

3. *Feller W.*, An Introduction to Probability Theory and Its Applications, New York, Wiley 1960.

4. *Festinger L.* Informal Social Communication, «Psychological Review», 57, 1950, pp. 271—282.

5. *Festinger L., Schachter S. and Back K.* Social Pressures in Informal Groups, New York, Harper, 1950.

6. *Festinger L., Thibaut T.* Interpersonal Communication in Small Groups, «Journal of Abnormal and Social Psychology», 46, 1951, pp. 92—99.

7. *Guilbaud G. T.*, Les Theories de L'interet general et le probleme logique de aggregation, «Economie Appliquee, № 4., Paris, Publications de l'Universite Francois, 1952 .

8. *Hohn F.*, Elementary Matrix Algebra. 2d ed. New York, Macmillan, 1964.

9. *Kemeny J. G. and Snell J. L.*, Finite Markov Chansis. Princeton, N. J., Van Nostrand, 1960.

10. *Malecot G.* Sur un probleme de probabilites en chaine que la depetique, C. R. de l'Akademie des Sciences, vol. 219 (1044) p. 379.

УДК 336.1.0018

**О. І. Бабинюк**, асистент кафедри вищої математики,  
**А. О. Харламов**, студент 2 курсу, ФІСіТ,  
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## **ЗАСТОСУВАННЯ СТОХАСТИЧНОГО ФАКТОРНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКОНОМІКИ УКРАЇНИ В УМОВАХ КРИЗИ**

*АНОТАЦІЯ. За допомогою методів факторного аналізу досліджено ряди щомісячних значень деяких важливих макропоказників за 2006—2009 рр. Цей період характеризується інтенсивними змінами показників, що підсилює значущість та інтерес їх вивчення.*

*ANNOTATION. With help methods of factoring analysis we investigating sewes every mant data for 2006—2009 years. That's time characterscol intensive values of dates.*

**КЛЮЧОВІ СЛОВА.** Індекс споживчих цін, індекс фізичного обсягу інвестицій, методи обертання: Varimax — Варимакс; Biqartimax — Биквартимакс; Quartimax — Квартимакс; Equamax — Еквимакс.

### **1. Вступ: задачі факторного аналізу**

Розглянемо наближену класифікацію задач факторного аналізу роботи підприємств з точки зору використання математичних методів.

При прямому факторному аналізі виявляються окремі фактори, що впливають на зміну результативного показника процесу,

встановлюються форми детермінованої (функціональної) чи стохастичної залежності між результативним показником і певним набором факторів і, нарешті, з'ясовується роль окремих факторів у зміні результативного економічного показника.

Постановка задачі прямого факторного аналізу поширюється на детермінований і стохастичний випадок.

Нехай  $y = f(x)$  — деяка функція, що характеризує зміну результативного показника чи процесу;  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — фактори, від яких залежить функція  $f(x_i)$ . Задана функціональна детермінована форма зв'язку досліджуваного показника  $y$  з сукупністю чинників  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ;  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Нехай показник  $y$  має приріст ( $\Delta y$ ) за досліджуваний період. Потрібно визначити, якою частиною чисельне збільшення функції  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  зобов'язана кожному аргументу (фактору). Сформульована таким чином задача є постановкою задачі прямого детермінованого факторного аналізу.

Прикладами прямого детермінованого факторного аналізу є аналіз впливу продуктивності праці і чисельності працюючих на обсяг виробленої продукції ( $y$  — обсяг продукції;  $x, z$  — фактори; задана функціональна форма зв'язку  $y = xz$ ); аналіз впливу величини прибутку, вартості основних виробничих фондів і нормованих оборотних коштів на рівень рентабельності ( $y$  — рівень рентабельності;  $x, z, v$  — відповідні фактори; задана функціональна форма зв'язку  $y = x / (z + v)$ ). Задачі прямого детермінованого факторного аналізу — найбільш розповсюджена група задач в аналізі господарської діяльності.

Розглянемо особливості постановки задачі прямого стохастичного факторного аналізу. Якщо у випадку прямого детермінованого факторного аналізу вхідні дані для аналізу є у формі конкретних чисел, то у випадку прямого стохастичного факторного аналізу вхідні дані задані вибіркою (тимчасовою або поперечною). Розв'язання задач стохастичного факторного аналізу вимагає: глибокого економічного дослідження для виявлення основних факторів, що впливають на результативний показник; вибору виду регресії, який би найкращим чином відображав дійсний зв'язок досліджуваного показника з набором чинників; розробки методу, що дозволяє визначити вплив кожного фактора на результативний показник.

Якщо результати прямого детермінованого аналізу повинні вийти точними і однозначними, то стохастичного — з деякою ймовірністю (надійністю), яку слід оцінити.

Прикладом прямого стохастичного факторного аналізу є регресійний аналіз продуктивності праці та інших економічних показників.

В економічному аналізі, крім задач, які зводяться до деталізації показника, існує група задач, де потрібно пов'язати кілька економічних характеристик у комплексі, тобто побудувати функцію, яка містить у собі якість усіх досліджуваних економічних показників — аргументів, тобто задач синтезу. У даному випадку ставиться зворотна задача (відносно задачі прямого факторного аналізу) — задача об'єднання ряду показників у комплекс.

Нехай є набір показників  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , які характеризують певний економічний процес ( $L$ ). Кожен з показників однобічно характеризує процес  $L$ . Необхідно побудувати функцію  $f(x_i)$  зміни процесу  $L$ , яка містить основні характеристики всіх показників  $x_1, x_2, \dots, x_n$  або деяких з них у комплексі. Залежно від мети дослідження функція  $f(x_i)$  повинна характеризувати процес е статиці або в динаміці. Ця постановка задачі називається задачею зворотного факторного аналізу.

