <i>Рамазанов С. К., д.т.н., д.е.н., проф.</i>	271
ІСО ЯК ІНВЕСТИЦІЙНИЙ ВИМІР КРИПТО-ЕКОНОМІКИ <i>Ріппа С. П., д.е.н., проф., Ріппа М. Б., к.е.н., доц. каф. фінансів УДФСУ (Ірпінь)</i>	293
РОЗРОБКА МЕТОДОЛОГІЇ ЕФЕКТИВНОГО ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЙ BIG DATA І DATA MINING ЯК ВАЖЛИВОЇ АНТИКРИЗОВОЇ СКЛАДОВОЇ РОЗРОБЛЕНОЇ КОМПЛЕКСНОЇ ПОЛІТИКИ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНОГО БІЗНЕСУ <i>Краснюк М. Т., к.е.н., доц. Кустаровський О. Д., асп.</i>	316
СИСТЕМИ ТА ТЕХНОЛОГІЇ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМІВ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є <i>Устенко С. В., д.е.н., проф., Тішков Б. О., к.е.н., доц., Погореловська І. Д., к.е.н, доц.</i>	337
СУЧАСНІ НАПРЯМИ РОЗВИТКУ КОНЦЕПЦІЇ БАЗ ДАНИХ <i>Ситник Н. В., к.е.н., проф.</i>	353
ПРОЕКТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ БЛОКЧЕЙНУ <i>Гордієнко І. В., к.е.н., доц.</i>	376
ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ СИСТЕМИ ТА ТЕХНОЛОГІЇ ПІДТРИМКИ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ БАНКІВСЬКОЇ ДІЯЛЬНОСТІ <i>Гіваргізов І. Г., асп.</i>	404

**Устенко С. В., д.е.н., проф.,
Тішков Б. О., к.е.н., доц.,
Погореловська І. Д., к.е.н., доц.**

СИСТЕМИ ТА ТЕХНОЛОГІЇ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМІВ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Інтенсивний розвиток наукових досліджень у багатьох галузях науки й техніки, де проводиться аналіз сигналів, а також широке впровадження мікропроцесорної техніки в практиці цифрової обробки інформації, стимулювали вдосконалення та використання цифрових методів і засобів обробки сигналів. Сигнал — це інформаційна функція, що несе повідомлення про фізичні властивості, стан або поведінку будь-якої фізичної системи, об'єкта або середовища, а метою обробки сигналів у загальному сенсі можна вважати отримання певних інформаційних відомостей, які відображені в цих сигналах (корисна або цільова інформація) і перетворення цих відомостей у форму, зручну для сприйняття та подальшого використання.

Цифрова обробка сигналів (ЦОС) (digital signal processing) — це галузь обчислювальної техніки, що динамічно розвивається та охоплює як технічні, так і програмні засоби [1–3, 19, 20]. Спорідненими галузями для цифрової обробки сигналів є теорія інформації, зокрема теорія оптимального прийому сигналів і теорія розпізнавання образів. При цьому в першому випадку основним завданням є виокремлення сигналу на тлі шумів і перешкод різної фізичної природи (придушення шумів), а в другому — автоматичне розпізнавання, обробка мови, зображень, тобто класифікація та ідентифікація сигналу.

Спектральний спосіб опису фізичних явищ тригонометричними функціями, які представляють собою ряди Фур'є, отримав загальне визнання. Цей опис, заснований на обчислюванні коефіцієнтів цих рядів, зазвичай називають перетворенням Фур'є (ПФ).

Створення швидких алгоритмів ПФ та інтенсивний розвиток комп'ютерної техніки, впровадження мікропроцесорів і спеціалізованих інтегральних елементів у технічній і соціально-побутовій сфері пришвидшили процес використання спектральної передачі сигналів на практиці. Виникають високопродуктивні комплекси та системи, що характеризуються широкими функціональними можливостями. Ці обчислювальні засоби здатні реалізовувати

складні процеси алгоритмічної обробки інформації, зокрема інтегральні перетворення, обчислення згортків, кореляційних залежностей тощо.

Такі системи фактично використовують спеціальне програмне забезпечення, призначене для вирішення науково-технічних задач автоматизації наукового експерименту, розробки та впровадження нових методів ЦОС, які необхідні для розширення сфери додатків спектрального аналізу. До складу таких систем, зазвичай, входять швидкодіючі спеціальні процесори аналізу сигналів, які називаються цифровими аналізаторами спектра, що можуть працювати в режимі реального часу.

Однак, які б широкі обчислювальні можливості не мали засоби спектрального аналізу та які б високошвидкісні алгоритми перетворення Фур'є не використовувались, у кінцевому підсумку важливо, щоб ці засоби володіли не тільки необхідними та достатніми вимогами для вирішення задач у системах цифрової обробки інформації, а й мали поліпшені інструментальні характеристики. До останніх передусім належать *частотна роздільність і точність визначення частот спектра сигналу*. Якщо під частотною роздільністю розуміти здатність аналізатора розрізнити хоча б дві близько розташованих спектральні складові, то точність визначення частоти визначатиме їх місце розташування в спектрі.

