

УДК 658.8.011.1.001.26

**Т. В. Блудова**, д-р екон. наук,  
**В. В. Магда**, аспірант,  
кафедра вищої математики,  
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## ОПТИМІЗАЦІЯ МАРКЕТИНГОВИХ ВИТРАТ ФІРМИ

У статті розглянуто диференціальне рівняння, що описує економічний процес планування рекламних витрат, розв'язок якого має вигляд логістичної кривої. Аналітично знайдено інтервал еластичності функції попиту. Розглянуто задачу оптимізації функції, пов'язана з оптимальним значенням прибутку залежно від маркетингових витрат функції попиту. Знайдено оптимальні маркетингові витрати і відповідний оптимальний попит, що визначають рентабельність маркетингових витрат.

**Ключові слова:** маркетингові витрати фірми, функція реакції збуту, рентабельність маркетингових витрат.

Планування рекламної діяльності компанії — складний процес, необхідною умовою якого є проведення повноцінного маркетингового дослідження для визначення мети реклами, її обсягу, інтенсивності, часу проведення, району поширення, а також суми кошторисних асигнувань (витрат) на рекламну діяльність.

Рекламним бюджетом компанії називається затверджена сума кошторисних асигнувань на рекламу, що є вагомим чинником її ефективної діяльності. У процесі планування витрат на рекламну діяльність використовуються методи «відсотка продажів», «відсотка прибутку», рівня продажів в одиницях товару, конкурентного паритету, пайової участі в ринку і метод узгодження із задачею [1]. Водночас недостатньо вивчені питання визначення оптимального рівня маркетингових витрат фірми, що максимізують ефект од рекламного звернення у відповідності з конкретним ринком, ситуацією, метою рекламної кампанії. Тому розробка та застосування таких методик становить актуальну проблему.

Досліджуючи функцію реакції збуту Ф. Котлер [2] встановив, що за збільшення одного з основних факторів виробництва, зокрема витрат на рекламу, приріст виробництва, а саме рівень продажу, починаючи з певного значення, спадає. Тож важливим чинником в оптимізації маркетингових витрат фірми стає визначення межі «ефективних» витрат.

У розробці бюджету маркетингу використовують дві схеми: планування на основі показників цільового прибутку та планування на основі оптимізації прибутку.

Розглянемо першу схему:

1. Оцінка загального обсягу ринку наступного року (зіставлення темпів зростання та обсягів ринку в поточному році).
2. Прогнозування частки ринку наступного року (збереження частки ринку, розширення ринку, вихід на новий ринок).
3. Прогноз обсягу продажу наступного року.
4. Визначення ціни одиниці продукції.
5. Розрахунок суми надходжень планованого року (добуток обсягу продажу на ціну одиниці продукції).
6. Розрахунок собівартості товару (сума постійних і змінних витрат).
7. Прогноз валового прибутку (різниця валового доходу та валової собівартості реалізованої продукції).
8. Розрахунок контрольного показника цільового прибутку від збуту, відповідно до планованого коефіцієнта рентабельності.
9. Витрати на маркетинг (різниця суми валового прибутку та цільового прибутку). Отриманий результат показує, яку суму можна витратити на проведення маркетингу з урахуванням витрат на оподаткування.

10. Розподіл бюджету на маркетинг по таких складових комплексу маркетингу: реклама, стимулювання збуту, маркетингові дослідження.

Друга схема розробки бюджету маркетингу — планування на основі оптимізації прибутку. Оптимізація прибутку вимагає від керівництва фірми чіткого усвідомлення взаємозв'язку між обсягом продажу та різними складовими комплексу маркетингу, т. б. прогноз імовірнісного обсягу продажу протягом певного часу за різних умов витрат на маркетинг, що описується функцією реакції збуту. У книзі Ф. Котлера [2] одна з можливих статистичних функцій реакції збуту представлена на рис. 1. Вона свідчить, що чим більше фірма витрачає на маркетинг у певний відтинок часу, тим вищим вірогідний обсяг збуту. Із S-кривої випливає, що низький рівень витрат на маркетинг (100 тис. дол.) навряд чи дасть велике зростання збуту. Вищий рівень витрат на маркетинг (200 тис. дол.) забезпечує і вищий рівень збуту. Проте дуже високий рівень витрат може і не дати пропорційно великого зростання збуту, викликавши ефект так званого маркетингового перебору [2].

