УДК 658.152:336.5

О. С. Коцюба,
к. е. н., доцент кафедри стратегії підприємств,
ДВНЗ "Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана"

ЗНАХОДЖЕННЯ ВНУТРІШНЬОЇ НОРМИ ДОХОДНОСТІ В РАЗІ НЕЧІТКИХ ПОЧАТКОВИХ ДАНИХ

O. Kotsyuba,
Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of Business Strategy Chair,
Kyiv National Economic University named after Vadym Getman

ESTIMATING THE INTERNAL RATE OF RETURN FROM FUZZY DATA

У публікації викладаються результати аналізу й розвитку методів побудови нечіткої оцінки показника внутрішньої норми доходності інвестиційного проекту. У межах цього для одного з методів запропоновано його модифікацію. На умовному прикладі послідовно розглянуто результати використання наявних і сформульованого підходів.

This paper presents the results of the analysis and improvement of methods of estimating the fuzzy internal rate of return for the project. Modification of one of methods is proposed. The results for using conventional and proposed methods are compared.

Ключові слова: інвестиційний проект, внутрішня норма доходності, теорія нечітких множин, нечітка оцінка, α-рівень.
Key words: investment project, Internal Rate of Return, fuzzy sets theory, fuzzy evaluation, α-level.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Обгрунтування економічної привабливості інвестиційного проекту полягає в оцінці набору показників, які розраховуються за даними його грошових потоків. Ані потік інвестицій, ані потоки поточних (операційних) платежів і надходжень не можуть бути сплановані точно. У багатьох випадках зацікавлена особа (інвестор, експерт, суб'єкт прийняття рішень) в змозі більш-менш впевнено вказати лише інтервали, в межах яких мають опинитися параметри грошових потоків, та найочікувані значення всередині цих інтервалів. Коректну математичну фіксацію таких оцінок реалізують формалізми теорії нечітких множин, закладеної більше 45 років тому американським вченим Лотфі Заде [1] — інтервальні, трикутні, трапецієподібні числа.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Використання нечітко-множинних описів у моделюванні недетермінованих грошових потоків інвестиційного проекту породжує задачу знаходження відповідних оцінок показників його привабливості або ефективності. Більш опрацьованим є визначення нечітких показників ефекту інвестицій (чистий дохід — ЧД, Net Income — NI; чиста теперішня вартість — ЧТВ, Net Present Value — NPV), а також нечітких індексів доходності (індекс доходності затрат — ІДЗ, Costs Profitability Index — CPI; індекс доходності дисконтованих затрат — ІДДЗ, Discounted Costs Profitability Index — DCPI тощо). Їхній розрахунок здійснюється на основі арифметичних операцій над елементами нечітких оцінок грошових по-

Таблиця 1. Трапецієподібні оцінки річних потоків коштів за проектом, тис. гр. од.

Рік реалізації проекту	$\underline{CF}_t^0,\ t=\overline{0,3}$	$\underline{CF}_t^1,\ t=\overline{0,3}$	$\overline{CF}_t^1,\ t=\overline{0,3}$	$\overline{CF}_t^0,\ t=\overline{0,3}$
0	-1000	-1000	-1000	-1000
1	1000	1000	2000	2000
2	1500	1600	2000	3000
3	1000	1200	1500	2000

Таблиця 2. Результати знаходження нечіткої внутрішньої норми доходності на основі розширеної нечітко-інтервальної арифметики

α	$\underline{IRR}^\alpha$	$\overline{IRR}^\alpha$
0	1,000	2,153
0,1	1,006	2,127
0,2	1,012	2,101
0,3	1,018	2,074
0,4	1,024	2,047
0,5	1,030	2,020
0,6	1,036	1,992
0,7	1,042	1,964
0,8	1,048	1,935
0,9	1,054	1,906
1	1,060	1,876

токів згідно з відповідними підходами нечіткої (нечітко-інтервальної) арифметики, або зводиться до розв'язування оптимізаційних задач [2—6].

Не такою очевидною виявляється побудова нечіткої оцінки внутрішньої норми доходності (ВНД, Internal Rate of Return — IRR). Вихідна математична специфіка цього показника зумовлює складнощі та неоднозначності щодо його розрахунку в разі нечіткості початкової інформації [7—14].

