

О. І. Бабинюк, асистент

ДВНЗ «Київський національний економічний університет
імені В. Гетьмана»

МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЯ З УРАХУВАННЯМ РИЗИКІВ В УМОВАХ ФІНАНСОВОЇ КРИЗИ

АНОТАЦІЯ. Побудовано математичну модель формування оптимального портфеля інвестора, яка дозволяє розв'язувати задачі оптимізації іпотечного кредитування житлового сектора. Визначено оптимальні умови його формування, з урахуванням аналізу даних по введенню житла в Україні та умов надання іпотечних кредитів для придбання житла на первинному ринку за 2005 — 2009 роки, оскільки цей період характеризується суттєвими змінами факторів в умовах кризи.

КЛЮЧОВІ СЛОВА. Іпотека, іпотечне кредитування, портфель інвестора, ризик портфеля інвестора, дисперсія, середньоквадратичне відхилення, математичне сподівання, кореляційний момент.

ANNOTATION. Constructed a mathematic model of formation of optimal investor's portfolio, which allows solving optimization problems of hypothec credit of residential sector. Determined the optimal conditions of it's formation with accounting of data analysis of accommodation input in Ukraine and terms of hypothec credit for accommodation purchase on the primary market by 2005-2009, because this period characterized by significant changes of factors in terms of risk.

KEYWORDS. Hypothec, hypothec credit, investor's portfolio, portfolio's risk, variance, standard deviation, expected value, correlation time.

Стан проблеми

В деяких регіонах України у перехідному до ринкових відносин періоді кошти приватних інвесторів, фінансово-кредитних установ, інших комерційних структур, збереження населення могли б значно компенсувати падіння державних інвестувань у житловий фонд (наприклад, у містах: Києві, Донецьку). Тому, зокрема, житлове будівництво може стати найбільш успішно функціонуючою галуззю економіки, здатною подолати кризові явища і сприяти зростанню економіки.

Проте, деякий час на деяких ринках первинного житла спостерігалось «затоварювання» готовими або, взагалі, недобудованими будинками,

Фактори, які пояснюють періодичне виникнення вказаних дисбалансів, полягають у наступному:

- спадання купівельної спроможності населення і наявність житла у високоприбуткових прошарків населення;
- висока ціна комерційних продаж на первинному ринку;
- наявність конкурентної пропозиції житла на вторинному ринку;
- відсутність розвинутої системи іпотечного житлового кредитування;
- відсутність законодавства для накопичуваної системи будівельних збережень.

Необхідність використання іпотеки не викликає сумнівів. Досвід розвинутих країн світу вказує на безумовну вигідність застосування іпотечного кредитування.

Згідно з закон України «Про іпотеку» «Іпотека — це вид забезпечення виконання зобов'язання нерухомим майном, що залишається у володінні і користуванні іпотекодавця, згідно з яким іпотекодержатель має право в разі невиконання боржником забезпеченого іпотекою зобов'язання одержати задоволення своїх вимог за рахунок предмета іпотеки переважно перед іншими кредиторами цього боржника у порядку, встановленому Законом».

В процесі іпотечного кредитування приймають участь дві сторони — заставодержатель, або кредитор і заставодавець, або позичальник. Між ними заключається договір іпотеки, в якому відображено: сума іпотечного кредиту, опис об'єкту іпотеки і його оціночна вартість, строк дії договору іпотеки, порядок та строки виплати боргу за іпотечним кредитом, права та обов'язки сторін. Договір іпотеки в обов'язковому порядку повинен бути нотаріально засвідчений та зареєстрований компетентним державним органом. Реєстрація іпотеки здійснюється реєстратором, в якості якого може виступати як окремий орган, так і фізична особа, що має спеціальні уповноваження, наприклад нотаріус.