Задачі зворотного факторного аналізу можуть бути детермінованими та стохастичними. Прикладами задач зворотного детермінованого факторного аналізу є задача комплексної оцінки виробничо-господарської діяльності, а також задачі математичного програмування, в тому числі й лінійного. Прикладом задачі зворотного стохастичного факторного аналізу можуть бути виробничі функції, якими встановлюються залежності між величиною випуску продукції та витратами виробничих факторів (первинних ресурсів).

Для детального дослідження економічних показників або процесів слід проводити не тільки одноступеневий, але й ланцюговий факторний аналіз.

*Детермінований факторний аналіз* являє собою методику дослідження впливу чинників, зв'язок яких з результативним показником носить функціональний характер, тобто може бути виражений математичною залежністю. Детерміновані моделі можуть бути різного типу: адитивні, мультиплікативні, кратні, змішані.

*Стохастичний аналіз* спрямований на вивчення непрямих зв'язків, тобто опосередкованих факторів. З цього випливає висновок про співвідношення детермінованого та стохастичного аналізу: бо прямі зв'язки необхідно вивчати в першу чергу, то стохастичний аналіз носить допоміжний характер. Стохастичний аналіз виступає як інструмент поглиблення детермінованого аналізу факторів, за яким не можна побудувати детерміновану модель.

Стохастичні моделювання факторних систем взаємозв'язків окремих сторін господарської діяльності спираються на узагальнення закономірностей варіювання значень економічних показників — кількісних характеристик факторів та результатів господарської діяльності. Кількісні параметри зв'язку виявляються на основі зіставлення значень досліджуваних показників у сукупності господарських об'єктів або періодів. Таким чином, першою передумовою стохастичного моделювання є можливість скласти сукупність спостережень, тобто можливість повторно виміряти параметри одного і того самого явища в різних умовах.

У стохастичному аналізі передумовою отримання реальної моделі є збіг кількісних характеристик зв'язків у розрізі всіх вхідних спостережень. Це означає, що варіювання значень показників повинно відбуватися в межах однозначної визначеності якісної сторони явищ, характеристиками яких є модельовані економічні показники (у межах варіювання не повинно відбуватися якісного стрибка в характері зображуваного явища). Отже, другою передумовою застосування стохастичного підходу моделювання зв'язків є якісна однорідність сукупності.

Основна особливість стохастичного факторного аналізу полягає в тому, що при стохастичному аналізі не можна скласти модель шляхом якісного (теоретичного) аналізу — необхідний кількісний аналіз емпіричних даних.

## **II. Постановка задачі**

Економічні показники, значення яких визначаються щомісяця або щокварталу, часто називають поточними показниками. Який зв'язок між різними показниками — це питання є однією з головних цілей їх економічного дослідження. Задача факторного аналізу полягає в поданні показників у вигляді лінійної комбінації відносно невеликого числа гіпотетичних, безпосередньо не спостережуваних параметрів — факторів. Визначення факторів та їх числових значень означає формування гіпотези, яку необхідно змістовно інтерпретувати. У даній роботі методами факторного аналізу досліджуються ряди щомісячних значень деяких важливих макропоказників за 2006—2009 рр. Цей період характеризується інтенсивними змінами показників, що підсилює значущість й інтерес їх вивчення.

Бажано, щоб економічний зміст досліджуваних показників був наближено «однорівневим», тобто вони не ставилися б один до одного як загальне до часткового. Саме тому до складу аналізованих параметрів не включений показник валового внутрішнього продукту, оскільки він, у порівнянні з більшістю інших показни-

ків, містить у собі велику спільність інших макропоказників. Показники за можливістю не повинні знаходитися в прямій залежності один від одного. Наприклад, якщо один показник характеризує зміну цін, то інші не повинні залежати від інфляції.

У табл. 1 наведені значення відібраних для аналізу показників за 38 місяців (з січня 2006 р. по лютий 2009 р.), які взяті по відношенню до значень відповідних показників у грудні 2005 року. Для зручності обчислень значення всіх показників за грудень 2005 року прийнято за одиницю, а не за 100 %, як це зазвичай прийнято. Тобто числа в табл. 1 показують, у скільки разів величина показника в поточному місяці перевищує його величину в грудні 2005 року.

Для аналізу відібрані наступні показники:

Y1 — індекс зміни у порівнянні з базисним місяцем (в якості базового місяця обраний грудень 2005 р.) співвідношення між експортом товарів з України та їх імпортом в Україну, обчислений за формулою:

$$Y_1 = \frac{E_t}{I_t} : \frac{E_0}{I_0},$$

де  $E_t$  і  $I_t$  — експорт та імпорт за поточний місяць;

$E_0$  і  $I_0$  — експорт та імпорт за грудень 2005 р.;

Y2 — індекс споживчих цін поточного місяця по відношенню до грудня 2005 року;

Y3 — індекс фізичного обсягу інвестицій в основний капітал. Він визначається як відношення обсягу інвестицій в основний капітал за поточний місяць до їх обсягу в базисному місяці, причому обидва значення обчислюються в цінах поточного місяця. Для визначення інвестицій у базисному місяці в цінах поточного місяця використовуються індекси цін, попередньо визначені для порівнюваних періодів;

Y4 — індекс фінансових результатів підприємств за поточний місяць по відношенню до грудня 2005 р. Даний індекс відображає фінансовий стан підприємств на основі даних про прибуток та збиток підприємств;

Y5 — зведений фондовий індекс «ПФТС», який є індексом ринку цінних паперів в Україні. Його значення взяті за даними Першої Фондової торговельної системи;

Y6 — рівень зареєстрованого безробіття в країні за поточний місяць у порівнянні з груднем 2005 р.;

Y7 — індекс зміни в порівнянні з базисним місяцем співвідношення між витратами і доходами Державного бюджету, отриманий у такий спосіб:

$$Y_7 = \frac{B_t}{D_t} : \frac{B_0}{D_0},$$

де  $B_t$  і  $D_t$  — витрати і доходи Державного бюджету за поточний місяць;

