

VI ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ

УДК 330.46; 519.86

А. С. Бойко, аспірант
кафедри інформаційного менеджменту,
ДВНЗ «Київський національний економічний
університет України імені Вадима Гетьмана»

ПРОГНОЗУВАННЯ КРИЗОВИХ ЯВИЩ НА ТОВАРНОМУ РИНКУ З ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛІ СТРИБКОВОЇ ДИФУЗІЇ ТА З ПОВЕРНЕННЯМ ДО СЕРЕДНЬОГО

АНОТАЦІЯ. Проблемою, що досліджується в даній роботі, є аналіз існуючих підходів моделювання, виявлення їх недоліків і обмежень у застосуванні. Пропонується модель формування ціни для прогнозування ціни на товарних ринках.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: модель дифузійних стрибків з поверненням до середнього, волатильність, динаміка цін, товарний ринок.

АННОТАЦИЯ. Проблемой, исследуемой в данной работе, является анализ существующих подходов моделирования, выявление их недостатков и ограничений в применении. Предлагается модель формирования цены для прогнозирования цены на товарных рынках.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: модель диффузионных прыжков с возвратом к среднему, волатильность, динамика цен, товарный рынок.

ANNOTATION. The problem that is studied in this paper is to analyze the existing modeling approaches, identifying their shortcomings and limitations in application. The model of price formation for forecasting prices in commodity markets is being proposed.

KEYWORDS: mean-reverting jump diffusion, volatility, dynamics of prices, commodity market.

Постановка проблеми. На сучасному рівні важливою складовою ринкової економіки України є товарні ринки. Дані механізми відображають дії ринкових законів, цілеспрямованість та доцільність урядових рішень, упровадження нових законодавчих актів. Таким чином, товарні ринки як складова трансформаційної еко-

номіки знаходиться в постійній взаємодії з іншими її складовими, такими як фінансовий ринок, ринок капіталів, фондовий ринок, відображаючи процеси, що впливають на них. Найзначніший вплив на діяльність сучасних світових і вітчизняних товарних ринків зробила світова фінансова криза.

Сучасний товарний ринок є нелінійною системою, дослідження якої неможливе у рамках існуючих лінійних парадигм. Стохастичні економетричні моделі (ARCH, GARCH і їх модифікації) потребують виконання відповідних обмежень з метою їх адаптації до практичного застосування. Дане спрощення нівелює унікальну внутрішню «складність» динамічного процесу, що підлягає дослідженню, що в свою чергу приводить до суттєвої похибки отриманих результатів і, як наслідок, до ускладнення прийняття відповідних рішень.

На сьогодні існує значна кількість досліджень, які намагаються надати формальний опис поведінки цін, але жодна не дозволяє проводити якісний змістовий аналіз та одночасно забезпечувати задовільні прогнози.

Постановка завдання. Отже, метою роботи є створення ефективного механізму для аналізу ринка та прогнозування майбутньої поведінки ціни з метою попередження криз.

Виклад основного матеріалу. Блек у 1976 р. представив модель визначення ціни для європейського товарного ринку ф'ючерсів, припускаючи, що ціна ф'ючерсу впливає з геометричного броунівського руху (GBM) [6]. У літературі було задокументовано кілька емпіричних закономірностей на сільськогосподарських ринках ф'ючерсів (як і в багатьох інших ринках), вказавши, що припущення GBM може бути занадто спрощеним [2]. Подальші дослідження ф'ючерсних цін показали, що ціни характеризуються розподілом з гострими вершинами, на противагу нормальним розподілам [2, с. 16] і те, що ціни часто демонструють раптові, несподівані і розривні зміни. Стрибкова поведінка такого роду, як правило, відбуваються із-за різких змін у попиту та пропозиції. Природно, що це впливає і на ціну опціону. Гілліарда і Рейс у 1999 році використовували дані по операціях на соєві ф'ючерси та опціони [12] для того, щоб випробувати американську версію дифузії Блека 1976 року і модель дифузійних стрибків для визначення цін на опціони Бейтса 1991 року [4]. Їх результати показують, що модель Бейтса виконується значно краще, ніж модель Блека.