Поліпшення *інструментальних характеристик систем* аналізу сигналів можна досягти тільки збільшенням якості самого Фур'є-аналізу, оскільки це є визначним у цьому випадку. Зазначена мета може бути досягнута шляхом розробки нових перспективних алгоритмів обчислення ПФ.

Один з недоліків існуючих методів безпосереднього обчислення коефіцієнтів Фур'є, які використовують швидкі та економічні обчислювальні процедури, — рівномірна частотна шкала аналізу. Ця сталість ціни поділу шкали частот не дає змогу збільшувати точність визначення частоти спектральних складових сигналу й частотна роздільність без зміни цього поділу в меншу сторону, оскільки воно тягне за собою зазвичай збільшення обчислювальних затрат.

Вочевидь, альтернативою для отримання більш якісних оцінок спектра може бути нерівномірна частотна шкала, задана, наприклад, за *законом арккосинуса* або йому подібного. Згущена посередині аналізованого діапазону й розріджена по кінцях така шкала має властивості ноніуса, оскільки має нерівномірну шкалу поділу.

Комплексний підхід до вказаних вище показників зі збереженням прийнятної швидкості обчислень, а також відсутність досліджень і розробок у цьому напрямі ставлять актуальне завдання створення нових алгоритмів і структур, які використовують у своїй основі спектральний аналіз з *нерівномірними частотними шкалами*.

Основною метою роботи є розроблення й дослідження алгоритмічних і структурних принципів побудови засобів спектрального аналізу з поліпшеними характеристиками, яка може бути досягнута шляхом пошуку нових ефективних алгоритмів ПФ, розроблення принципів побудови структури систем і засобів спектрального аналізу з такими характеристиками.

1. Аналіз відомих методів цифрової обробки сигналів. Створення нових обчислювальних засобів, орієнтованих проблемно на спектральний аналіз, нерозривно пов'язане як з розвитком теорії, технології виробництва спеціальних класів великих інтегральних схем і мікропроцесорів, на основі яких можна створювати структури й спеціалізовані пристрої для обробки даних, що володіють великою швидкістю і високою точністю обробки, так і методів синтезу операторів обробки, обчислювальних методів, алгоритмів і програмних модулів, що їх реалізують [4–7].

Основою спектрального аналізу є розкладання сигналу в ряд по ортогональних базисних функціях. Найпоширеніше розкладання сигналу по експоненціальних базисних функціях. ПФ у найзагальнішому вигляді виражається парою інтегралів Фур'є, тобто:

$$A(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-j\omega t) dt, \quad (1)$$

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(w) \exp(j\omega t) dw, \quad (2)$$

де інтегральний вираз (1) визначає перетворення тимчасової функції $x(t)$ у комплексний ряд $A(w)$, що містить складові з кутовими частотами $w = 2\pi f$, f — частота ГЦ, а вираз (2) відноситься до зворотного перетворення спектральних складових ряду в тимчасову область, тобто перетворення спектра у функцію часу.

Дискретні еквіваленти інтегральних виразів (1) і (2) можна записати у вигляді [3]:

$$A(k) = \sum_{n=1}^{N-1} x(n) \cdot \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad (3)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} A(k) \cdot \exp\left(j \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad (4)$$

Вирази (3) і (4) є математичною моделлю дискретного перетворення Фур'є. При цьому значення функції $A(k)$, будучи *коефіцієнтами Фур'є*, рівномірно розташовується на осі частот ω , відстань між якими дорівнює $\frac{2\pi}{N}$ рад.

Дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) є базовим алгоритмом цифрової обробки сигналів у частотній області. Завдяки наявності ефективних алгоритмів його обчислення — алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) — ДПФ широко використовується для цілей цифрової фільтрації та спектрально-кореляційного аналізу сигналів [1]. Крім гармонічного ряду Фур'є, застосовуються й інші види розкладання сигналів: по функціях Уолша, Адамара, Вейвлета та інших, крім того, існують розкладання по поліномах Чебишева, Лаггера, Лежандра та ін. [1–5]. У ЦОС широко використовується дискретне перетворення Фур'є (ДПФ, discrete Fourier transform) і алгоритм його швидкого обчислення — (ШПФ).

Проаналізувавши наведені вище методи та алгоритми спектрального аналізу, можна зробити деякі висновки.

1. Нині розроблено багато швидких перетворень у базисі Фур'є. Основною метою та спрямованістю цього класу алгоритмів є збільшення швидкодії ПФ, що дає змогу зменшити кількість операцій, необхідних для обчислення коефіцієнтів перетворень порівняно з матричними дискретними перетвореннями вигляду ДПФ. Найбільш трудомісткими операціями в алгоритмах ДПФ, які потребують найбільших витрат часу, є операції множення.