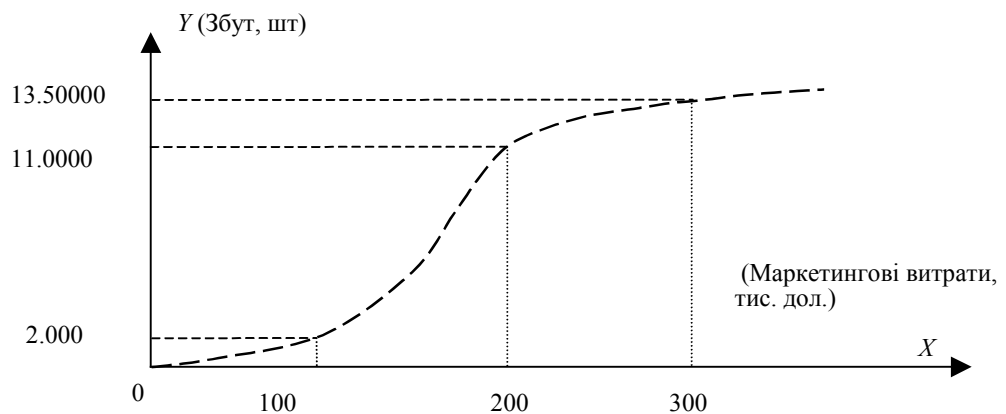


Рис. 1. Функція реакції збуту [2]

Маркетинговий перебір виникає за скорочення обсягу продажу за вельми високого рівня витрат і пояснюється існуванням верхньої межі загального потенційного попиту на товар, а також реакцією конкурентів, що призводить до протидії збуту.

Попередню оцінку функції реакції збуту стосовно діяльності фірми можна зробити у три способи: статистичними (збирання даних про минулі продажі та рівень змінних комплексу маркетингу), експериментальними (варіювання рівня маркетингових витрат і їх розподілу за аналогічними географічними або іншими одиницями розбиття з подальшими вимірюваннями досягнутих обсягів збуту), експертними (за встановлення необхідного рівня витрат керуються обґрунтованими припущеннями експертів) та аналітичними (моделювання неперервної функції реакції збуту).

На рис. 2 представлено функціональні залежності отриманих од продажу коштів (вісь  $Y$ , млн дол.) [2]:

- функції реакції збуту (починається не з нуля, оскільки певний обсяг збуту спостерігається і за відсутності витрат на маркетинг),
- функції валового прибутку (якщо з функції реакції збуту видалити всі немаркетингові витрати),
- функції витрат на маркетинг (лінійна залежність: 1 дол. маркетингових витрат на кожні 10 дол.),
- функції чистого прибутку (від функції валового прибутку віднімається функція маркетингових витрат).