Дослідження показали наявність часової структури волатильності у ф'ючерсних цінах на сільськогосподарську продукцію. Самуельсон у 1965 року заявив, що волатильність ф'ючерсів змінюється у часі, а саме збільшується, якщо зменшується час до виконання контрактів [16]. Цей ефект строків виплат називають «гіпотезою Самуельсона». Відповідно до іншої точки зору, «гіпотези параметрів стану», що відхилення ф'ючерсних цін залежить від розподілу основних параметрів стану. Для культур із щорічним врожаєм, як правило, присутня сезонність у волатильності ф'ючерсних цін. Емпіричні дослідження цього підходу породили докази існування ефекту строків виконання контрактних обов'язків. Галлоуей і Колб у 1996 році прийшли до висновку, що ефект строку виплат є важливим джерелом волатильності ф'ючерсних цін на сировинні товари, ніж досвід сезонного попиту або пропозиції, але не для товарів, де добре працює модель збереження вартості [14]. Андерсон у 1985 році знайшов факти існування ефекту строку виплат, але заявив, що він є вторинним після сезонності [1]. Бессембіндер та ін. у 1996 році узгодили багато ранніх свідчень про «гіпотезу Самуельсона» [5]. Вони показали, що на ринках, де зміни спотової ціни включають тимчасові компоненти, інвесторам слід очікувати часткової типової зміни ціни, яка в подальшому повернеться у початковий стан. У такому випадку «гіпотеза Самуельсона» буде виконана. Повернення до середнього, швидше за все, відбуваються в сільськогосподарських сировинних ринках, ніж на ринках дорогоцінних металів або фінансових активів [5], таким чином сподівання побачити ефект строків виплат на сільськогосподарських ринках вище.

Будь-яка закономірність у волатильності не узгоджується з основним умовами моделей визначення ціни на опціон Блека та Бейтса. Майерс і Хенсон [15] представили варіант моделі ціноутворення, де волатильність, що змінюється у часі, і надлишковий експес у базовій ціні ф'ючерсів моделюються як процес GARCH. Емпіричні результати показують, що варіант ціноутворення по моделі GARCH перевершує стандартну модель Блека. Фоаклер і Тіан [13] запропонували однофакторну модель визначення спотових цін з середнім поверненням і сезонною волатильністю. Вони показують, що ф'ючерсні ціни відповідно до цієї моделі мають волатильність з часовою структурою, яка враховує як сезонність, так і ефект строку виплат. Їх емпіричні результати показу-

ють, що обидва ці явища присутні в соєвих ф'ючерсних та опціонних ринках.

Вищезгадані моделі мають обмежену здатність до пояснення. Динаміка, яку вони відображують, є наслідком змін у факторах, що визначають ринкові попит та пропозицію в кожний окремий момент часу, але відокремити їх вплив у цього класу моделях не є можливим. Моделі застосовуються у рамках певних обмежень. Стохастичність у цих моделях враховується переважно у вигляді компоненти, що описує агрегатні шоки попиту (пропозиції), але припущення про їх характер не дозволяють зробити висновки, чи відповідає динаміка ціни, що прогнозується за цими моделями, знахідкам статистичного підходу.

Використання моделей, які враховують повернення та велику волатильність, останнім часом дає добрі результати. Перспективним вважається напрямок розробки моделей, які отримали назву моделі дифузійних стрибків з поверненням до середнього [8—10].