$B_0$  і  $D_0$  — витрати і доходи Державного бюджету за грудень 2005 року.;

Y8 — відношення ринкового курсу долара США по відношенню до гривні за поточний місяць до його курсу в грудні 2005 р.;

Y9 — індекс зміни у порівнянні з базисним місяцем співвідношення між внутрішнім державним боргом та місячними доходами Державного бюджету. Цей індекс обчислений за формулою:

$$Y_9 = \frac{ВД_t}{D_t} : \frac{ВД_0}{D_0},$$

де  $ВД_t$  і  $ВД_0$  — обсяг державного внутрішнього боргу на початок поточного місяця і на початок грудня 2005 року,

$D_t$  і  $D_0$  — доходи Державного бюджету за поточний місяць і грудень 2005 року;

Y10 — відношення ставки рефінансування (облікової ставки) Національного банку України на початок поточного місяця до її рівня на початок грудня 2005 року;

Y11 — індекс промислового виробництва, що характеризує зміну його фізичного обсягу в порівнянні з базисним місяцем. Цей індекс не залежить від інфляції, оскільки формується на основі даних про зміну випуску продукції в натуральному вираженні з наступною поетапною агрегацією в підгалузі та галузі промисловості, і далі — в промисловості в цілому;

Y12 — відношення обсягу реалізованої промислової продукції поточного місяця до обсягу реалізованої продукції в грудні 2005 р.

Таблиця 1

## ПОЧАТКОВІ ДАНІ

	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12
<b>Січ. 06</b>	0,984	1,012	0,392	0,241	1,028	1,029	0,684	1,000	1,564	1,000	0,850	0,811
<b>Лют. 06</b>	0,926	1,030	0,464	0,158	1,073	1,012	0,782	1,000	1,298	1,000	0,882	0,887
<b>Бер. 06</b>	0,921	1,027	0,322	0,247	1,291	1,028	0,941	1,002	1,240	1,000	1,001	0,996
<b>Кві. 06</b>	0,999	1,023	0,515	0,435	1,268	1,074	0,900	1,000	1,258	1,000	0,958	0,957
<b>Тра. 06</b>	0,964	1,028	0,541	0,482	1,306	1,043	0,649	1,001	0,953	1,000	1,001	1,009
<b>Чер. 06</b>	1,048	1,029	0,574	0,540	1,208	1,034	0,891	1,001	1,135	0,895	0,999	1,044
<b>Лип. 06</b>	1,019	1,038	0,651	0,673	1,159	0,937	0,844	1,001	0,923	0,895	1,044	1,091
<b>Сер. 06</b>	1,038	1,038	0,643	0,609	1,129	1,043	0,612	0,995	0,717	0,895	1,036	1,107
<b>Вер. 06</b>	1,002	1,059	0,788	0,892	1,244	1,035	0,736	1,038	0,922	0,895	1,039	1,119
<b>Жов. 06</b>	0,970	1,087	1,338	0,531	1,187	1,046	0,846	1,038	0,949	0,895	1,093	1,113
<b>Лис. 06</b>	0,962	1,106	1,113	0,556	1,246	1,063	0,591	1,038	0,650	0,895	1,098	1,165
<b>Грн. 06</b>	0,865	1,116	1,599	1,154	1,333	1,089	0,984	0,998	0,663	0,895	1,122	1,294

<b>Січ. 07</b>	0,989	1,122	0,604	0,489	1,480	1,212	0,561	1,000	0,998	0,895	0,987	1,118
<b>Лют. 07</b>	0,907	1,129	0,639	0,434	1,738	1,247	0,623	1,004	0,839	0,895	0,983	1,120
<b>Бер. 07</b>	0,946	1,131	0,577	0,540	2,137	1,199	0,791	1,001	0,774	0,895	1,111	1,315
<b>Кві. 07</b>	0,962	1,131	0,763	0,630	2,407	1,125	0,812	1,000	0,791	0,895	1,078	1,279
<b>Тра. 07</b>	0,966	1,138	0,790	0,575	2,445	1,059	0,733	0,994	0,652	0,895	1,098	1,299
<b>Чер. 07</b>	1,036	1,163	0,929	0,809	2,632	0,982	0,956	1,008	0,793	0,842	1,103	1,335
<b>Лип. 07</b>	0,935	1,179	0,997	0,715	2,979	0,938	0,863	1,149	0,807	0,842	1,129	1,383
<b>Сер. 07</b>	0,953	1,186	0,969	1,013	3,226	0,913	0,711	1,032	0,628	0,842	1,130	1,370
<b>Вер. 07</b>	0,971	1,212	1,032	2,881	2,947	0,890	0,896	1,010	0,744	0,842	1,129	1,417
<b>Жов. 07</b>	0,845	1,247	1,684	0,684	3,077	0,849	0,859	1,000	0,757	0,842	1,247	1,496
<b>Лис. 07</b>	0,874	1,275	2,049	0,657	3,516	0,900	0,677	1,109	0,543	0,842	1,187	1,566
<b>Грр. 07</b>	0,835	1,301	2,360	2,188	3,246	0,985	1,019	1,069	0,571	0,842	1,183	1,689
<b>Січ. 08</b>	1,109	1,339	0,982	0,607	3,451	1,017	0,660	1,002	0,742	1,053	1,036	1,481