2. Ефективним інструментом зменшення числа комплексних множень є алгоритм (ШПФ), число операцій у якому зменшується в $N \log N$ раз. Межею швидкодії алгоритму ШПФ є швидкодія швидких перетворень Уолша (ШПУ). Однак властивості їх настільки відрізняються, що взаємозамінювати їх майже неможливо [8]. До числа алгоритмів, заснованих на методах обчислення ШПФ, варто віднести алгоритми швидких дискретних ортогональних перетворень (ШДОП) [9, 10], прямокутних періодичних функцій (ППФ), квантованих дискретних перетворень (КДП) [10], Фур'є-подібні перетворення (ФПП) [8].

3. Клас обчислювальних алгоритмів ефективний у обчислювальному відношенні й забезпечує отримання «прийнятних» [11] результатів для більшого класу сигналів інформаційних управляючих систем.

Однак цьому класу алгоритмів властиві деякі недоліки, а саме:

- обмеження частотної роздільності, тобто здатності розрізняти спектральні лінії двох або більше сигналів, доволі близько розташованих між собою;

- зниження точності визначення частот спектра сигналу з огляду на його розмивання.

Ці недоліки можна поєднати таким чином.

Істинний амплітудний спектр сигналу може бути отриманим лише в ідеальному аналізаторі спектра з набором фільтрів без втрат, смуга пропуску яких дорівнює нулю, а час установлення — нескінченності [12]. Однак у реальних аналізаторах спектра важливу роль відіграє не тільки смуга пропуску фільтрів, а й частотна характеристика, яка не є прямокутною. Останнє призводить до того, що частотні характеристики фільтрів перетинаються, і кожна складова сигналу збуджує одразу кілька фільтрів, що призведе до появи складових спектра сигналу від сусідніх фільтрів. Відтак, чим вище прямокутність частотної характеристики фільтрів, тим слабкіше буде виявлятися дія сусідніх складових. Якщо ж частота сигналу потрапляє в точку перетину сусідніх частотних характеристик, то з'являться дві складові спектра, рознесені за частотою на інтервал, рівний різниці частот $\Delta f = f_{i+1} - f_i$, двох сусідніх фільтрів. У цьому разі виокремити частоту сигналу неможливо, оскільки не зрозуміло, присутній один сигнал чи два, а аналізатор зможе вирішити лише ті частоти сигналу, інтервал між якими $\Delta_f \succ \Delta f$.

Подібна ситуація справджується для сигналу, дві частоти якого розташовані близько один від одного. Якщо знову $\Delta_f \prec \Delta f$, то сигнали не будуть вирішені, а спектр нагадуватиме спектр сигналу однієї частоти, тоді коли частоти сигналів знаходяться в межах смуги пропуску одного фільтра, і спектр сигналу двох частот, якщо частоти сигналів будуть розташовуватися у центрі двох фільтрів.

У результаті аналізу з'явиться невизначеність оцінки спектра, і стверджувати з цілковитою впевненістю, що у спектрі є не одна, а дві складові, можна лише в тому разі, якщо максимальні частотні складові задовольняють рівність $\Delta_f \approx 2\Delta f$.

Водночас, відомо, що частотна здатність рівна величині, зворотній часовому інтервалу відліків N . Відтак, збільшивши N удвічі, можна досягнути поліпшення частотної роздільності також у два рази. Однак, просте збільшення числа N у 2 рази може не привести до поліпшення частотної роздільності, позаяк додаткові фільтри будуть розташовані знову рівномірно на осі частот. Крім того, реальні сигнали схильні до зрушень за частотою [13] (за теоремою зсуву будь-який зсув сигналу в часовій області адекватний зсуву сигналу в частотній області), що призведе до того, що частота сигналу розташується між двох частот фільтрів. У результаті, знову з'явиться зазначена вище невизначеність спектра, пов'язана з розмиванням частотних складових спектра сигналу. Отже, ПФ, незважаючи на можливість використання швидких алгоритмів, притаманний принциповий недолік — обмеження частотної роздільної здатності аналізу, пов'язане з невизначеністю оцінок спектра, коли частота сигналу не є кратною частотам базисних функцій [11, 22]. Другим обмеженням є неявна вагова обробка сигналу, яка призводить до витоку енергії головної пелюстки спектральної лінії в бокові пелюстки [11, 22]. При цьому з'являється необхідність зважування часових послідовностей за допомогою вікон, за яких досягається необхідне зменшення впливу бічних пелюсток окремих фільтрів, однак лише за рахунок зниження частотного розширення. Так, найпростіше прямокутне вікно обмежує за тривалістю сигнал, що призводить до ефекту розмивання спектральних складових і появи бічних пелюсток. Це зумовлено кінцевою тривалістю вагової функції, що є наслідком застосування «вікна». Це очевидно за рахунок того, що множення сигналу на прямокутне вікно в часовій області означає згортку спектра сигналу зі спектром вікна.