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Зазначене вище висуває завдання подальших досліджень за проблемою нечітко-множинного оцінювання показника IRR, пошуку за нею нових ефективних підходів. Це й взято за мету даної роботи.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ

Внутрішня норма доходності являє собою величину ставки дисконту, за якої чиста теперішня вартість аналізованого проекту дорівнює нулю. Тобто показник IRR слід

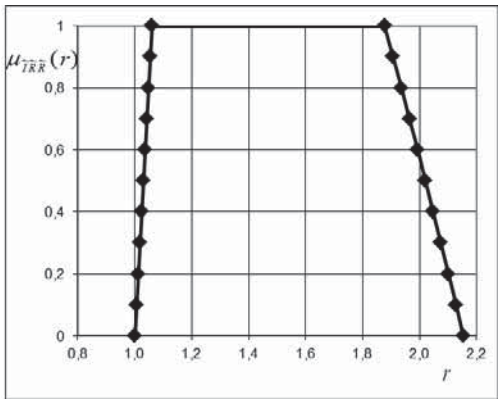

Рис. 1. Нечітка оцінка IRR на основі розширеної нечітко-інтервальної арифметики

знаходити як розв'язок такого рівняння:

$$\sum_{t=0}^{T} CF_t \Big/ (1+IRR)^t = 0 \qquad (1),$$

де T — кількість періодів (років) проекту; CF_t — очікуваний грошовий потік за інвестиційним проектом в t-му періоді (році).

Відразу оговоримо, що подальший теоретичний аналіз обмежується ситуацією строго спадної залежності між дисконтною ставкою і показником чистої теперішньої вартості для можливих наборів значень грошових потоків інвестиційного проекту, який розглядається, у межах носіїв їх нечітких оцінок.

Згідно з підходом, що грунтується на розширеному наборі операцій нечітко-інтервальної арифметики, оцінювання показника IRR у разі нечітких початкових даних означає розв'язування набору інтервальних рівнянь, отриманих у результаті розбиття нечітких оцінок грошових потоків на окремі сегменти (інтервали), так звані множини α-рівня або α-зрізи, в межах чого окреме рівняння зазначеного набору має вигляд (на основі [4, с.134]):

$$\sum_{t=0}^{T} [\underline{CF}_t^\alpha, \overline{CF}_t^\alpha] // (1+[\underline{IRR}^\alpha, \overline{IRR}^\alpha])^t = [0,\ 0],\ \alpha \in [0,1] \qquad (2),$$

де $[\underline{CF}_t^\alpha, \overline{CF}_t^\alpha]$ — інтервал для нечіткої оцінки потоку грошових коштів в t-му році, що відповідає рівню належності α; $[\underline{IRR}^\alpha, \overline{IRR}^\alpha]$ — інтервал для нечіткої оцінки показника IRR, що відповідає рівню належності α; "//" — операція додаткового ділення.

Пошук розв'язку інтервального рівняння (2) зводиться до розв'язування відповідної двійки "звичайних" детермінованих рівнянь:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^\alpha}{(1+\underline{IRR}^\alpha)^t} = 0,\ \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^\alpha}{(1+\overline{IRR}^\alpha)^t} = 0 \qquad (3—4).$$

Розглянемо викладений підхід на умовних даних, використавши приклад з роботи [11].

Нехай на підприємстві розглядається привабливість інвестиційного проекту, який має реалізовуватися протягом трьох років. Інвестиційні витрати здійснюються одноразово, їх сума становить 1000 тис. гр. од. Інші потоки коштів за проектом описуються трапецієподібними оцінками. Значення їх ключових елементів (точок) відображені в таблиці 1.

Необхідно розрахувати показник внутрішньої норми доходності за допомогою методу на основі розширеної нечітко-інтервальної арифметики.

Результати застосування розглядуваного методу репрезентує таблиця 2.

На рисунку 1 зображено графік отриманої нечіткої оцінки IRR.

Групою вчених Ченстоховського технічного університету (Польща), П.П. Севастьяновим, Д.П. Севастьяновим, Л.Г. Димовою, був запропонований свій метод розрахунку нечіткої оцінки показника внутрішньої норми доходності [11; 12]. Згідно з даним підходом, задача нечіткого оцінювання внутрішньої норми доходності розв'язується в два етапи.

На першому етапі за всіма рівнями належності α розраховуються нечіткі оцінки дисконтної ставки, кожна з яких визначає симетричну відносно нуля інтервальну оцінку показника чистої теперішньої вартості.

На другому етапі отримані нечіткі оцінки ставки дисконту на основі зваженої адитивної згортки інтегруються в результуючу нечітку оцінку шуканого показника.

Поряд із концептуальною продуктивністю методу Севастьянових-Димової його застосування призводить до переоцінювання величини носія нечіткої оцінки внутрішньої норми доходності. Виходячи з цього факту, П.М. Дерев'янком

було запропоновано для допустимих значень аналізованого показника в межах його нечітко-інтервальної форми встановлювати обмеження знизу [4, с.136]. Як варіант такого обмеження було вказане значення $\underline{IRR}^0$, знайдене за допомогою співвідношення (3). У загальному ж випадку, згідно з П.М. Дерев'янком, його має визначати особа, що приймає рішення.