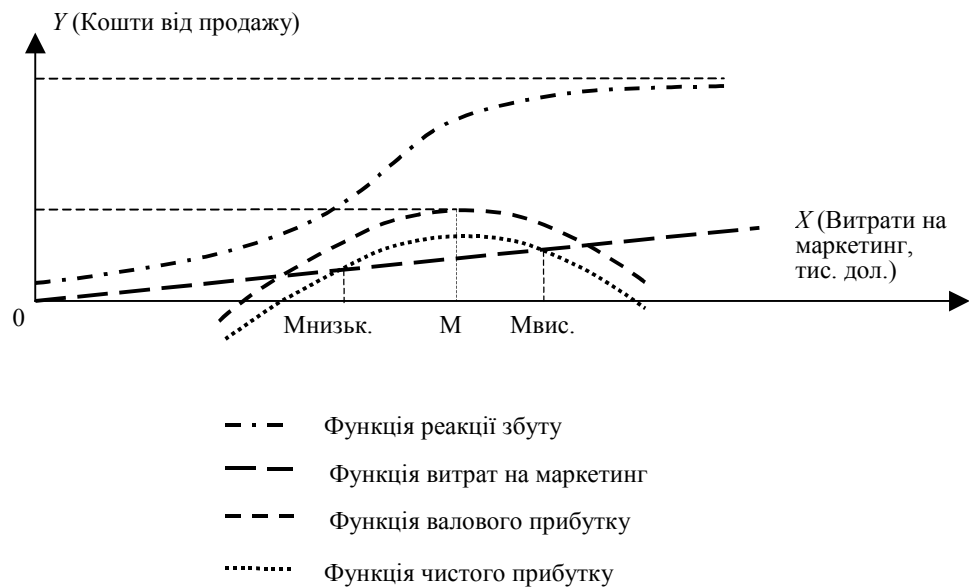


Рис.2. Взаємозв'язок між обсягом збуту, рівнем витрат на маркетинг і прибутком

Графічно визначається раціональний діапазон витрат на маркетинг: інтервал (Мнизьк.; Мвис.). Функція чистого прибутку досягає свого максимуму в точці М. Отже, рівень маркетингових витрат, що забезпечують отримання максимального чистого прибутку, має дорівнювати М дол.

У роботі [3] розглядається диференціальне рівняння, що описує економічний процес планування рекламних витрат:

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{v} \frac{y_M - y}{y_M}, \quad y(0) = y_0, \quad (1)$$

де  $y_M$  — граничний рівень попиту,  $v$  — коефіцієнт ступеня сприйняття ринку, початкова умова  $y(0) = y_0$  характеризує попит при початкових рекламних витратах.

Рівняння (1) зводиться до нелінійного рівняння Бернуллі [4]:

$$y' - \frac{1}{v} \cdot y = \frac{1}{v \cdot y_M} \cdot y^2, \quad y(0) = y_0. \quad (2)$$

Його частинний розв'язок має вигляд [4]:

$$y = \frac{y_M}{1 + a e^{-\frac{x}{v}}}, \quad a = \frac{y_M - y_0}{y_0}. \quad (3)$$

На рис. 3 зображено криву функціональної залежності попиту від рекламних витрат (функції реакції збуту), що описується формулою (3).

Отже, розв'язок (3) диференціального рівняння (2) має вигляд логістичної кривої. У роботі [4] проведено дослідження частинного розв'язку диференціального рівняння (2) методом математичного аналізу, побудовано s-криву функції попиту залежно від рекламних витрат зі сферою невикористаної можливості попиту.

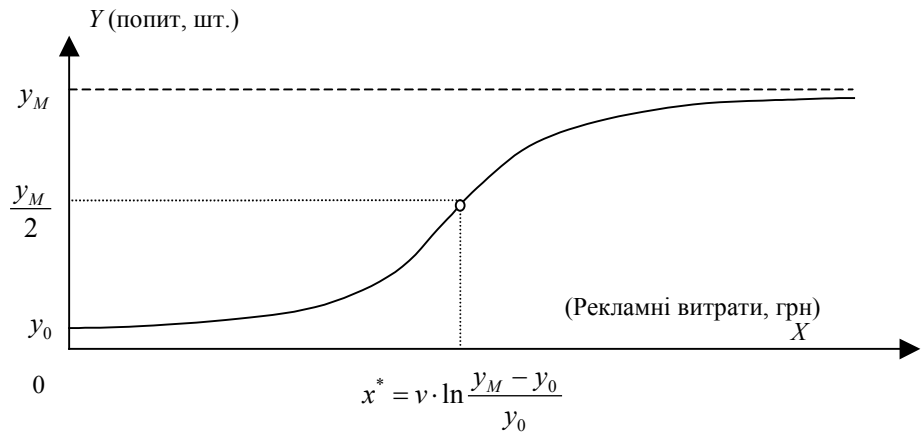


Рис. 3. S-крива функції попиту залежно від рекламних витрат

Обчислимо коефіцієнт еластичності функції попиту (3) залежно від рекламних витрат за формулою [4]:

$$E = \frac{x \cdot y'}{y}. \quad (4)$$

Відомо, якщо  $|E| < 1$ , тобто зміна показника рекламних витрат на один відсоток приводить до зміни загального обсягу продажів менше, ніж на один відсоток, то попит — нееластичний [5]. Наприклад, у роботі [6] значення еластичності попиту по рекламі коливається в межах від 0,003 до 0,482, а в роботі [7] еластичність належить інтервалу  $(0,1; 0,2)$ .