Структури аналізаторів спектра дають змогу змінювати алгоритми обчислень залежно від класу сигналів, характеристик перетворення, методів адаптації до вхідного сигналу. За своїми функціональними можливостями в класі вирішення задач цифрової обробки сигналів вони не поступаються універсальним комп'ютерним системам. Крім того, структурні рішення ефективні тоді, коли вони дають можливість змінювати параметри аналізу таким чином, що підвищуються точнісні характеристики вимірювання. До таких основних параметрів аналізу належать кількість частот, на яких бажано виміряти спектр, і роздільна здатність вимірювання спектральних складових. Суттєво також і те, що при спектральному аналізі практично в усіх існуючих аналізаторах є частотні піддіпазони, які необхідні для того, щоб мати

інформацію про сигнал у якійсь окремій частотній області. Таким чином, структура аналізатора спектра повинна містити перетворюваний вхідний ланцюг і той апаратний мінімум, який необхідний для вирішення вимірювальних задач того чи іншого класу.

Аналізатори спектра на сьогодні розроблені й засновані на алгоритмах перетворення Фур'є [1, 3]. З метою підвищення якості аналізу в такі аналізатори вводять додаткові перетворення, до числа яких можна віднести нерівномірне зважування вибірок сигналу, оцінку спектра після обчислення кожної чергової вибірки сигналу й вироблення коригуючого впливу на його розташування, обчислення спектра з додаванням нулів в аналізованій вибірці сигналу. Ці перетворення вимагають, по-перше, визначених апаратних витрат і, по-друге, є лише тим штучним прийомом, який дає змогу наблизити виміряні характеристики сигналів до реальних.

2. Основний зміст. Розглянуто метод обчислення коефіцієнтів Фур'є, що дає можливість застосовувати в аналізаторах спектра єдину без піддіапазонів шкалу частот і тим самим підвищувати такі інструментальні характеристики, як частотна роздільність і точність аналізу без істотних на це витрат [14, 15]. Розкриємо сутність методу.

Проведений у першому розділі аналіз алгоритмів обчислення коефіцієнтів Фур'є показав, що ПФ властива низка недоліків, усунення яких можливе, якщо використовувати нерівномірну частотну апроксимацію обвідної спектра Фур'є.

Розглянемо з цих позицій метод апроксимації інтегральних перетворень Фур'є, заснований на дискретному розкладанні ряду Фур'є і поліномів Чебишева I і II роду.

Для початку розглянемо формулу обчислення коефіцієнтів косинусного ряду Фур'є:

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos \kappa x dx_1. \quad (5)$$

Проста заміна змінної x на $x = \arccos x_1$ у цій формулі дає вираз

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\arccos x_1) \cos(\kappa \arccos x_1)}{\sqrt{1-x_1^2}} dx_1. \quad (6)$$

Через властивості визначеного інтеграла як межі сум при dx і dx_1 , що прямують до нуля, значення цих виразів рівні між собою.

Якщо перейти від інтегралів (5) і (6) до кінцевих сум відповідно

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2} f(n) \cos \frac{2\pi}{N} \kappa n; \quad (7)$$

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n_1=-1}^1 \frac{f(\arccos n_1) T_{\kappa}(n_1)}{\sqrt{1-n_1^2}}, \quad (8)$$

де $T_{\kappa}(n_1) = \cos(\kappa \arccos n_1)$, то значення виразів (7) і (8) будуть відрізнятися залежно від кількості членів ряду й заданої точності обчислення незначно, тобто $A_{\phi}(\kappa) \approx A_{\phi 1}(\kappa)$.

Якщо ж відома обв'язна косинусного ряду Фур'є, то очевидно, що, відновлюючи $f(x)$ за виразом (7), отримаємо значення цієї функції у точках, що рівні між собою за розміщенням, а за виразом (8) значення $f(x)$ будуть у точках $x = \arccos x_1$.

Аналогічні висновки можна отримати відповідно й для коефіцієнтів синусного ряду Фур'є і полінома Чебишева II роду.

Якщо потім перейти до комплексної форми ряду Фур'є, то отримаємо вирази виду:

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2} f(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} \kappa n}, \quad (9)$$

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n_1=-1}^1 \frac{f(\arccos n_1)}{\sqrt{1-n_1^2}} e^{j \kappa \arccos n_1}. \quad (10)$$

Пара зворотних перетворень Фур'є в комплексній формі матиме вигляд:

$$f(n) = \frac{2}{N} \sum_{\kappa=0}^{N-1} A_{\phi}(\kappa) e^{j \frac{2\pi}{N} \kappa n}, \quad (11)$$

$$f(\arccos n_1) = \frac{2}{N} \sum_{\kappa=0}^{N-1} A_{\phi 1}(\kappa) e^{j \kappa \arccos n_1}. \quad (12)$$

Скориставшись теоремою про оборотності ПФ [1], можна поміняти місцями пряме й зворотне перетворення і, отже, n і κ .