Осмислення означеної проблеми дозволяє дійти висновку про припустимість й доцільність введення додаткового обмеження для значень внутрішньої норми доходності в межах її нечіткого оцінювання за допомогою методу Севастьянових-Димової. При цьому підхід до коригування нечіткої оцінки розглядуваного показника, висунутий П.М. Дерев'янком, припускає свій розвиток, суть якого полягає в наступному: на нашу думку, додаткове обмеження має встановлюватися як знизу, так і зверху, а також окремо для кожного рівня належності α, тобто має встановлюватися не одне єдине обмеження знизу, як це пропонує П.М. Дерев'янко, а їх набір, що відповідає структурі нечіткої оцінки шуканого показника; цілком погоджуючись з принципом, покладеним в основу підходу П.М. Дерев'янка, зазначені додаткові обмеження слід формувати на основі співвідношень (3—4).

Викладені вище міркування дозволяють сформулювати відповідну модифікацію методу знаходження нечіткої оцінки внутрішньої норми доходності Севастьянових-Димової. Схема пропонованої модифікації є такою.

1. Шукана нечітка оцінка внутрішньої норми доходності $\widetilde{IRR}$ будується як агрегат проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. На першому кроці для кожної проміжної оцінки $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ визначається нижня і верхня межа її носія, відповідно $\underset{\bullet}{IRR}^{\alpha}$ та $\dot{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Рівняння для знаходження зазначених показників мають вигляд:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underset{\bullet}{IRR}^{\alpha})^t} = 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\dot{IRR}^{\alpha})^t} = 0, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (5—6).$$

2. У структурі нечітких оцінок чистої теперішньої вартості, які відповідають проміжним за α-рівнями нечітким оцінкам $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, визначаються інтервали максимальної довжини. Ці інтервали мають знаходитися в межах, які задаються показниками $\underset{\bullet}{IRR}^{\alpha}$ та $\dot{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, знайденими на попередньому кроці, а також задовольняти умову симетричності відносно нульового значення. Праві кінці розглядуваних інтервалів $y_{\max}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ слід знаходити на основі співвідношень:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underset{\bullet}{IRR}^{\alpha})^t} = y_1^{\alpha} > 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\dot{IRR}^{\alpha})^t} = y_2^{\alpha} < 0, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (7—8)$$

звідки

$$y_{\max}^{\alpha} = \min\{y_1^{\alpha}, |y_2^{\alpha}|\}, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (9).$$

3. Для носіїв проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ визначаються їх точні нижні і точні верхні межі, відповідно $\underline{IRR}^{\alpha 0}$ та $\overline{IRR}^{\alpha 0}$, $\alpha \in [0,1]$. Знаходження зазначених показників здійснюється виходячи з рівнянь:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\overline{IRR}^{\alpha 0})^t} = -y_{\max}^{\alpha}, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underline{IRR}^{\alpha 0})^t} = y_{\max}^{\alpha}, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (10—11).$$

4. Для проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ знаходяться значення з максимальним рівнем належності — IRR^{α}, $\alpha \in [0,1]$. Рівняння для обчислення даних показників мають вигляд:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha} + \overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+IRR^{\alpha})^t} = 0, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (12).$$

Таблиця 3. Результати знаходження нечіткої внутрішньої норми доходності за вихідною і модифікованою версією методу Севастьянових-Димової

β	Параметри нечіткої оцінки IRR за методом Севастьянових-Димової		Параметри нечіткої оцінки IRR за модифікацією методу Севастьянових-Димової	
	$\underline{IRR}^{\beta}$	$\overline{IRR}^{\beta}$	$\underline{IRR}^{\beta}$	$\overline{IRR}^{\beta}$
0	0,000	2,162	1,300	1,963
0,1	0,459	2,145	1,318	1,904
0,2	0,690	2,102	1,336	1,849
0,3	0,858	2,049	1,354	1,798
0,4	0,994	1,989	1,374	1,748
0,5	1,108	1,924	1,393	1,702
0,6	1,206	1,852	1,413	1,657
0,7	1,293	1,775	1,433	1,615
0,8	1,370	1,691	1,454	1,574
0,9	1,438	1,599	1,476	1,535
1	1,498	1,498	1,498	1,498