	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9	Y10	Y11	Y12
<b>Лют. 08</b>	0,939	1,375	0,742	0,677	3,294	1,029	0,722	0,990	0,599	1,053	1,084	1,585
<b>Бер. 08</b>	0,665	1,428	0,666	0,844	3,243	0,981	0,834	0,970	0,671	1,053	1,161	1,788
<b>Кві. 08</b>	0,801	1,472	0,928	1,207	2,793	0,938	0,765	0,950	0,531	1,263	1,150	1,871
<b>Тра. 08</b>	0,931	1,491	1,127	1,251	2,663	0,879	0,594	0,887	0,444	1,263	1,175	1,959
<b>Чер. 08</b>	0,992	1,503	1,317	1,916	2,706	0,825	0,967	0,931	0,656	1,263	1,145	2,033
<b>Лип. 08</b>	0,986	1,495	1,340	1,290	2,178	0,796	0,785	0,960	0,549	1,263	1,167	2,102
<b>Сер. 08</b>	0,941	1,494	1,192	1,100	1,932	0,781	0,617	0,959	0,394	1,263	1,105	1,982
<b>Вер. 08</b>	0,900	1,510	1,461	1,222	1,583	0,788	0,839	0,961	0,492	1,263	1,060	1,915
<b>Жов. 08</b>	0,875	1,536	1,491	0,647	0,684	0,813	0,859	1,396	0,556	1,263	0,979	1,609
<b>Лис. 08</b>	0,786	1,559	0,711	-2,339	0,866	0,981	0,727	1,980	0,839	1,263	0,831	1,340
<b>Гр. 08</b>	0,946	1,592	0,697	-2,179	0,815	1,296	1,151	1,842	1,118	1,263	0,857	1,612
<b>Січ. 09</b>	1,035	1,638	0,702	0,405	0,845	1,381	0,618	1,703	1,986	1,263	0,719	1,265
<b>Лют. 09</b>	0,614	1,663	0,811	0,147	0,806	1,390	0,824	1,683	1,462	1,263	0,758	1,337

## 2. Процедури факторного аналізу

Процедури факторного аналізу даного дослідження виконувалися за допомогою програмної системи статистичного аналізу та обробки даних STATISTICA фірми StatSoft Inc.

В систему були введені дані табл. 1. Вхідним матеріалом для проведення факторного аналізу є матриця  $Y$ , яка формується шляхом транспонування табл. 1. У результаті транспонування маємо матрицю розміру 12 на 38. Будь-який елемент цієї матриці  $Y_{ij}$  — це значення  $i$ -го показника за  $j$ -й місяць.

Комп'ютерна програма нормує матрицю  $Y$ , перетворюючи її в матрицю  $Z$  порядку 12 на 38, елементи якої визначаються за формулою:

$$z_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{y}_i}{s_i}, \quad (1)$$

де  $\bar{y}_i$  — середнє значення показника  $y_i$ ,

$$s_i = \text{Sqrt}\left(\frac{1}{n-1} \text{Sum}_{j=1...38} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2\right) \quad (2)$$

— стандартне відхилення показника  $y_i$ .

Очевидно, що середні значення всіх змінних  $Z_i$  рівні 0, а всі їхні дисперсії рівні 1, тобто

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1...38} z_{ij} = 0 \quad i \quad \frac{1}{n-1} \sum_{j=1...38} z_{ij}^2 = 1. \quad (3)$$

Наприклад, графіки вхідних і нормованих значень показника  $Y_6$  виглядають так:

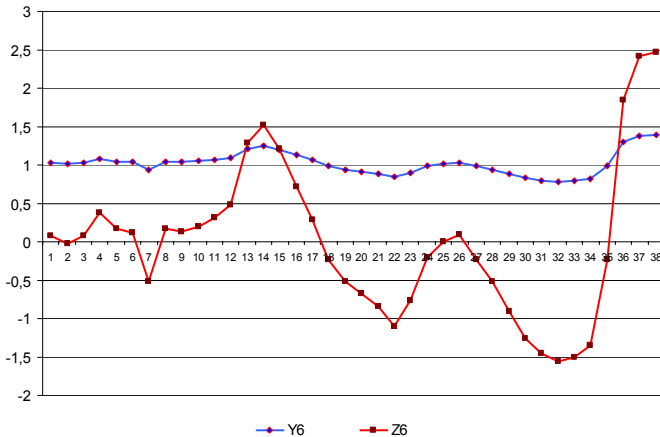


Рис. 1

На відміну від вхідних показників, нормовані величини не залежать від одиниць вимірювання, вони коливаються навколо однієї і тієї ж (нульової) середньої, що значно спрощує аналіз.

Неважко довести, що при множенні (за правилами матричної алгебри) матриці  $Z$  на транспоновану матрицю  $Z'$  і на число  $\frac{1}{n-1}$  матимемо кореляційну матрицю  $R$ , що містить коефіцієнти кореляції між нормованими показниками  $Z_i$ , тобто:

$$\frac{1}{n-1}ZZ' = R. \quad (4)$$

Система STATISTICA дає можливість перегляду матриці  $R$ .

*Таблиця 2*

**КОЕФІЦІЄНТИ КОРЕЛЯЦІЇ МІЖ НОРМОВАНИМИ  
ВХІДНИМИ ПОКАЗНИКАМИ**

Correlations (Spreadsheet2)  
Casewise deletion of MD  $N = 38$

Variable	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1,00	-0,44	-0,22	0,12	-0,06	-0,06	-0,16	-0,32	0,11	-0,26	0,01	-0,28
2	-0,44	1,00	0,31	-0,12	0,09	-0,06	0,07	0,55	-0,13	0,83	-0,15	0,76
3	-0,22	0,31	1,00	0,43	0,42	-0,46	0,22	-0,09	-0,55	-0,03	0,56	0,56
4	0,12	-0,12	0,43	1,00	0,51	-0,44	0,00	-0,70	-0,38	-0,24	0,62	0,31
5	-0,06	0,09	0,42	0,51	1,00	-0,41	0,01	-0,44	-0,57	-0,26	0,74	0,50
6	-0,06	-0,06	-0,46	-0,44	-0,41	1,00	-0,06	0,46	0,67	-0,08	-0,64	-0,51
7	-0,16	0,07	0,22	0,00	0,01	-0,06	1,00	0,15	0,03	-0,02	0,09	0,13
8	-0,32	0,55	-0,09	-0,70	-0,44	0,46	0,15	1,00	0,43	0,44	-0,69	-0,04
9	0,11	-0,13	-0,55	-0,38	-0,57	0,67	0,03	0,43	1,00	0,04	-0,81	-0,64
10	-0,26	0,83	-0,03	-0,24	-0,26	-0,08	-0,02	0,44	0,04	1,00	-0,36	0,56
11	0,01	-0,15	0,56	0,62	0,74	-0,64	0,09	-0,69	-0,81	-0,36	1,00	0,48
12	-0,28	0,76	0,56	0,31	0,50	-0,51	0,13	-0,04	-0,64	0,56	0,48	1,00