У результаті чого отримаємо:

$$A_{\phi}(\kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-j \frac{2\pi}{N} n \kappa}, \quad (13)$$

$$A_{\psi}(\arccos \kappa) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-j n \arccos \kappa}. \quad (14)$$

Порівнюючи між собою вирази (13) і (14), не важко переконалися в тому, що формула (13) апроксимує огинаючу спектра в точках шкали частот, що рівні між собою за розміщенням, тоді як вираз (14) дає Фур'є-образ в точках, розташованих на осі частот за законом $\arccos \kappa$ і має нормовану шкалу в діапазоні $\kappa \in [-1, +1]$.

Співвідношення (14) будемо називати надалі дискретним перетворенням Фур'є-Чебишева (ДПФЧ).

Такий розподіл коефіцієнтів дає змогу вести спектральний аналіз в одному діапазоні з різною частотною роздільністю. Обчислювані коефіцієнти за ДПФЧ являють собою коефіцієнти Фур'є, розподілені за шкалою діапазону нерівномірно — частіше в центрі й рідше на кінцях.

Якщо використовувати отриману таким чином шкалу частот як ноніус, то можна отримувати максимум роздільності спектра в центрі згущення частотних складових. При цьому коефіцієнти Фур'є обчислюються в одному й тому ж діапазоні, оскільки за допомогою такої шкали можна знаходити ті ж ділянки, які властиві піддіапазону аналізаторів спектра, що реалізують алгоритми перетворення Фур'є, але з кращими інструментальними характеристиками.

Принципи побудови аналізаторів спектра, що реалізують цей метод, можуть бути такими:

а) принцип типових блоків — структури виконуються на функціональних блоках, властивих перетворенню Фур'є;

б) принцип спеціалізації окремих блоків — структури, створені за цим принципом, ураховують властивості базисних функцій, що представляють поліноми Чебишева I-го і II-го роду, а також симетрію сигналів, що дає змогу підвищити швидкодію пристрою та звести до мінімуму апаратні витрати;

в) принцип функціонального перерахунку перетворень — використовує модифіковані функції Бесселя, тобто неповні функції Ангера [16] виду

$$J_n(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(nt - z \sin t) dt, \quad (15)$$

що встановлюють зв'язок між перетворенням Фур'є і Фур'є-Чебишева;

г) принцип спільного використання перетворень — реалізує алгоритми перетворень Фур'є і Фур'є-Чебишева при компромісних рішеннях: грубий аналіз щодо перетворення Фур'є і точний — за ДПФЧ;

д) принцип змішаного типу — урахуває функціональні можливості кожного принципу залежно від специфіки вирішуваних задач.

Структура, виконана за принципом типових блоків, зображено на рисунку 1. Вона містить функціональні блоки, застосовувані зазвичай в аналізаторах спектра за перетворенням Фур'є. Нетривіальним блоком цієї структури є блок поліномів Чебишева, що виробляє ортогональні поліноми Чебишева I-го і II-го роду у вигляді косинусної $T_n(i) = \cos(n \arccos i)$ і синусної $U_n(i) = \sin(n \arccos i)$ складових базисних вагових функцій, де n і i — відповідно часові та частотні номери відліків, розподілені в інтервалах $[1, N]$ і $[1, -1]$. Ці складові можуть вироблятися або за рекурентним співвідношенням виду [17]:

$$T_n(i) = iU_{n-1}(i) - U_{n-2}(i);$$

$$U_n(i) = 2iT_{n-1}(i) - U_{n-2}(i),$$

або в пам'яті, що зберігає константи $\arccos I$, які є адресою при обчисленні функцій типу синус і косинус у типовому блоці тригонометричних коефіцієнтів, або в блоці поліномів Чебишева, у якому попередньо записуються обчислені значення поліномів Чебишева. У такій структурі реалізується алгоритм ДПФЧ [14, 15], коли коефіцієнти Фур'є обчислюються матричним способом, а їх розташування нерівномірно на шкалі частот [23].

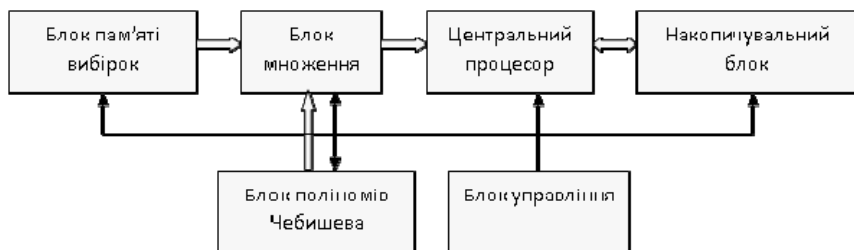


Рис. 1. Структура ДПФЧ, що виконана за принципом типових блоків ПФ

Структура технологічна, проста в експлуатації та вимагає стільки ж обчислювальних операцій, що й структура, яка реалізує алгоритм дискретного перетворення Фур'є.