Таблиця 1

**ВВЕДЕННЯ В ЕКСПЛУАТАЦІЮ ЖИТЛА ПО УКРАЇНІ
В ЦІЛОМУ (ДАНІ ДЕРЖКОМСТАТУ УКРАЇНИ [6])**

Рік	Кількість квартир, уведених в експлуатацію, одиниць	Однокімнатних, одиниць	Двокімнатних, одиниць	Трикімнатних, одиниць
2007	54262	8979	14400	16355
2008	57598	10705	16281	16187
2009	31755	7747	10401	7841

Рік	Обсяги, тис. кв. м. загальної площі	Темпи зростання у % до попереднього року
2005	7816	103,3
2006 (за 9 міс.)	8628 (5047)	110,4
2007 (за 9 міс.)	10 244 (6130)	118,7
2008 (за 9 міс.)	10 496 (6483)	102,5
2009 (за 9 міс.)	3344	

Купівлю житла на первинному ринку нерухомості в Україні, в теперішній час кредитують шість з 50 великих банків країни. Умови надання іпотечних кредитів представлені у таблиці 2: [8]:

Таблиця 2

№	Назва банку	Програма	Еф. ставка, %	Ставка, %	Комісія		Перший внесок
					разова	щоміс.	
1	Київська Русь	«Ольжич град» в м. Вишгороді	17,89	17,50	1,00 %	—	від 50,00 %
2	Київська Русь	«Ольжич град» в м. Вишгороді	18,59	18,00	1,5 %	—	40,00- 49,00 %
3	Київська Русь	м. Київ, вул. Ма- йорова, буд. 5а	18,79	18,00	2,00 %	—	від 40 %
4	Київська Русь	«Ольжич град» у м. Вишгороді	20,29	19,50	2,00 %	—	30,00- 39,00 %
5	Кредитором- банк	Київська обл., м. Бориспіль, пер. Бабкіна	22,39	22,00	1,00 %	—	від 30,00 %
6	Піреус Банк	На купівлю неру- хомості	23,29	22,50	2,00 %	—	від 50,00 %
7	Піреус Банк	На купівлю неру- хомості	24,29	23,50	2,00 %	—	30,00- 50,00 %
8	Universal Bank	На купівлю неру- хомості, під заста- ву квартири	26,54	25,95	1,50 %	—	від 30,00 %
9	Universal Bank	На купівлю неру- хомості під за- ставу альтерна- тивної житлової нерухомості	26,54	25,95	1,50 %	—	від 50,00 %
10	Кредобанк	Кредит на купів- лю нерухомості на первинному ринку разом з Фондом фінансу- вання будівництва	28,68	27,5	2,99 %	—	від 40,00 %

Постановка задачі

В нових, сучасних, умовах зміни вимог до будівельного виробництва системи іпотечного кредитування актуальною є задача оптимізації портфеля інвестора житлового сектора, його диверсифікація з метою мінімізації ризиків, пов'язаних з досягненням певного рівня прибутковості. Для розв'язування задачі пропонується наступна модель оптимального розрахунку капіталу житлового будівництва.

Основні припущення та позначення моделі

Інвестор, який має певну суму коштів може вкладати їх в житлове будівництво, причому в портфельній формі і для наступної реалізації в формі іпотечного кредитування потенційних споживачів, комерційної продажі іншої частини побудованого житла по ринковим цінам. Для цього здійснюється класифікація типів житла за двома ознаками: серіям житлових будинків і місцям їх розміщення. Якщо серії позначати через j ($j = \overline{1, l}$), а можливі місця їх розташування — через k ($k = \overline{1, m}$), тоді кожний будинок характеризується парою (j, k) , тобто в модулі змінні будуть двох індексні. З метою подальшого спрощення двох індексну систему позначень можна звести до одноіндексної перетворенням:

$$i = j + (k - 1)l, \quad (j = \overline{1, l}; k = \overline{1, m}) / \quad (1)$$

Отже, i змінюється від 1 до m_l . Позначимо через $n = m_l$ загальну кількість житлових будинків з урахуванням їх серії і розміщення.

Покладемо, що для комерційного продажу можуть бути запропоновані будинки усіх типів $i \in \{1, \dots, n\}$, а за рахунок іпотечних кредитів $j \in J$, де $J \subset I$ або ціна 1 кв. м загальної площі повинна бути обмеженою, а значить, і вибір серії будинків обмежено граничною ціною, вище за яку житло буде придбано на ринку без кредитування.