5. У структурі нечітких оцінок чистої теперішньої вартості, які відповідають проміжним за α-рівнями нечітким оцінкам $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, значення IRR^{α}, $\alpha \in [0,1]$ задають інтервали мінімальної довжини, праві кінці цих інтервалів $y_{\min}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ можуть бути знайдені на основі співвідношень:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+IRR^{\alpha})^t} = -y_{\min}^{\alpha}, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+IRR^{\alpha})^t} = y_{\min}^{\alpha}, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (13—14).$$

6. Здійснюється відтворення проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Деякий інтервал $[\underline{IRR}^{\alpha\beta}, \overline{IRR}^{\alpha\beta}]$ в межах нечіткої оцінки $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, який відповідає рівню належності β, $\beta \in [0,1]$, може бути визначений виходячи з співвідношень:

$$y^{\alpha\beta} = y_{\max}^{\alpha} - \beta(y_{\max}^{\alpha} - y_{\min}^{\alpha}), \quad \alpha \in [0,1], \ \beta \in [0,1] \qquad (15)$$

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\overline{IRR}^{\alpha\beta})^t} = -y^{\alpha\beta}, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underline{IRR}^{\alpha\beta})^t} = y^{\alpha\beta}, \quad \alpha \in [0,1], \ \beta \in [0,1] \qquad (16—17).$$

7. Визначається шукана нечітка оцінка $\widetilde{IRR}$ шляхом агрегування знайдених на попередньому етапі проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Зазначене агрегування слід здійснювати так:

$$\widetilde{IRR} = \bigcup_{\beta \in [0,1]} [\underline{IRR}^{\beta}, \overline{IRR}^{\beta}] \qquad (18),$$

$$\underline{IRR}^{\beta} = 2\int_0^1 \alpha \underline{IRR}^{\alpha\beta} d\alpha, \quad \overline{IRR}^{\beta} = 2\int_0^1 \alpha \overline{IRR}^{\alpha\beta} d\alpha, \quad \beta \in [0,1] \qquad (19—20).$$

У межах практичних обчислень, що передбачає фіксовану кількість рівнів розбиття нечітких оцінок $\widetilde{NPV}$ і $\widetilde{IRR}$, тобто α — та β-рівнів, розглядуване агрегування зводиться до наступного:

$$\widetilde{IRR} = \bigcup_{j=0}^{M} [\underline{IRR}^{\beta_j}, \overline{IRR}^{\beta_j}], \quad \beta_j = j/M \qquad (21)$$

$$\underline{IRR}^{\beta_j} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \alpha_i} \times \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \times \underline{IRR}^{\alpha_i \beta_j}, \quad \overline{IRR}^{\beta_j} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \alpha_i} \times \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \times \overline{IRR}^{\alpha_i \beta_j}, \quad j = \overline{0, M},$$

$$\beta_j = j/M, \quad \alpha_i = i/N \qquad (22—23).$$

Застосування вихідної і модифікованої версії методу Севастьянових-Димової на основі умовної ситуації, що була

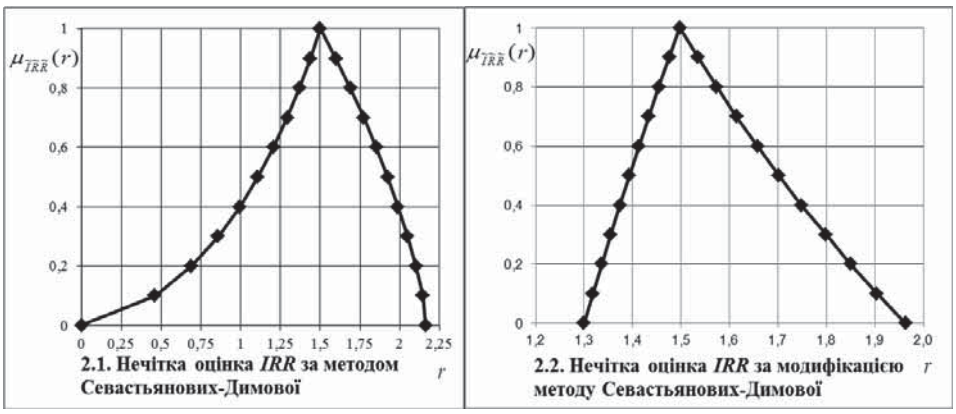

Рис. 2. Нечітка оцінка IRR за вихідною і модифікованою версією методу Севастьянових-Димової

наведена вище, дозволяє отримати результати, відображені у таблиці 3.

На рисунку 2 показано графіки нечіткої оцінки IRR в межах вихідної і модифікованої версії методу Севастьянових-Димової.