Метою факторного аналізу є представлення величини  $z_{ij}$  у вигляді лінійної комбінації декількох гіпотетичних змінних або факторів, тобто так:

$$z_{ij} = a_{i1}p_{1j} + a_{i2}p_{2j} + \dots + a_{ir}p_{rj}. \quad (5)$$

Тут  $a_{ij}$  є постійними коефіцієнтами, які треба визначити;  $p_{ij}$  — значеннями факторів за  $j$ -й місяць. Формула (5) у матричній формі має вигляд:

$$Z = AP, \quad (6)$$

де  $Z$  — матриця порядку  $12 \times 38$  нормованих вихідних показників;  $A$  — матриця порядку  $12 \times r$ , яка називається факторним відображенням ( $r$  — кількість факторів),  $P$  — матриця порядку  $r \times 38$  значень усіх факторів для всіх місяців. Елементи  $a_{ij}$  матриці  $A$  називаються факторними навантаженнями.

Підставивши (6) в (4), отримаємо

$$R = \frac{1}{n-1} APP'A'. \quad (7)$$

За аналогією за формулою (4) можна стверджувати, що вираз  $\frac{1}{n}PP' = C$  є кореляційною матрицею, що відображає зв'язки між факторами, тоді  $R = ACA'$ . Якщо прийняти умову про некорельованість факторів, тобто  $C = I$ , то

$$R = AA'. \quad (8)$$

Якщо вхідні показники нормовані, фактори нормовані та некорельовані, то справедливою є рівність:

$$s_i^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{iq}^2 = 1. \quad (9)$$

Тобто сума квадратів усіх навантажень одного показника дорівнює дисперсії його нормованих величин, яка (згідно (3)) дорівнює одиниці. Це твердження виводиться шляхом нескладних перетворень.

Знаючи матрицю  $R$ , можна, розв'язавши систему рівнянь (8), визначити матрицю  $A$ . Точне рішення має місце в тому випадку, коли  $R$  і  $A$  матриці одного порядку, тобто кількість факторів дорівнює кількості спостережуваних показників. Якщо факторів менше, ніж показників, то досягається та чи інша ступінь наближення до точному рішенням. Мета полягає в тому, щоб за допомогою відносно невеликого числа факторів відтворити більшу частину дисперсії показників.

Кількість факторів, яким слід обмежитися при подальшому дослідженні можна обрати за допомогою методу Scree plot («Критерій каменистої осыпи») програмного середовища STATISTICA.

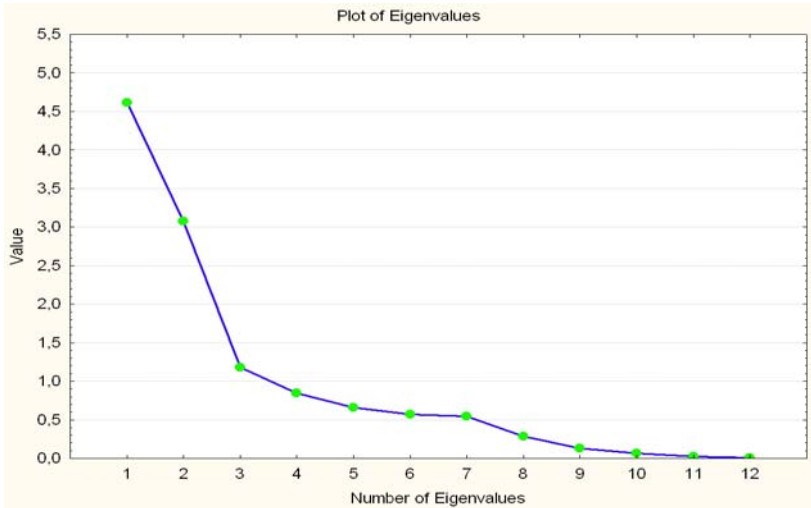


Рис. 2. Визначення кількості факторів за допомогою методу Scree plot

Отже, згідно графіку слід обмежитися трьома або чотирма факторами.

Система STATISTICA пропонує кілька методів виділення факторів та їх факторних навантажень. Більш простим із теоретичної точки зору є метод головних компонент, який у разі виділення чотирьох факторів приводить до наступного результату.

Таблиця 3

**ФАКТОРНІ НАВАНТАЖЕННЯ  
У РАЗІ ВИДІЛЕННЯ ЧОТИРЬОХ ФАКТОРІВ**

**Factor Loadings (Unrotated) (Spreadsheet2)**  
Extraction: Principal components  
(Marked loadings are > ,750000)

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Sum <sup>2</sup> 1-3	Sum <sup>2</sup> 1-4
<b>1</b>	0,037	-0,563	0,392	0,543	<b>0,472</b>	<b>0,767</b>
<b>2</b>	-0,072	<b>0,961</b>	0,136	-0,021	<b>0,947</b>	<b>0,948</b>