Отже, оптимальній ситуації, за яким зміна обсягів продажів більша ніж зміна асигнувань на рекламу, відповідає еластичний попит, коли зміна показника рекламних витрат на один відсоток приводить до зміни загального обсягу продажу більше, ніж на один відсоток:  $|E| > 1$ .

Знайдемо першу похідну функцію попиту:

$$y' = -\frac{y_M}{\left(1 + ae^{-\frac{x}{v}}\right)^2} \cdot \left(-\frac{a}{v} \cdot e^{-\frac{x}{v}}\right) = \frac{a \cdot y_M}{v} \cdot \frac{1}{e^{\frac{x}{v}} \left(1 + ae^{-\frac{x}{v}}\right)^2}. \quad (5)$$

Підставимо вирази (3) і (5) у формулу (4):

$$E = \frac{a \cdot y_M}{v} \cdot \frac{x}{e^{\frac{x}{v}} \left(1 + ae^{-\frac{x}{v}}\right)^2} \cdot \frac{\left(1 + ae^{-\frac{x}{v}}\right)}{y_M} = \frac{a}{v} \cdot \frac{x}{e^{\frac{x}{v}} \left(1 + ae^{-\frac{x}{v}}\right)^2}.$$

Отже,

$$E = \frac{a}{v} \cdot \frac{x}{e^{\frac{x}{v}} + a}. \quad (6)$$

За умови еластичності  $|E| > 1$  знайдемо інтервал еластичності для функції попиту [5]:

$$\frac{a}{v} \cdot \frac{x}{e^v + a} > 1, \quad \frac{\frac{a}{v}x - e^v - a}{e^v + a} > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{a}{v}x - e^v - a > 0, \quad \left( e^v + a > 0 \right).$$

Отже,

$$\frac{a}{v}x - a > e^v. \tag{7}$$

Для визначення параметрів  $a$  і  $v$  нерівність (7) розв’язується графічно (рис. 4). Тож можна визначити інтервал еластичності  $x_1^{el}, x_2^{el}$ .

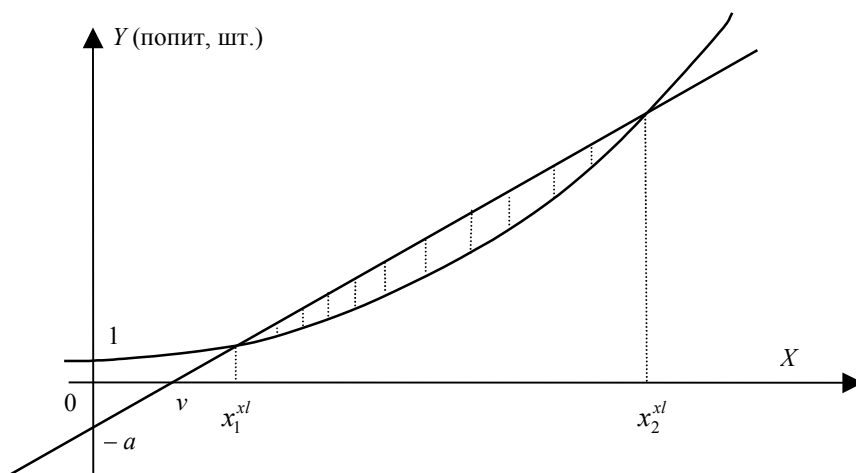


Рис. 4. Знаходження інтервалу еластичності  $x_1^{el}, x_2^{el}$

Отже, раціональний діапазон витрат на маркетинг: інтервал (Мнизьк.; Мвис.), визначений Ф. Котлером, статистично повинен знаходитися в інтервалі еластичності функції попиту, який визначається аналітично.

Розглянемо оптимізацію функції  $y(x)$ , що пов’язана з оптимальним значенням прибутку  $R(x)$  залежно від маркетингових витрат  $x$  функції попиту  $y(x)$ :

$$R(x) = (p - c)(y - y_0) - x, \tag{8}$$

де  $p$  — вартість виробленого товару,  $c$  — вартість витрат на виробництво,  $x$  — вартість маркетингових витрат.