З рисунку 2 видно, що поряд з подібністю або збігом окремих характеристик нечітких оцінок IRR, отриманих за допомогою альтернативних методів, — відповідність в обох випадках трикутній формі в межах лінійної апроксимації, однакові модальні значення — для них мають місце принципові відмінності — істотне неспівпадіння носіїв (більшою мірою в їх лівій частині), різні проміжки опуклості і ввігнутості.

Окрім сформульованої вище модифікації методу побудови нечіткої оцінки внутрішньої норми доходності Севастьянових-Димової, можливі й інші модифікації, які виходять з тієї самої методологічної ідеї щодо обмежень для параметрів проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ у межах шуканої нечіткої оцінки $\widetilde{IRR}$, але в послабленому вигляді, тобто грунтуються на послабленій системі обмежень. Модель однієї з таких модифікацій з помірно послабленими обмеженнями для носіїв проміжних нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ зводиться до такого.

1. На першому кроці розраховуються два значення дисконтної ставки — $\underset{\bullet}{IRR}^{0}$ та $\dot{IRR}^{0}$, що є відповідно нижньою і верхньою межею для носіїв одночасно всіх проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Рівняння для знаходження зазначених показників мають вигляд:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t^0}{(1+\underset{\bullet}{IRR}^0)^t} = 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^0}{(1+\dot{IRR}^0)^t} = 0 \qquad (24—25).$$

2. У структурі нечітких оцінок чистої теперішньої вартості, які відповідають проміжним за α-рівнями нечітким оцінкам $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, визначаються інтервали максимальної довжини. Ці інтервали мають знаходитися в межах, які задаються показниками $\underset{\bullet}{IRR}^{0}$ та $\dot{IRR}^{0}$, знайденими на попередньому кроці, а також задовольняти умові симетричності відносно нульового значення. Праві кінці інтервалів $y_{\max}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ слід знаходити на основі співвідношень:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underset{\bullet}{IRR}^0)^t} = y_1^{\alpha} > 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t^{\alpha}}{(1+\dot{IRR}^0)^t} = y_2^{\alpha} < 0, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (26—27)$$

звідки

$$y_{\max}^{\alpha} = \min\left\{y_1^{\alpha}, \left|y_2^{\alpha}\right|\right\}, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (28).$$

Наступні етапи збігаються з відповідними (з 3-го по 7-й) етапами для вихідної модифікації методу Севастьянових-Димової.

Застосування модифікації методу Севастьянових-Димової з помірно послабленими обмеженнями щодо параметрів проміжних за α-рівнями нечітких оцінок $\widetilde{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ для умовних даних, наведених вище, дозволяє отримати результати, представлені у таблиці 4.

Таблиця 4. Результати знаходження нечіткої внутрішньої норми доходності за модифікацією методу Севастьянових-Димової з помірно послабленими обмеженнями

β	$\underline{IRR}^{\beta}$	$\overline{IRR}^{\beta}$
0	1,248	2,153
0,1	1,270	2,065
0,2	1,293	1,984
0,3	1,316	1,909
0,4	1,339	1,838
0,5	1,364	1,772
0,6	1,389	1,710
0,7	1,415	1,653
0,8	1,442	1,598
0,9	1,469	1,546
1	1,498	1,498

Рисунок 3 репрезентує графік нечіткої оцінки IRR у разі використання модифікації методу Севастьянових-Димової з помірно послабленою системою обмежень.

Порівняння графіків нечіткої оцінки IRR згідно з основною і спрощеною модифікацією методу Севастьянових-Димової (рис. відповідно 2 і 3), дозволяє констатувати високий, на межі співпадіння, ступінь їх взаємної близькості. Власне, вся відмінність між ними полягає в незначній "розтягнутості" нечіткої оцінки аналізованого показника в разі послаблення обмежуючих вимог порівняно з її значенням для основного варіанту модифікації методу Севастьянових-Димової.

Неважко також помітити, що сформульована спрощена модифікація методу Севастьянових-Димової за своєю конструкцією є близькою до варіанта, запропонованого П.М. Дерев'янком (з приводу структури останнього див. зауваження, зроблене вище). Водночас, принципова роль обмеження зверху для припустимих значень внутрішньої норми доходності на основі співвідношення (25), котре наявне у спрощеній модифікації і відсутнє в межах версії П.М. Дерев'янка, зберігає свою актуальність.

Доцільно розглянути ще одну можливу модифікацію методу Севастьянових-Димової із послабленими обмеженнями, в межах якої проміжні за α-рівнями оцінки показника IRR визначаються не у вигляді нечітких оцінок, а зводяться до інтервальної форми. Реалізація зазначеної модифікації передбачає виконання наступних розрахункових процедур.