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	Sum <sup>2</sup> 1-3	Sum <sup>2</sup> 1-4
3	-0,677	0,304	-0,316	0,009	<b>0,650</b>	<b>0,650</b>
4	-0,720	-0,256	0,055	0,082	<b>0,587</b>	<b>0,594</b>
5	<b>-0,774</b>	-0,035	-0,060	-0,312	<b>0,604</b>	<b>0,701</b>
6	0,759	-0,065	-0,175	-0,334	<b>0,610</b>	<b>0,722</b>
7	-0,070	0,182	<b>-0,799</b>	0,505	<b>0,677</b>	<b>0,932</b>
8	0,633	0,627	-0,207	-0,055	<b>0,837</b>	<b>0,840</b>
9	<b>0,849</b>	-0,123	-0,084	0,089	<b>0,742</b>	<b>0,750</b>
10	0,149	<b>0,839</b>	0,392	0,239	<b>0,880</b>	<b>0,937</b>
11	<b>-0,935</b>	-0,200	-0,100	-0,067	<b>0,924</b>	<b>0,929</b>
12	-0,658	0,698	0,147	0,073	<b>0,942</b>	<b>0,947</b>
Expl.Var	<b>4,613</b>	<b>3,077</b>	<b>1,183</b>	<b>0,844</b>	×	×
Prp.Totl	<b>0,384</b>	<b>0,256</b>	<b>0,099</b>	<b>0,070</b>	×	×

Виділення чотирьох факторів обумовлює більше як 70 % дисперсії всіх показників. Якщо би факторів було 3, то дисперсія була би гіршою. Однак у випадку трьох факторів інтерпретація (особливо геометрична) значно спрощується. Тому з ціллю деякого спрощення слід обмежитися дослідженням трьох факторів, а в подальшому при необхідності можна повернутися і до розгляду четвертого фактора.

Графічний вигляд даної матриці представлено на рис. 3 і 4.

З графіків помітно, що факторні навантаження розташовані нерівномірно. З метою вирівнювання факторних навантажень використовують методи обертання системи координат навколо її центру. Факторні навантаження при цьому змінюються, але залишається незмінною сума їх квадратів.

Обертаючи систему, слід знайти таке її положення системи координат, яке б для кожного рядка або стовпця матриці А збільшувало б великі факторні навантаження та зменшувало малі.

**Factor Loadings, Factor 1 vs. Factor 2 vs. Factor 3**  
**Rotation: Unrotated**  
**Extraction: Principal components**

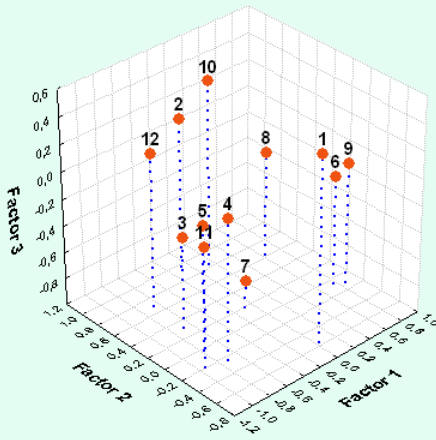


Рис. 3.

**Factor Loadings, Factor 1 vs. Factor 2 vs. Factor 3**  
**Rotation: Unrotated**  
**Extraction: Principal components**

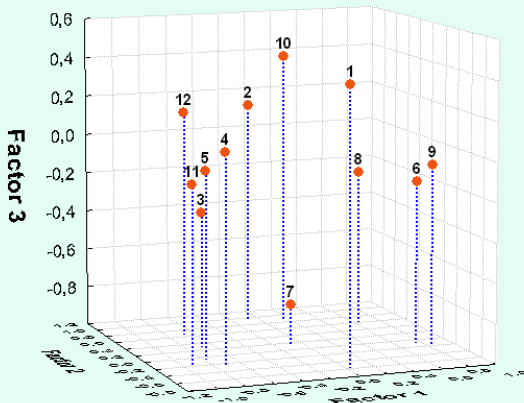


Рис. 4.

Система STATISTICA пропонує такі методи обертання:

- Varimax — Варимакс;
- Biquartimax — Биквартимакс;
- Quartimax — Квартимакс;
- Equamax — Эквимакс.