На рисунку 2 показано структуру аналізатора спектра, що виконана за принципом спеціалізації окремих блоків. Специфічним блоком цієї структури є арифметичний блок, який виконує операцію множення відліків сигналу, попередньо записаних у блок пам'яті вибірок з урахуванням їх симетрії та умовного поділу на групи, на значення матриці вагових коефіцієнтів поліномів Чебишева, також умовно розділених на групи елементарних матриць. Отримані таким чином проміжні результати множення обчислюваної групи спектральних складових накопичуються в блоці пам'яті коефіцієнтів для всіх груп відліків сигналу.

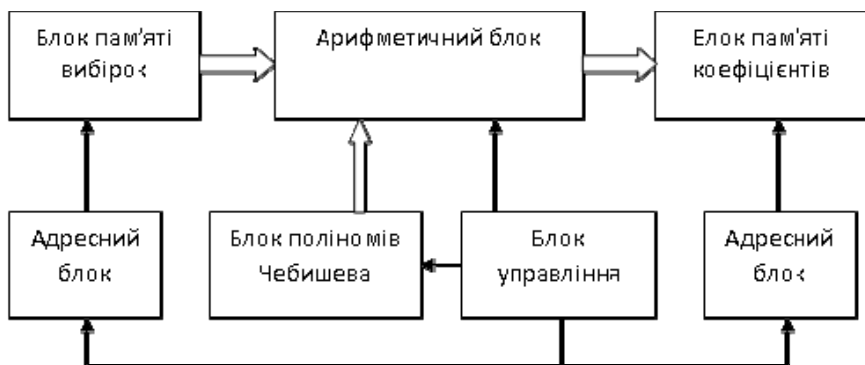


Рис. 2. Структура цифрового аналізатора спектра (скорочено — ЦАС) ДПФЧ, що виконана за принципом спеціалізації блоків

Обчислені групи спектральних складових являють у сумі N коефіцієнтів Фур'є, розподілених за шкалою частот також за законом $\arccos i$. Адресні блоки записують і зчитують групи відліків вибірки сигналу й коефіцієнтів Фур'є.

Спеціалізований арифметичний блок може бути виконаний також на типових блоках обчислення дво- і чотирьохточкового швидкого перетворення Фур'є, двоточкового перетворення Адамара. Швидкодія обчислень при цьому підвищується в чотири рази порівнянно зі структурою, виконаною за принципом типових блоків.

Принцип функціонального перерахунку перетворень заснований на алгоритмі зв'язку ПФ і ПФЧ. Його сутність полягає в

тому, що матриця A вагових функцій $\exp(j \frac{2\pi}{N} kn)$ ПФ і матриця B вагових функцій ПФЧ $\exp(-jn \arccos i)$ пов'язані через матрицю $C: B = C \times A$.

Аналітичний вираз для матриці C може бути знайдений через інтеграл виду [23]:

$$C = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\omega t} \cdot e^{-jn \arccos y} dt, \quad (16)$$

де ω — частота, t — час, а $y = f(t)$.

Рішенням інтеграла (16) є вираз:

$$C = \frac{\pi n}{2z} (e^{j\varphi} + e^{j3\varphi}) \cdot j_n(z), \quad (17)$$

яке визначається через неповні функції Ангера $J_n(z)$ виразу (11) з верхньою межею інтегрування $\pi/2$, а $\varphi = z - n\pi/2$, $z = \omega\pi/2$.

Асимптотичне вираження даних функцій Ангера представляється у вигляді розкладання:

$$R_e J_n(z) = 1 - (n - z)^2 + [(n - z)^4 - 4z(n - z)] - \dots$$

$$I_m J_n(z) = (n - z) - [(n - z)^3 - z] + \dots,$$

яке може бути реалізовано за допомогою технічних засобів, описаних у [18]. Знаючи перерахункову матрицю, можна завжди перейти від одного перетворення до іншого.

Структура, яка реалізує принцип спільного використання перетворень, виконується за допомогою двох паралельно працюючих модулів — модуля ПФ і модуля ПФЧ (обидва входять в операційний блок), а також блоку аналізу та функціональних блоків, що застосовуються в структурах, побудованих за принципом типових блоків. В аналізаторі такої структури (рис. 3) модуль ПФ обчислює коефіцієнти Фур'є з рівномірною сіткою частот, а модуль ПФЧ — з нерівномірною сіткою частот. Блок аналізу виконує комутацію каналів з метою визначення корисного сигналу та мінімізації похибки визначення спектральної складової сигналу. У блок пам'яті коефіцієнтів записуються вибіркові коефіцієнти Фур'є, обчислювані в блоці аналізу. Використання двох перетворень дає змогу підвищити якість аналізу.