1. Як було зауважено вище, шукана нечітка оцінка внутрішньої норми доходності $\widetilde{I}\widetilde{R}\widetilde{R}$ будується як агрегат інтервальних за α-рівнями оцінок $[\underline{IRR}^{\alpha}, \overline{IRR}^{\alpha}]$, $\alpha \in [0,1]$. На першому кроці для кожної інтервальної оцінки $[\underline{IRR}^{\alpha}, \overline{IRR}^{\alpha}]$, $\alpha \in [0,1]$ визначається її нижня і верхня межа, відповідно $\underline{I\,R\,R}^{\alpha}$ та $\overline{I\,R\,R}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Рівняння для знаходження зазначених показників мають вигляд:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underline{I\,R\,R}^{\alpha})^t} = 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\overline{I\,R\,R}^{\alpha})^t} = 0, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (29—30).$$

2. Для кожного α-рівня серед інтервальних оцінок чистої теперішньої вартості, симетричних відносно нуля, які відповідають інтервальним оцінкам внутрішньої норми доходності, визначаються інтервали максимальної довжини. Ці інтервали мають знаходитися в межах, які задаються показниками $\underline{I\,R\,R}^{\alpha}$ та $\overline{I\,R\,R}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$, знайденими на попередньому кроці, а також задовольняти умову симетричності відносно нульового значення. Праві кінці розглядуваних інтервалів $y_{\max}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$ слід знаходити на основі співвідношень:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underline{I\,R\,R}^{\alpha})^t} = y_1^{\alpha} > 0, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\overline{I\,R\,R}^{\alpha})^t} = y_2^{\alpha} < 0, \quad \alpha \in [0,1] \quad (31—32)$$

звідки

$$y_{\max}^{\alpha} = \min\{y_1^{\alpha}, |y_2^{\alpha}|\}, \quad \alpha \in [0,1] \qquad (33).$$

3. Визначаються мінімальні і максимальні значення в межах інтервальних за α-рівнями оцінок $[\underline{IRR}^{\alpha}, \overline{IRR}^{\alpha}]$, відповідно $\underline{IRR}^{\alpha}$ та $\overline{IRR}^{\alpha}$, $\alpha \in [0,1]$. Знаходження зазначених показників здійснюється виходячи з рівнянь:

$$\sum_{t=0}^{T} \frac{\underline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\overline{IRR}^{\alpha})^t} = -y_{\max}^{\alpha}, \quad \sum_{t=0}^{T} \frac{\overline{CF}_t^{\alpha}}{(1+\underline{IRR}^{\alpha})^t} = y_{\max}^{\alpha}, \quad \alpha \in [0,1] \quad (34—35).$$

4. Відтворюється шукана нечітка оцінка $\widetilde{I}\widetilde{R}\widetilde{R}$ шляхом агрегування знайдених на попередньому етапі інтервальних за α-рівнями оцінок $[\underline{IRR}^{\alpha}, \overline{IRR}^{\alpha}]$, $\alpha \in [0,1]$. Зазначене агрегування слід здійснювати так:

$$\widetilde{I}\widetilde{R}\widetilde{R} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} [\underline{IRR}^{\alpha}, \overline{IRR}^{\alpha}] \qquad (36).$$

Відомості таблиці 5 відображають результати апробації модифікації методу знаходження нечіткої оцінки IRR Севастьянових-Димової з істотно послабленою системою обмежень для наведеного вище умовного інвестиційного проекту.

На рисунку 4 показано графік отриманої нечіткої оцінки показника IRR.

Як можна бачити з рисунку 4, істотне послаблення обмежуючих умов призводить до формування нечіткої оцінки аналізованого показника, форма якої сильно різниться від її структури як для основної, так і помірно спрощеної модифікації методу Севастьянових-Димової. У першому випадку має місце подібність до трапеції (або навіть до паралелограма), тоді як у двох останніх, як вже зауважувалося вище, спостерігається близькість до трикутника. При цьому в разі істотного послаблення системи обмежуючих умов права до ядра частина нечіткої оцінки IRR збігається з правою до ядра частиною нечіткої оцінки даного показника згідно з методом на основі розширеної нечітко-інтервальної арифметики (див. рис. 1 і 4, а також дані табл. 2 і 5).