Позначимо через R_i випадкову величину, яка характеризує ефективність одиниці інвестування в i -й тип житла, а за R_{0j} — ефективність інвестувань в рамках системи іпотечного кредиту-

вання в j -ий тип житла. За однакову для всіх міру цієї ефективности можна прийняти прибуток.

Позначимо через Y_i частку інвестувань в i -й тип будинків для комерційного продажу, а через Y_{0j} — частку інвестувань в j -ий тип будинків у рамках іпотечного кредитування. Тоді ефективність портфеля R_p інвестора в житловому секторі є випадковою величиною, що визначається наступним виразом:

$$R_p = \sum_{j \in J} Y_{0j} R_{0j} + \sum_{i=1}^n Y_i R_i . \quad (2)$$

Сподівана ефективність портфеля визначається як момент першого порядку $\langle \bullet \rangle = M \langle \bullet \rangle$ від R_p . Тоді

$$\begin{aligned} \langle R_p \rangle &\equiv M R_p = M \left(\sum_{j \in J} Y_{0j} R_{0j} \right) + M \left(\sum_{i=1}^n Y_i R_i \right) = \\ &= \sum_{j \in J} Y_{0j} M(R_{0j}) + \sum_{i=1}^n Y_i M(R_i) . \end{aligned} \quad (3)$$

Позначимо через r_{0j} і r_i сподівану ефективність від інвестувань

$$r_{0j} = M(R_{0j}) , \quad r_i = M(R_i) , \quad i \in I , \quad j \in J . \quad (4)$$

Тоді з урахуванням (4), вираз (3) набуває вигляду:

$$M(R_p) = \sum_{j \in J} Y_{0j} r_{0j} + \sum_{i=1}^n Y_i r_i . \quad (5)$$

Кошти інвестора в межах іпотечного кредитування можна розглядати в цілому як без ризикові і такі, що мають невипадкову і гарантовану прибутковість, яка відповідає $j \in J$, тобто:

$$R_{0j} = r_{0j} = r_0 , \quad \forall j \in J . \quad (6)$$

Тоді вираз (5) набуває вигляду:

$$r_p = M[R_p] = Y_0 r_0 + \sum_{i=1}^n Y_i r_i , \quad (7)$$

де

$$Y_0 = \sum_{j \in J} Y_{0j} . \quad (8)$$

Така ситуація означає, що частина без ризикових інвестувань у будівництво житла з іпотечним кредитуванням і гарантованою прибутковістю, визначається відсотковою ставкою і умовами надання іпотечного кредитування. Для порівняння в Росії прем'єр-міністр В. Путін на засіданні президії уряду заявив, про те, що на його думку ставка іпотечного кредитування не повинна перевищувати 7 %, перші кроки до зниження будуть зроблені вже в 2010 році — після бюджетних уливань ставка повинна опуститися до 10—11 %) [11].

Очевидно, що має виконуватися рівність

$$Y_0 + \sum_{i=1}^n Y_{0i} = 1. \quad (9)$$

Отже ризиковими для інвестора є кошти в житло типу i , яке призначено для комерційної реалізації по ринковим цінам із середньою прибутковістю r_i , $r_i > r_0$, $i \in I$.

За умови (6) ризик портфеля інвестора можна оцінити, як відомо [5], середньо квадратичним відхиленням випадкової ефективності прибутку портфеля R_p . З урахуванням (6), (7), (8) і властивостей дисперсії, матимемо:

$$\begin{aligned} V_p &= D(R_p) = D(Y_0 r_0 + \sum_{i=1}^n Y_i R_i) = \\ &= M((Y_0 r_0 + \sum_{i=1}^n Y_i R_i) - M(Y_0 r_0 + \sum_{i=1}^n Y_i R_i))^2 = \\ &= M(\sum_{i=1}^n Y_i R_i - \sum_{i=1}^n Y_i r_i)^2 = M(\sum_{i=1}^n Y_i (R_i - r_i))^2 = \\ &= M(\sum_{i=1}^n \sum_{j \in J} Y_i Y_j (R_i - r_i)(R_j - r_j)) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j \in J} Y_i Y_j M((R_i - r_i)(R_j - r_j)) = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in J} Y_i Y_j V_{ij}, \end{aligned} \quad (10)$$