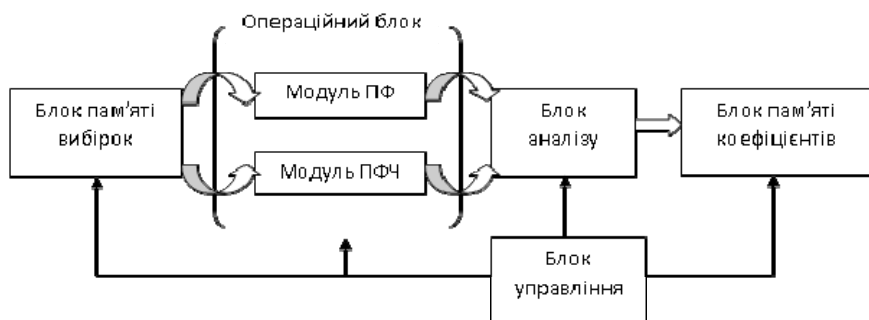


Рис. 3. Структура ЦАС з одночасним перетворенням ПФ і ПФЧ

Структуру, яка використовує принцип змішаного типу, показано на рис. 4. Ця структура програмно може налаштовуватися на один модуль або на групу модулів, що дає змогу розпаралелювати обчислення та підвищувати швидкодію системи.

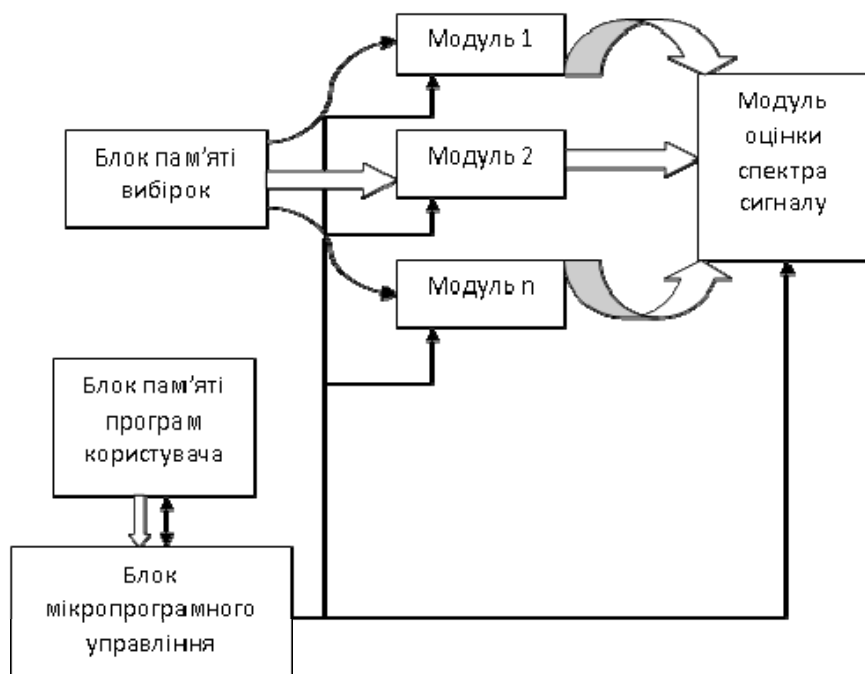


Рис. 4. Структура багатомодульної ЦАС

Висновки та перспективи подальшого розвитку

1. Запропонований метод може ефективно застосовуватися в системах спектрального аналізу при вимірі характеристик смугових сигналів.

2. З погляду структурних рішень, найдоцільнішими є структури, що реалізують швидкі алгоритми ПФЧ, які дають можливість обчислювати одночасно кілька спектральних складових і тим самим забезпечувати прийнятні параметри зі швидкодії за підвищеної частотної роздільності.

3. Розроблені на основі описаного методу алгоритми ПФЧ моделювалися на прикладі сигналу виду:

$$x(n) = \cos \frac{2\pi}{5N} ln + \cos \frac{2\pi}{5N} mn + q,$$

де $q = G \cdot \Delta$ — білий гаусовий шум; G — нормально розподілена випадкова величина; $\Delta \in [0,1]$ — рівень шуму; $l \in [32,40]$, $m \in [40,48]$ — відносні частоти, $N = 32$.

Коефіцієнти ПФЧ обчислювалися за виразом:

$$A(k_l) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-jn \arccos i),$$

де $k_l = \arccos i$.

Незважаючи на розбіжність частот сигналів базисних функцій спектр S_ψ містить завжди два сигнали основної частоти, тоді як спектр S_ϕ має суттєві розмиття. Похибка визначення частот сигналів спектра складає $\Delta f_i = 2,56\%$ і $\Delta f_m = 1,24\%$, а спектра S_ϕ $\Delta f_i = 15,39\%$, тоді як друга частота не може бути виміряна. Якщо ввести шум зі значенням $\Delta = 0,8$, то похибка визначення тих же частот спектра S_ψ незначно збільшується, тоді як у спектрі S_ϕ сигнали сильно замасковані шумом. Коли частота сигналу кратна частотам базисних функцій, ПФЧ і ПФ, з погляду точності аналізу, адекватні.

Результати досліджень показали, що спектри досліджуваних сигналів ПФЧ мають двогорбу криву (рис. 5), коли частоти сигналів не збігаються з частотами базисних функцій. За допомогою цієї позитивної властивості ПФЧ вдається усунути низку небажаних ефектів, властивих ПФ, пов'язаних з розмиванням спектральних складових.