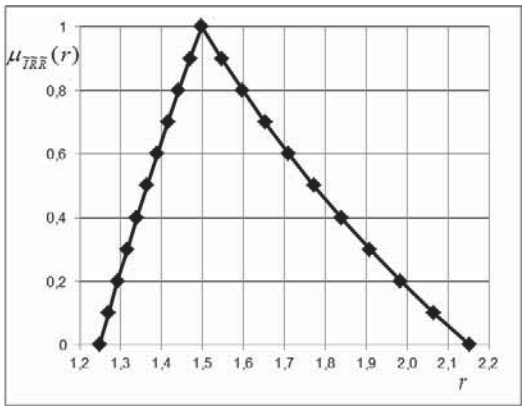

Рис. 3. Нечітка оцінка IRR за модифікацією методу Севастьянових-Димової з помірно послабленою системою обмежень

Таблиця 5. Результати знаходження нечіткої внутрішньої норми доходності за модифікацією методу Севастьянових-Димової з істотно послабленими обмеженнями

α	$\underline{IRR}^{\alpha}$	$\overline{IRR}^{\alpha}$
0	1,399	2,153
0,1	1,385	2,127
0,2	1,371	2,101
0,3	1,357	2,074
0,4	1,342	2,047
0,5	1,328	2,020
0,6	1,314	1,992
0,7	1,300	1,964
0,8	1,286	1,935
0,9	1,272	1,906
1	1,258	1,877

ВИСНОВКИ

Представлену в проведеному дослідженні варіабельність у побудові нечіткої оцінки внутрішньої норми доходності інвестиційного проекту слід розглядати

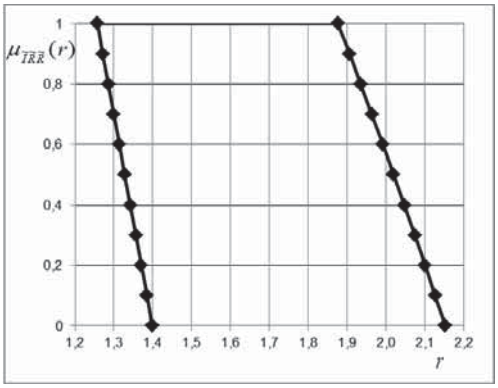

Рис. 4. Нечітка оцінка IRR за модифікацією методу Севастьянових-Димової з істотно послабленою системою обмежень

як частковий прояв методологічної незамкненості теорії нечітких множин й інструментарію на її основі. Аналіз генезису зазначеного факту виходить за межі даної роботи. Водночас у цьому контексті можна зауважити, що розроблення інструментальних засобів на основі нечітко-множинного підходу для конкретних задач економіки підприємства, включаючи задачі інвестиційного аналізу, передусім має відповідати й знаходитися у методологічному "коридорі", окресленому наявним сьогодні методологічним базисом теорії нечітких множин.

Слід також сказати, що перспективним напрямом подальших наукових розвідок за порушеною в публікації проблематикою є аналіз й розвиток нечітко-множинних методів знаходження інших показників економічної привабливості реальних інвестицій (зокрема, терміну окупності "з" та "без" дисконтування).

Література:

1. Zadeh L.A. Fuzzy Sets / L.A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338—353.

2. Kuchta D. Fuzzy Capital Budgeting / D. Kuchta // Fuzzy Sets and Systems. — 2000. — № 111. — P. 367—385.

3. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций / А.О. Недосекин. — СПб.: Типография "Сезам", 2002. — 181 с.

4. Деревянко П.М. Модели и методы принятия стратегических решений по распределению реальных инвестиций предприятия с применением теории нечетких множеств: Дис... канд. экон. наук: спец. 08.00.13 / П.М. Деревянко. — Санкт-Петербург, 2006. — 224 с.

5. Corazza M. Fuzzy interval net present value / M. Corazza, S. Giove // Working Paper, November, 2008. — Department of Applied Mathematics, University of Venice, 2008. — № 170. — 10 p.

6. Nosratpour M. Fuzzy net present value for engineering analysis / Nosratpour M., Nazerib A., Meftahi H. // Management Science Letters. — 2012. — Vol. 2. — P. 2153—2158.

7. Biacino L. The internal rate of return of fuzzy cash flows / L. Biacino, M.R. Simonelli // Stochastica. — 1992. — XIII-1. — P. 13—22.

8. Carlsson C. On Fuzzy Internal Rate of Return / C. Carlsson, R. Fuller // TUCS Technical Report, November, 1998. — TUCS Research Group, Institute for Advanced Management Systems Research, 1998. — № 211. — 11 p.

9. Carlsson C. Capital budgeting problems with fuzzy cash flows / C. Carlsson, R. Fuller // Mathware and Soft Computing. — 1999. — № 6. — P. 81—89.