Дослідимо на максимум функцію  $R(x)$ . За необхідною умовою існування максимуму функції  $R(x)$ :

$$R'(x) = (p - c)y' - 1 = 0 \Rightarrow y' = \frac{1}{p - c}. \tag{9}$$

Запишемо систему диференціальних рівнянь, що складається з (1) і (9):

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{v} \frac{y_m - 1}{y_m}, \\ y' = \frac{1}{p - c}. \end{cases} \tag{10}$$

Маємо:

$$\frac{1}{(p-c)y} - \frac{1}{v} \frac{y_m - y}{y_m}$$

або

$$y^2 - y_m y + v \frac{y_m}{p-c} = 0. \quad (11)$$

Розв'язки квадратного рівняння (11) мають вигляд:

$$y_{1,2} = \frac{1}{2} \left( y_m \pm \sqrt{y_m^2 - v \frac{4y_m}{p-c}} \right) = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left( y_m - \frac{2v}{p-c} \right)^2 - \frac{4v^2}{(p-c)^2}} \quad (12)$$

і визначають оптимальні значення функції попиту  $y(x)$ . Ці розв'язки існують, якщо дискримінант додатний:

$$y_m^2 - \frac{4vy_m}{p-c} > 0 \Rightarrow y_m(p-c) > 4v. \quad (13)$$

Ураховуючи нерівність (13), на другий доданок підкореневого виразу (12) можна накласти обмеження:  $\frac{4v^2}{(p-c)^2} < v \frac{y_m}{p-c}$ , тому, нехтуючи цим доданком, одержимо наближені розв'язки рівняння (12):

$$y_1 = y_m - \frac{v}{p-c}; \quad y_2 = \frac{v}{p-c}. \quad (14)$$

Знайдемо оптимальні значення  $x_{ont}$ , підставляючи  $y = y_{ont}$  у формулу (3):

$$y_{ont} = \frac{y_m}{1 + ae^{\frac{x_{ont}}{v}}}$$

або

$$e^{\frac{x_{ont}}{v}} = \frac{y_m - y_{ont}}{y_{ont}} \cdot \frac{1}{a}.$$

Звідси:

$$x_{ont} = v \ln \left( a \cdot \frac{y_{ont}}{y_m - y_{ont}} \right). \quad (15)$$

Підставляючи у формулу (3) оптимальні значення  $y_1$  і  $y_2$ , відповідно, одержимо оптимальні значення  $x_1$  і  $x_2$ :

$$1) \quad y = y_1 = y_m - \frac{v}{p-c} = y_m \cdot \frac{1}{1 + ae^{\frac{x_{ont}}{v}}},$$

або

$$e^{\frac{x_{ont}}{v}} = \frac{1}{a} \cdot \frac{v}{y_m(p-c) - v}.$$

Звідси:

$$x = x_1 = x_{ont} = v \ln \left( a \cdot \frac{v}{y_m(p-c) - v} \right) \quad (16)$$

$$2) y_m - \frac{v}{p-c} = y_m \frac{1}{1 + a e^{-\frac{x_{ont}}{v}}},$$

або

$$e^{-\frac{x_{ont}}{v}} = \frac{1}{a} \frac{v}{y_m(p-c) - v}.$$

Звідки:

$$x = x_2 = x_{ont} = v \ln \left( a \cdot \frac{y_m(p-c) - v}{v} \right) \quad (17)$$

Прирівнюючи праві частини (15) і (17):

$$v \ln \left( a \cdot \frac{y_m(p-c) - v}{v} \right) = v \ln \left( a \cdot \frac{y_{ont}}{y_m - y_{ont}} \right),$$

після перетворення маємо:

$$v = (y_m - y_{ont})(p-c). \quad (18)$$

З нерівності (13) і рівності (18) випливає нерівність:

$$y_{ont} < \frac{3}{4} y_m. \quad (19)$$

Отже, за умови (15) наближені оптимальні функції попиту та, відповідно їм, оптимальні маркетингові витрати мають вигляд:

$$\begin{cases} y_{ont} = y_m - \frac{v}{p-c}, \\ x_{ont} = v \ln \left( a \cdot \frac{v}{y_m(p-c) - v} \right) \end{cases} \quad (20)$$

