

рбіна-Левінсона та інноваційний алгоритм, наведені в праці П. Броквела, Р. Девіса [5]. Отримані результати порівняно з прогностичними значеннями відповідних показників, отриманими за допомогою кореляційно-регресійного аналізу, методика якого наведена в праці В. Єлейка, Р. Боднара і М. Демчишин [6].

### **Список використаних джерел**

1. *Голубова Г. В.* Статистичний аналіз зовнішньої торгівлі України / Г. В. Голубова // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія Економічна. — 2014. — № 1096, вип. 87. — С. 89-94.
2. *Мазаракі А.* Сучасні тенденції та чинники розвитку зовнішньої торгівлі України / А. Мазаракі, Т. Мельник // Вісник Київського національного торговельно-економічного університету. — 2011. — № 2. — С. 5-14.
3. *Осташко Т. О.* Оцінка втрат у зовнішній торгівлі України від можливої зміни тарифних режимів торгівлі у ЗВТ СНД / Т. О. Осташко, В. В. Венгер, Ю. А. Олександренко, Г. В. Ленівова // Економіка і прогнозування. — 2014. — № 3. — С. 93-106.
4. Офіційний сайт Державної служби статистики України [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://ukrstat.gov.ua>.
5. Brockwell P. Time Series: Theory and Methods / P. Brockwell, R. Davis. — New York: Springer, 1987. — 519 p.
6. *Єлейко В. І.* Економетричний аналіз діяльності підприємств / В. І. Єлейко, Р. Д. Боднар, М. Я. Демчишин. — Тернопіль: Навчальна книга-Богдан, 2011. — 362 с.

**Bodnar T.**  
Professor  
Stockholm University

**Bodnar T.**  
Professor  
Leibniz University of Hannover

**Schmid W.**  
Professor  
European University Viadrina, Frankfurt (Oder)

### **ESTIMATION OF THE GLOBAL MINIMUM VARIANCE PORTFOLIO IN HIGH DIMENSIONS**

The global minimum variance portfolio plays an important role in investment theory and practice [1, 2]. This portfolio is widely used as an investment opportunity in both static and dynamic optimal portfo-

lio choice problems. Although an explicit analytical expression for the structure of the GMV portfolio weights is available in literature, the estimation of the GMV portfolio appears to be a very challenging problem, especially for high-dimensional data [3-6].

We deal with this problem in the present paper by deriving a feasible and robust estimator for the weights of the GMV portfolio when the distribution of the asset returns is not prespecified and no market structure is imposed. We construct an optimal shrinkage estimator for the GMV portfolio which is optimal in the sense of minimizing the out-of-sample variance. An analytical expression for the shrinkage intensity is obtained which appears to be a complicated function of the data and the parameters of the asset return distribution. We deal with the later problem by determining an asymptotically equivalent quantity of the shrinkage intensity under high-dimensional asymptotic. We estimate this asymptotically equivalent function consistently by applying recent results from random matrix theory. This is achieved under very weak assumptions imposed on the distribution of the asset returns. Namely, we only require the existence of the fourth moment, whereas no explicit distributional assumption is imposed. Moreover, our findings are still valid if the spectrum of the population covariance matrix is bounded or unbounded. As a result, the suggested method can be applied to heavy-tailed distributed asset returns as well as to asset returns whose dynamics can be modeled by a factor model which is a very popular approach in financial and econometric literature. Finally, using simulated and real data, we compare the optimal shrinkage estimator for the GMV portfolio with existing ones. The theoretical findings as well as the results of the Monte Carlo simulations and an empirical study show that the suggested estimator for the GMV portfolio weights dominates the existing estimators in the high-dimensional case.

## **References**

1. Markowitz H., (1952), Portfolio selection, *The Journal of Finance* 7, 77-91.
2. Bodnar T. and W. Schmid (2009), Econometrical analysis of the sample efficient frontier, *European Journal of Finance* 15, 317-335.
3. Bodnar T. and W. Schmid (2008), A test for the weights of the global minimum variance portfolio in an elliptical model, *Metrika* 67, 127-143.
4. Bodnar T., Mazur S. and O. Yarema (2017), Bayesian estimation of the global minimum variance portfolio, *European Journal of Operational Research* 256, 292-307.

5. Bodnar T., Parolya, N., Schmid, W., (2016), Estimation of the Global Minimum Variance Portfolio in High Dimensions, Working Paper, Stockholm University.

6. Frahm G. and C. Memmel (2010), Dominating estimators for minimum-variance portfolios, Journal of Econometrics 159, 289-302.

**Боженко А. С.**  
к. е. н.

**Росько В. В.**  
к. е. н.

*Сумський державний університет*

## **МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ МІЖ МАЙНОВОЮ НЕРІВНІСТЮ НАСЕЛЕННЯ ТА ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИМ РОЗВИТКОМ КРАЇНИ**

Сфера фінансових відносин виступає ключовим елементом у забезпеченні макроекономічної стабільності держави та підтримки добробуту населення. Основною проблемою останніх десятиліть, яка властива країнам з різним рівнем фінансово-економічного розвитку, є нерівномірність розподілу доходів населення. На сьогодні в країнах, що входять до Організації економічного співробітництва та розвитку, доходи 10% найбагатшого населення перевищують доходи 10% найбіднішого населення в 9,6 рази, тоді як ще в 1980-х роках дане співвідношення становило 7:1 [1].

Майнову нерівність населення доцільно розглядати як комплексну динамічну систему, яка здатна змінюватися під впливом різних чинників. Рівень нерівномірності розподілу доходів у відповідній країні світі залежить від комплексу факторів, основними з яких є: удосконалення механізму розподілу ресурсів та підвищення ефективності їх використання, стрімке впровадження технологій та інноваційної техніки у різні сфери життя суспільства, посилення фінансiалiзацiї економiки, iнтелектуалiзацiя виробництва та підвищення вимог до якості знань та навичок робочої сили [2, 3].

У рамках даного дослідження вирішено оцінити взаємозв'язок між майновою нерівністю населення та станом розвитку фінансово-економічних відносин на прикладі окремих країн світу. Для аналізу запропоновано обрати розвинуті країни з різних географічних регіонів світу, а саме з Америки (США, Канада), Західна та Центральна Європа (Німеччина, Великобританія, Швеція, Но-