10. Multiple fuzzy IRR in the financial decision environment / [Gonzalez S.F., Flores R.J., Flores R.B., Mendoza R.J.]. // Fuzzy Sets in Management, Economy and Marketing / Ed. By C. Zopounidis and oth. — World Scientific Pub Co, 2001. — P. 223—237.

11. Dimova L. On the Fuzzy Internal Rate of Return [Online] / Dimova L., Sevastjanov P., Sevastjanov D. // Chenstohova Tech. University Proceedings, 2001. — Available at: http://sedok.narod.ru/s_files/poland/FuzzyIRR2.zip

12. Dimova L. Fuzzy Capital Budgeting: Investment Project Valuation and Optimization [Online] / Dimova L., Sevastianov P., Sevastianov D. // Chenstohova Tech. Univercity Proceedings, 2003. — Available at: http://sedok.narod.ru/s_files/ poland/DimSevSev2003.doc

13. An interpretation for the internal rate of return through fuzzy calculation [Online] / [Banholzer I.E.G., Sanches A.L., Pamlona E.O., Montevechi J.A.B.]. — Available at: http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/ArtIgorSIGEF.pdf

14. Guerra M.L. Interval and fuzzy Average Internal Rate of Return for investment appraisal [Online] / Guerra M.L., Magni C.A., Stefanini L. — Available at: http://ssrn.com/abstract=2080250

References.

1. Zadeh, L.A. (1965), "Fuzzy Sets", *Information and Control*, vol. 8, pp. 338-353.

2. Kuchta D. (2000), "Fuzzy Capital Budgeting", *Fuzzy Sets and Systems,* no 111, pp. 367-385.

3. Nedosekin, A.O. (2002), *Nechetko-mnozhestvennyj analiz riska fondovyh investicij* [Fuzzy risk analysis of stock investment], Sezam, St. Petersburg, Russia.

4. Derevjanko, P.M. (2006), "Models and methods for making strategic decisions in distribution of real investment on the basis of fuzzy sets theory", Abstract of Ph.D. dissertation, Mathematical and tool methods of economy, Saint Petersburg State University of Engineering and Economics, St. Petersburg, Russia.

5. Corazza, M. and Giove, S. (2008), "Fuzzy interval net present value", *Working Paper, November*, 2008, Department of Applied Mathematics, University of Venice, no 170, 10 p.

6. Nosratpour, M. Nazerib, A. and Meftahi, H. (2012), "Fuzzy net present value for engineering analysis", *Management Science Letters*, vol. 2, pp. 2153—2158.

7. Biacino, L. and Simonelli, M.R. (1992), "The internal rate of return of fuzzy cash flows", *Stochastica*, XIII-1, pp. 13-22.

8. Carlsson, C. and Fuller, R. (1998), "On Fuzzy Internal Rate of Return", TUCS *Technical Report, November*, 1998, TUCS Research Group, Institute for Advanced Management Systems Research, no. 211, 11 p.

9. Carlsson, C. and Fuller, R. (1999), "Capital budgeting problems with fuzzy cash flows", *Mathware and Soft Computing*, no. 6, pp. 81-89.

10. Gonzalez, S.F. Flores, R.J. Flores, R.B. and Mendoza, R.J. (2001) "Multiple fuzzy IRR in the financial decision environment", *Fuzzy Sets in Management, Economy and Marketing*, ed. By C. Zopounidis and oth., World Scientific Pub Co, pp. 223-237.

11. Dimova, L. Sevastjanov, P. and Sevastjanov, D. (2001), "On the Fuzzy Internal Rate of Return", *Chenstohova Tech. University Proceedings*, [Online], available at: http://sedok.narod.ru/s_files/poland/FuzzyIRR2.zip (Accessed 7 July 2013).

12. Dimova, L. Sevastianov, P. and Sevastianov, D. (2003), "Fuzzy Capital Budgeting: Investment Project Valuation and Optimization", *Chenstohova Tech. Univercity Proceedings*, [Online], available at: http://sedok.narod.ru/s_files/ poland/DimSevSev2003.doc (Accessed 7 July 2013).

13. Website of the Institute of Machinery Production and Management, Banholzer, I.E.G. Sanches, A.L. Pamlona, E.O. and Montevechi, J.A.B. (2005), "An interpretation for the internal rate of return through fuzzy calculation", [Online], available at: http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/ArtIgorSIGEF.pdf (Accessed 27 June 2013).

14. Social Science Research Network, Guerra, M.L. Magni, C.A. and Stefanini, L. (2012), "Interval and fuzzy Average Internal Rate of Return for investment appraisal", [Online], available at: http://ssrn.com/abstract=2080250 (Accessed 29 June 2013).

Стаття надійшла до редакції 30.08.2013 р.