Свій розвиток моделі даного класу розпочали з моделей з поверненням до середнього. Дані моделі, які використовувались для оцінки опціонів на ф'ючерсні контракти, ґрунтуються на працях Блека [7] і Шварца [17] та моделей Клеулоу і Стрікланда [8]; Клеулоу та ін. [9]. Жодна з цих моделей не враховує стрибковий ефект:

1) модель Блека — це однофакторна модель, яка не включає повернення до середнього;

2) однофакторна модель Шварца включає повернення до середнього;

3) двофакторна модель Шварца розроблена Гібсоном і Шварцем. Перший фактор — спотова ціна, другий — миттєві переваги від зберігання. Процес отримання миттєвої переваги від зберігання є підґрунтям для отримання значень повернень до середнього.

Включення стрибків у ці моделі призводить до втрати зручності при проведенні розрахунків, але дає переваги в точності отриманих результатів.

Модель дифузійних стрибків з поверненням до середнього зображується формулою [10]:

$$dS = \alpha (\mu - \ln S) S dt + \sigma S dz + K S dq,$$

де S — ціна;

α — інтенсивність повернень;

μ — довгострокове середнє значення $\ln S$ при відсутності стрибків;

σ — волатильність ціни;

dz — процес Вінера;

K — стрибок з логарифмічно-нормальним розподілом:

$$\ln(1 + K) \sim N[\ln(1 + K_m) - \gamma^2 / 2, \gamma^2];$$

γ — стандартне відхилення пропорційного стрибка (стрибкова волатильність);

dq — процес Пуассона.

Ця модель враховує хвилювання, спровоковані дифузиею ($\sigma S dz$), і стрибки ($K S dq$), по відношенню до детермінованого тренда [$\alpha(\mu - \ln S) S dt$]. Перший доданок у правій стороні цього рівняння описує шлях ціни як процес повернення до середнього.

Пуассонівська складова майже весь час дорівнює нулю, але з частотою λ вона приймає значення змінної:

$$dq = 0, \text{ з частотою } 1 - \lambda dt,$$

$$dq = P - 1, \text{ з частотою } \lambda dt.$$

На практиці вважається що процес Вінера (dz) та Пуассона (dq) не корелюють. Розмір стрибка може бути випадковим. В обох рівностях P — це розподіл ймовірностей переходу на новий рівень.

Для використання даної моделі на ринку сільгосппродуктів пропонується внести певну компенсацію ΦK_m , яка необхідна, щоб прибрати ефект стрибка, адже інтенсивність стрибків на даному ринку, на відміну від ринку електроенергії, значно менша:

$$dS = \alpha (\mu - \Phi K_m - \ln S) S dt + \sigma S dz + K S dq,$$

де K_m — середній розмір стрибка; Φ — середнє число стрибків за рік.

Розглянемо на реальних прикладах, як відбувався розвиток подій на конкретних світових товарних ринках.

У середовищі пакету для числового аналізу Matlab було розроблено відповідне програмне забезпечення для аналізу результатів, отриманих при обробці часових рядів за допомогою моделі.

Для дослідження було створено числовий ряд зі світовими цінами на цукор з 26 січня 2006 року по 24 вересня 2010 року. Дані були отримані за допомогою функції «Архів котирувань» програмного засобу X-Trader.