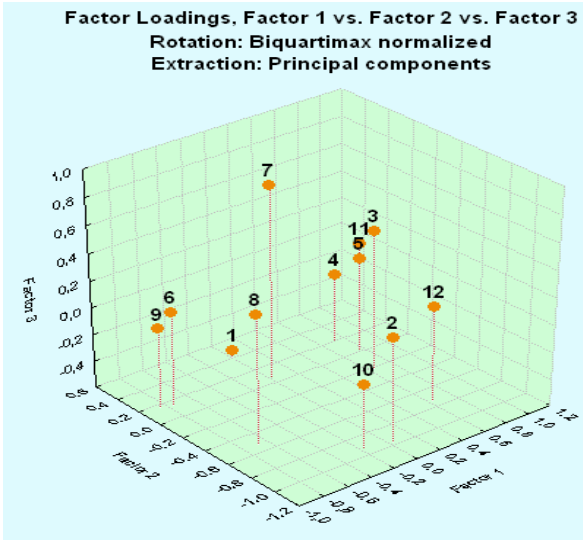


Рис. 5. Метод обертання Biquartimax

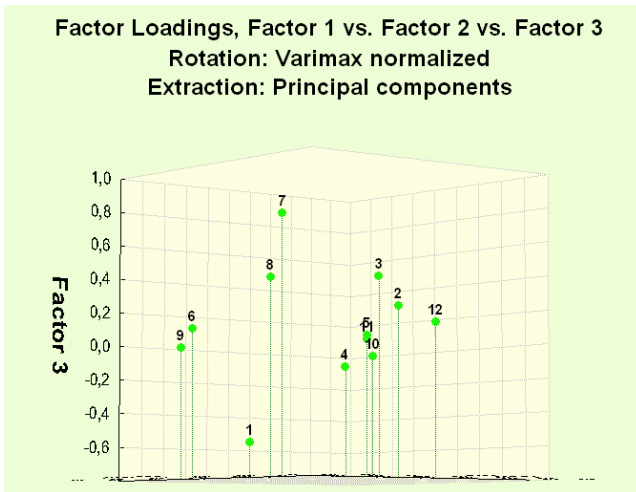


Рис. 6. Метод обертання Varimax



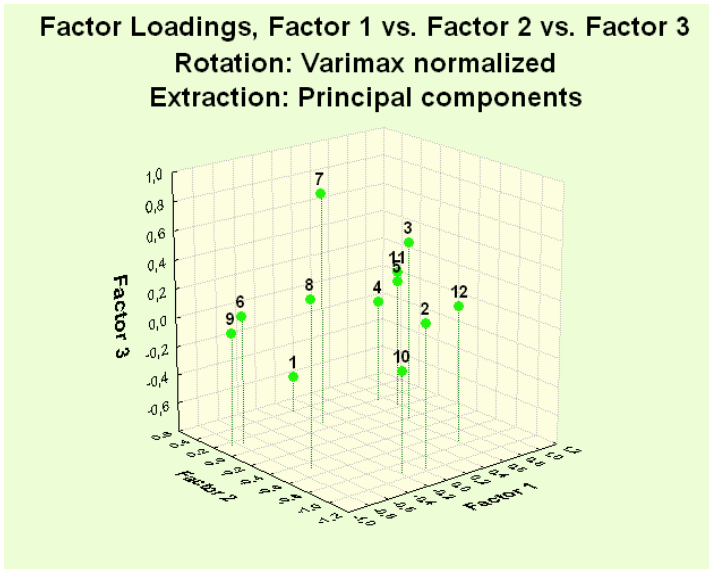


Рис. 7. Метод обертання Varimax

У результаті обертання методом Varimax, матриця А матиме вигляд (рис. 8 і 9).

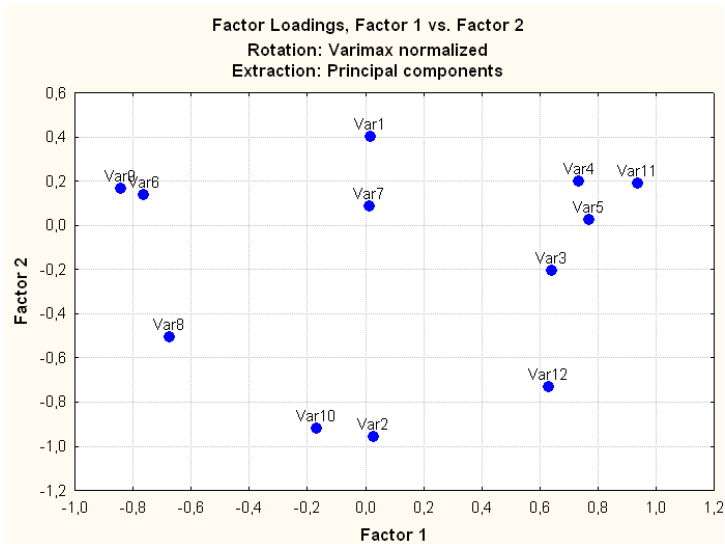


Рис. 8

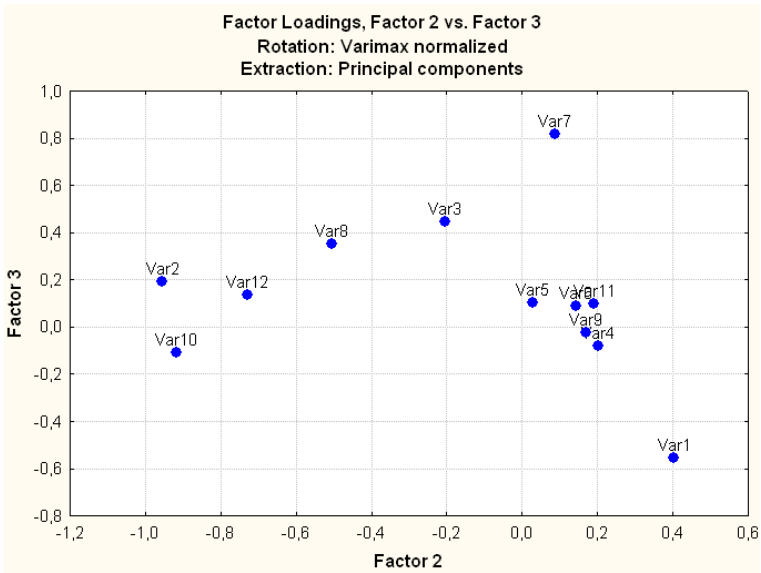


Рис. 9

*Таблиця 4*

**ФАКТОРНІ НАВАНТАЖЕННЯ ПІСЛЯ ОБЕРТАННЯ VARIMAX**  
**Factor Loadings (Varimax normalized) (Spreadsheet2)**  
 Extraction: Principal components  
 (Marked loadings are  $> ,800000$ )

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Sum <sup>2</sup> 1-3
1	0,016	0,404	<b>-0,555</b>	<b>0,472</b>
2	0,028	<b>-0,954</b>	0,190	<b>0,947</b>
3	0,640	-0,205	0,446	<b>0,650</b>
4	<b>0,734</b>	0,202	-0,083	<b>0,587</b>
5	<b>0,770</b>	0,029	0,102	<b>0,604</b>
6	<b>-0,763</b>	0,142	0,089	<b>0,610</b>
7	0,013	0,088	<b>0,818</b>	<b>0,677</b>
8	-0,677	<b>-0,504</b>	0,353	<b>0,837</b>

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Sum <sup>2</sup> 1-3
9	-0,844	0,170	-0,022	0,742
10	-0,171	-0,916	-0,108	0,880
11	0,937	0,192	0,098	0,924
12	0,628	-0,728	0,136	0,942
Expl.Var	4,596	2,875	1,402	×
Prp.Totl	0,383	0,240	0,117	×

Після обертання кількість високих факторних навантажень першого і другого факторів вирівнялися, що полегшує відповідно їх інтерпретацію.

Перший фактор в основному обумовлює дисперсію Z11, Z9, тобто співвідношення внутрішнього державного боргу та місячних доходів до Державного бюджету, індекс промислового виробництва, рівень зареєстрованого безробіття, а також рівень ПФТС.