та

$$\begin{cases} y_{ont} = \frac{v}{p-c}, \\ x_{ont} = (y_m - y_{ont})(p-c) \ln \left( a \cdot \frac{y_{ont}}{y_m - y_{ont}} \right). \end{cases} \quad (21)$$

За формулою (8) оптимальний прибуток маркетингового бюджету дорівнює  $R_{ont} = (p-c)(y_{ont} - y_0) - x_{ont}$ , причому його частина компенсує оптимальні маркетингові витрати  $x_{ont}$ . При подальших витратах  $x > x_{ont}$  логістична крива  $s$ -функції попиту справа  $(x^*, y^*)$  в околі точки перегину швидко наближається до асимптоти  $y_m$ , причому приріст  $y_m - y$  спадає, тому подальші маркетингові витрати при  $x > x_{ont}$  не приводять до рентабельності економічного процесу.

Отже, в роботі були встановлені межі витрат на рекламу, що мають перебувати в інтервалі еластичності функції попиту, який визначається аналітично.

Також потрібно зазначити, що дослідження виробничої функції (3) моделі (1) зводиться до того, щоб визначити параметри  $y_m$ ,  $y_0$ ,  $v$ , за яких дістаємо оптимізацію економічного процесу, а також інтервалу еластичності функції попиту.

Якщо в дослідженні маркетингового процесу нерівність  $y_m < 3/4 y_{ont}$  не виконується, то подальші маркетингові витрати не стимулюють його рентабельність.

Оптимальні маркетингові витрати  $x_{ont}$  і відповідний оптимальний попит  $y_{ont}$  визначають рентабельність маркетингових витрат  $r(x)$  за формулою:

$$r(x) = \frac{(y - y_0)(p - c) - x}{x}. \quad (18)$$

У формулу (18) підставляємо значення  $x_{ont}$ , отриманого за формулою (17), і дістаємо:

$$r_{ont} = \frac{(y_{ont} - y_0)(p - c)}{(y_m - y_{ont})(p - c) \ln \left( a \cdot \frac{y_{ont}}{y_m - y_{ont}} \right)} - 1. \quad (19)$$

Підставляючи у формулу (19) значення  $\ln a = \frac{y_{0m} - y_0}{y_m}$ , маємо:

$$r_{ont} = \frac{\alpha - \beta}{(1 - \alpha) \ln \left( \frac{1 - \beta}{\beta} \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)}. \quad (20)$$

Із (20) випливає, що оптимальність рентабельності залежить од відношень  $\alpha = \frac{y_{ont}}{y_m}$  і  $\beta = \frac{y_0}{y_m}$ .

Оцінки відношень  $\alpha = \frac{y_{ont}}{y_m}$  і  $\beta = \frac{y_0}{y_m}$  використовуються в експертному дослідженні на початку прогнозу ефективності попиту до витрат маркетингового бюджету.

Отже, в роботі була побудована економіко-математична модель оптимізації маркетингового бюджету, зокрема на його рекламну частину. За допомогою отриманих результатів маємо змогу оптимізувати рекламні витрати за максимізації обсягу продажів і прибутку, знайти еластичний діапазон асигнування коштів на рекламну діяльність.

### Література

1. Павленко А. Ф., Войчак А. В. Маркетинг: Підручник. — К.: КНЕУ, 2003. — 246 с.
2. Котлер Ф. Маркетинг менеджмент. — СПб.: Питер, 1999. — 323 с.
3. Быковская И. В., Плотников С. В., Подчернин В. М. К вопросу о формировании маркетингового бюджета // Маркетинг в России и за рубежом. — № 6. — 2001. — С. 46—52.
4. Блудова Т. В., Магда В. В. Моделирование рекламных витрат за допомогою логістичної кривої / Економіка: проблеми теорії та практики. Збірник наукових праць. Вип. 241. Том V. — С. 963—970.
5. Математические методы в экономике: Учебник / Под общ. ред. А. В. Сидоровича. — 4-е изд., стереотип. — М.: Дело и Сервис, 2004. — 368 с.
6. Mitchel, Lionel A. An Examination of Methods of Setting Advertising Budgets: Practice and Literature // European Journal of Marketing. — Vol. 27. — No. 5. — 1993.
7. Turner, Augustino. Cost-Effective Advertising, Marketing, May 1989.

Надійшла до редакції: 26.01.2009