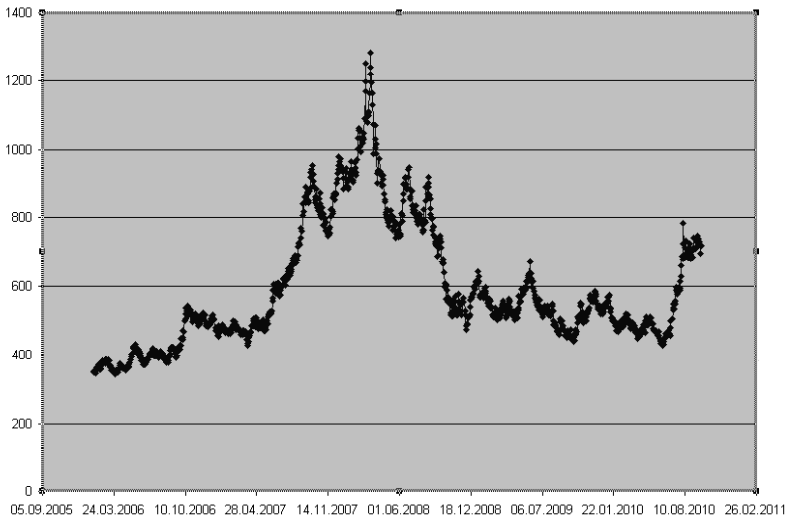


Рис. 1. Числовий ряд, який відображає динаміку зміни ціни на пшеницю на світовому ринку з 26 січня 2006 року по 24 вересня 2010 року

Ситуація, яка склалася на ринку товарів у 2008 році, спровокована світою фінансовою кризою. Після піку цін на нафту у середині липня 2008 року відбулося різке падіння ціни за барель. Дані зміни відобразились на всіх товарних ринках. Цього року спостерігається схожа ситуація, за останні кілька місяців ціна на пшеницю помітно збільшилась. Ринок пшениці характеризуються підвищеною волатильністю (рис. 2). У 2008 році рівень волатильності досяг значення майже 1,6, зараз вже на рівні 1,2. Рівень волатильності дозволяє виявити схильність до змін числового ряду.

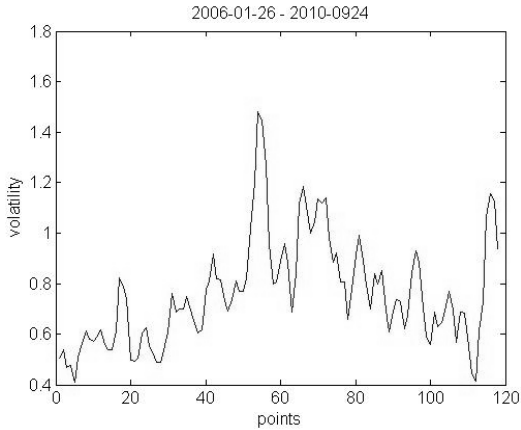


Рис. 2. Значення волатильності пшениці на світовому ринку з 26 січня 2006 року по 24 вересня 2010 року.

На вхід моделі були подані дані за період з 26 січня 2006 року по 1 січня 2009 року.

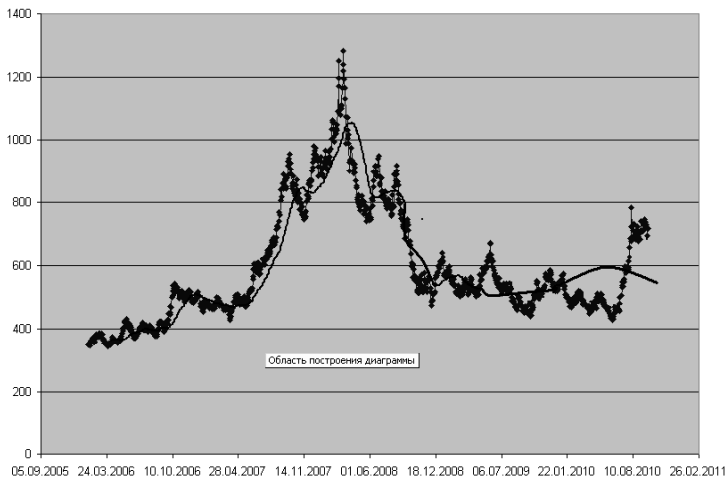


Рис. 3. Отримані результати прогнозування на ринку пшениці за допомогою моделі дифузійних стрибків з поверненням до середнього

На рис. 3 видно реальну динаміку ціни на пшеницю на світовому ринку (точкова крива) та динаміку, яка зображує поведінку цін, отриману за допомогою моделі дифузійних стрибків з поверненням до середнього.