Алгоритми ПФЧ можуть бути реалізовані в системах спектрального аналізу з можливістю зміни частотної роздільності при вирішенні задач цифрової обробки інформації, таких як кореляція, інтерполяція сигналів, цифрова фільтрація, аналіз випадкових процесів і сигналів, стиснення даних, розпізнавання образів у спеціалізованих обчислювальних системах.

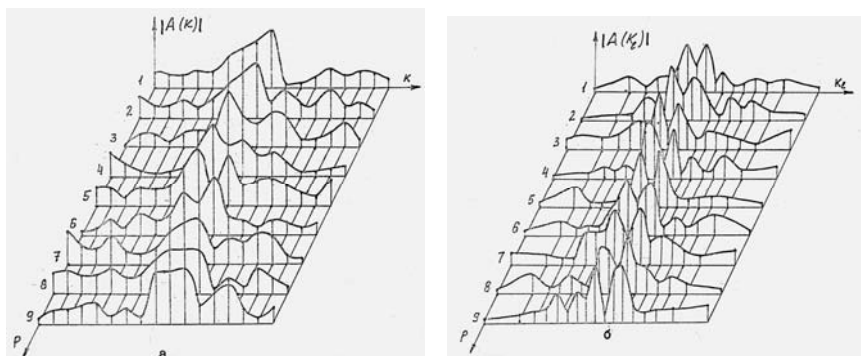


Рис. 5. Спектри ДПФ $A(k)$ та ДПФЧ $A(k_l)$ синусоїдального сигналу при рівні шуму $\Delta = 0,8$

Література

1. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. — Изд. 2-е, испр. — М.: Техносфера, 2007. — 856 с.
2. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. — М.: Мир, 1978. — 848 с.
3. *Стивен Смит.* Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников. Додэка XXI, 2008. — 720 с.
4. *Алфорова З. В.* Теорія алгоритмів. — М.: Статистика, 1983. — 164 с.
5. *Голд Б., Рейдер Ч.* Цифровая обработка сигналов. — М.: Рад. радио, 1973. — 368 с.
6. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. — М.: Мир, 1983. — Т. 1. — 312 с.
7. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. — М.: Мир, 1983. — Т. 2. — 256 с.
8. *Лабунець В. Г.* Фур'є-подібні перетворення // В кн.: Застосування ортогональних методів при обробці сигналів і аналізі систем. — Свердловськ, 1981. — С. 4–14.

9. Кухарев Г. А. Універсальні обчислювальні процедури швидких ортогональних перетворень для задач обробки сигналів // В кн.: Методи і мікроелектронні засоби цифрового перетворення обробки сигналів. — Рига, 1983. Т. 2, С. 11–14.
10. Дагман Е. Є., Кухарев Г. А. Швидкі дискретні ортогональні перетворення. — Новосибірськ: Наука, 1983. — 230 с.
11. Кей С., Марпл С. Сучасні методи спектрального аналізу. — ТІЕР. — 1981. — Т. 69. — № 12. — С. 5–51.
12. Криксунов В. Г. Автоматичні аналізатори спектрів електричних сигналів. — К.: Техніка, 1965. — 223 с.
13. Застосування цифрової обробки сигналів / Під ред. Оппенгейма А. В. — М.: Мир, 1980. — 550 с.
14. Дискретное преобразование Фурье — Чебышева / Б. Н. Малиновский, С. В. Устенко, М. В. Семотюк, А. Ф. Бульбанюк // В кн.: Разработка средств кибернетической техники. — К.: ИК АН УССР, 1982. — С. 98–103.
15. А.С. СССР № 1136181, БИ № 3, 1985 // Устенко С. В. Устройство для ортогонального преобразования цифровых сигналов по Фурье-Чебышеву.
16. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1977. — 344 с.
17. Суетин П. К. Классические ортогональные многочлены. — М.: Наука, 1979. — 416 с.
18. Введение в кибернетическую технику. Обработка физической информации / Под. ред. Б. Н. Малиновского. — К.: Наукова думка, 1979. — 256 с.
19. Цифрова обробка сигналів та зображень: Навч. посібник / Тотосько О. В., Стухляк П. Д. — Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2016. — 140 с.
20. Серсієнко А. Б. Цифровая обработка сигналов. — СПб.: Питер, 2002. — 608 с.
21. Солонина А. И., Улахович Д., Яковлев А. А. Алгоритмы и процессоры ЦОС. СПб.: БХВ. — СПб, 2001. — 464 с.
22. Цмоць І. Г. Інформаційні технології та спеціалізовані засоби обробки сигналів і зображень у реальному часі : Монографія — Львів, 2005. — 237 с.
23. Устенко С. В. Принципи побудови спеціалізованих обчислювальних систем на основі алгоритмів перетворення Фур'є-Чебишева / Моделювання та інформаційні системи в економіці. — 2015. — Вип. 91. — С. 90–98.