Другий фактор обумовлює дисперсію Z2, Z10, тобто індекс споживчих цін, ставка рефінансування НБУ, ринковий курс долара США.

Третій фактор обумовлює дисперсію Z7 та Z1 — співвідношення доходів і витрат Державного бюджету та співвідношення експорту до імпорту.

Узагальнимо фактори:

- Перший фактор відображає загальну тенденцію розвитку економіки України з 2006—2009 рр.
- Другий фактор описує стан грошово-кредитної, цінової системи України.
- Третій фактор відображає залежність стабільності бюджетної системи України від іноземних операцій.

Тепер значення факторних навантажень кожного фактора переводимо в числові значення. Програма дозволяє отримати нормовані значення факторів і на основі них побудовано графік, який відображає тенденцію розвитку економіки України за трьома факторами.

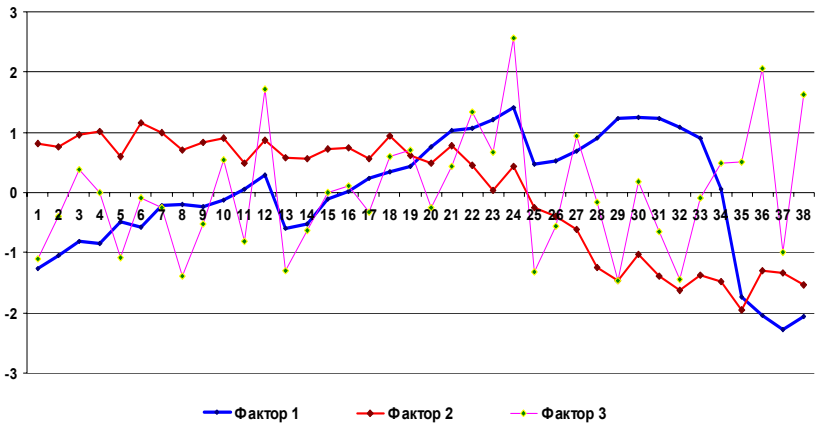


Рис. 10. Три тенденції розвитку економіки України

**4. Висновок.** В основі досліджуваної системи лежить три взаємозалежні тенденції:

— нестабільність економіки України, яка характеризується поступовим її підйомом до середини 2008 року та різким спадом, який характеризує входження економіки України в кризу, яка триває досі;

— помірна стабільність грошово-кредитної та цінової системи до грудня 2007 р. та посилення її дисбалансу починаючи з 2008 р., який був викликаний перегрівом економіки України (про що свідчить рекордний за всю історію — рівень індексу ПФТС — 1208,6 п., нині індекс становить — 311 п.);

— високий рівень залежності фінансової системи України від іноземних інвестицій та інших іноземних операцій, які підсилили дію кризових світових тенденцій на економіку України.

### Література

1. Баканов М. И., Шеремет А. Д. Теория экономического анализа: Учебник. — 4-е изд., доп. и перераб., — М.: Финансы и статистика, 1997.
2. Басовский Л. Е. Теория экономического анализа. — М.: Инфра-М, 2001.
3. Блюмин С. Л., Суханов В. Ф., Чеботарёв С. В. Экономический факторный анализ: Монография. — Липецк: ЛЭГИ, 2004. — 148 с.
4. Демченков В. С., Милета В. И. Системный анализ деятельности предприятий. — М.: Финансы и статистика, 1990.
5. Дубров А. М. Многомерные статистические методы / А. М. Дубров, В. С. Мхитарян, Л. И. Трошин. — М.: Финансы и статистика, 2000. — 352 с.

6. Кендалл М., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. — М.: Наука, 1976. — 736 с.

7. Ковалев А. И., Привалов В. П. Анализ финансового состояния предприятия. — М., 1999.

8. Методика анализа деятельности предприятий в условиях рыночной экономики: Учеб. пособие / В. Г. Лебедев, Д. Н. Томилина, Г. Н. Бургонова и др.; Под ред. Г. А. Краюхина. — СПб.: СПбГИЭА, 1996.

9. Ульянов И. С. Текущие экономические показатели: некоторые результаты факторного анализа // <http://www.statsoft.ru/home/articles/finance>

10. Шеремет А. Д. Теория экономического анализа. — М.: ИНФРА-М, 2002. — 333 с.

11. <http://www.ukrstat.gov.ua>

12. <http://www.bank.gov.ua/Statist/Macro.htm>

УДК 330.322.54

УДК 519.86

**О. В. Піскунова**, канд. техн. наук,  
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»

## **МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ МАЛОГО ПІДПРИЄМСТВА ЗА РІЗНИХ СТАНІВ РИНКОВОЇ КОН'ЮНКТУРИ**

*АНОТАЦІЯ. У статті розроблено модель динаміки малого підприємства для дискретного часу. Модель дозволяє досліджувати фактори розвитку малого підприємства, зокрема аналізувати вплив на його динаміку ринкової кон'юнктури та ризику, пов'язаного з невизначеністю ринкового середовища. В моделі врахована можливість малого підприємства обирати загальну або спрощені схеми оподаткування.*

*ANNOTATION. In the article the model of dynamics of small enterprise is developed for discrete time. A model allows to research the factors of development of small enterprise, in particular to analyse influence of the market state of affairs and risk on dynamics of small enterprise. This model will make it possible to research influence of the tax loading on the small enterprise development.*

**КЛЮЧОВІ СЛОВА.** Модель динаміки малого підприємства, стохастична мультиплікативна модель, схеми оподаткування малих підприємств, кон'юнктура ринку, ризик діяльності малих підприємств.

**Вступ.** Малий бізнес — невід'ємна складова будь-якої ринкової господарської системи, основа її інноваційного розвитку, оскільки це сама динамічна, гнучка форма ділового життя. Завдяки йому в економіці відбувається формування ринкового конкурентного середовища, становлення середнього класу, вирішують-