Висновок. Підхід, запропонований у роботі [5] і використаний у цій роботі, є багатообіцяючим. На відміну від переважної більшості товарів, що обертаються в економіці, динаміка цін на товари, що торгуються на дерегульованих ринках, досліджена або може бути досліджена досить повно через наявність історичних записів про результати торгів. Намагання її моделювання за допомогою динамічних моделей часто давало обмежені результати, оскільки типово при їх побудові не накладаються обмеження, які б відповідали за відповідність прогнозованої моделлю цінової динаміки до реальної. Запропонована модель створює умови для більш адекватного аналізу структурних особливостей товарного ринку, що дозволило б проводити дослідження не тільки поведінки окремих ринкових агентів, але в перспективі й взаємодії окремих ринків, передбачаючи наслідки прийняття рішень з високою ступінню вірогідності.

Запропонована в роботі модель є продовженням напрямку моделювання ціноутворення на товарних ринках.

Перспективи подальших досліджень можна визначити наступним чином:

1. Визначення фундаментальних факторів, що суттєво впливають на попит та пропозицію на ринку та їх подальше включення в модель.

2. Теоретичний аналіз властивостей побудованої моделі (наявність єдиного рівноважного стану, аналіз моделі на чутливість тощо).

3. Перевірка прогнозної якості побудованої моделі на даних існуючих товарних ринків.

Література

1. *Anderson R. W.* Some determinants of the volatility of futures prices // *Journal of Futures Markets.* — 1985. — №5. — С. 331—348.

2. *Bates D. S.* The crash of 87: was it expected? the evidence from options markets // *Journal of Finance.* — 1991— №46 — С. 1009—1044.

3. *Bates D. S.* Testing option pricing models. Working Paper 5129, National Bureau of Economic Research. — 1995.
4. *Bates D. S.* Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options // *Review of Financial Studies* — 9. — 1996. — С. 69—107.
5. *Bessembinder H., Coughenour J. F., Seguin P. J., Smoller M. M.* Mean reversion in equilibrium asset prices: evidence from the futures term structure // *Journal of Finance*. — 1995. — № 50. — С. 361—375.
6. *Black F.* The pricing of commodity contracts // *Journal of Financial Economics*. — 1976. — № 3. — С. 167—179.
7. *Black F.* The pricing of commodity contracts // *Journal of Financial Economics*. — 1976. — 3. — С. 167—179.
8. *Choi J. W., Longstaff, F. A.* Pricing options on agricultural futures: an application of the constant elasticity of variance option pricing model // *Journal of Futures Markets*. — 1985. — № 5. — 247—258.
9. *Clewlow L., Strickland C.* A multi-factor model for energy derivatives. School of Finance and Economics, University of Technology, Sydney; Working Paper. (August) 1999b.
10. *Clewlow L., Strickland C.* Energy derivatives: Pricing and risk management. — London: Lacima Publications; 2000.
11. *Clewlow L., Strickland C.* Valuing energy options in a one factor model fitted to forward prices. Quantitative Finance Research Group, University of Technology, Sydney; Research Paper 10; (April 15) 1999a.
12. *Hilliard J. E., Reis J. A.* Jump processes in commodity futures prices and option pricing // *American Journal of Agricultural Economics*. — 1999. — № 8.1. — С. 273—286.
13. *Fackler P. L., Tian Y.* Volatility models for commodity markets. Working Paper, North Carolina Sate University. — 1999.
14. *Galloway T. M., Kolb R. W.* Futures prices and the maturity effect // *Journal of Futures Markets* 16. — С. 809—828.
15. *Myers R. J., Hanson S. D.* Pricing commodity options when underlying futures price exhibits time-varying volatility // *American Journal of Agricultural Economics*. — 1993. — № 75. — С. 121—130.
16. *Samuelson P. A.* Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly // *Industrial Management Review*. — 1965. — 6. — С. 41—49.
17. *Schwartz E. S.* The stochastic behavior of commodity prices: implications for valuation and hedging // *Journal of Finance*. — 1997. — № 52. — С. 923—973.