де V_{ij} — кореляційний момент випадкових величин R_i і R_j :

$$V_{ij} = \text{cov}(R_i, R_j) = M \sum_{i=1}^n \sum_{j \in J} (R_i - r_i)(R_j - r_j). \quad (11)$$

У виразах (10) і (11) випадкові величини R_i і R_j вважаються корельованими, тобто прибутковість від коштів в i -ий тип житла

впливає на j -тий тип, що пояснюється періодичними коливаннями купівельного попиту населення. Із (11) при $i = j$ матимемо:

$$V_{ij} = D(R_i) = \sigma_i^2, \quad i = \overline{1, n},$$

а при корельованості R_i і R_j , $V_{ij} = 0$, тоді

$$D(R_p) = \sum_{i=1}^n Y_i^2 V_{ii} = \sum_{i=1}^n Y_i^2 \sigma_i^2. \quad (12)$$

Якщо ризик портфеля інвестора житлового сектора оцінювати середнім квадратичним відхиленням σ_p , тоді у випадку корельованості R_i і R_j із (10) матимемо [1]:

$$\sigma_p = \sqrt{D(R_p)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j \in J} Y_i Y_j V_{ij}}, \quad (13)$$

а у випадку їх некорельованості із (12) матимемо:

$$\sigma_p = \sqrt{D(R_p)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 \sigma_i^2}. \quad (14)$$

В останньому випадку при $Y_0 = 0$ і $Y_i = \frac{1}{n}$ ($i = \overline{1, n}$) матимемо

$$r_p = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} r_i = \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{n}; \quad (15)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2}. \quad (16)$$

Якщо позначити $\sigma = \max \sigma_i$, із (16) впливає оцінка

$$\sigma_p \leq \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2} = \sqrt{\frac{1}{n^2} n \sigma^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0, \quad (17)$$

тобто при некорельованості прибутковості коштів у різні типи житла при зростанні їх числа n ризик інвестора зменшується. Тут відображається ефект диверсифікації будівничого виробництва і відповідно портфеля інвестора («не класти всі яйця до одного кошика»).

Модель формування оптимального портфеля інвестора

Отриманий математичний аналіз показує, що ринок житла є ризиковим [5], ціни на якому зазнають певних значних коливань, причому вони диференційовані як за структурою житла, так і за його розміщенням.

У значному степені вони викликані диспропорціями в структурі пропозиції. Наприклад, більшість споживачів орієнтовано на купівлю одно — і двох кімнатних квартир, у той час коли в структурі пропозиції переважає кількість квартир з більшою кількістю кімнат. Тенденція зміни цін на житло, у розрізі по містах України подана у таблицях 3, 4 [9, 14].

Таблиця 3

ДОНЕЦЬК

Рік	Однокімн.	Двокімнатних	Трикімнатних
2004	13,29	20,14	26,71
2005	18,6	25,25	36,7
2006	27,92	42,5	56,7
2007	42,33	63,83	79,83
2008	62,25	95,25	122,42
2009	48,82	79	108,45

Таблиця 4

КИЇВ

Рік	Однокімнатних	Двокімнатних	Трикімнатних
2004	32,34	57,67	91,75
2005	56,60	101,16	160,63
2006	87,54	146,98	231,88
2007	124,49	203,82	325,6
2008	148	254,54	400,07
2009	111,2	193,14	319,82

Після фінансової кризи очікується зростання цін на житло і повернення його на до кризовий рівень. А це відбуватиметься різними темпами. Аналіз цінової динаміки на ринках житла показує, що інвестори житлового сектору стикаються з тенденцією зни-

ження прибутковості і зростання ризиків, пов'язаних з динамікою попиту і конкуренції з боку вторинного ринку. Тому інвестору необхідно здійснити, у відповідності з постановою задач, вибір між ефективністю і ризиком.

Модель формування оптимального портфеля інвестора набуває вигляду:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Y_i Y_j V_{ij} \rightarrow \min ; \quad (18)$$

$$Y_0 r_0 + \sum_{i=1}^n Y_i r_i = r_p, \quad Y_0 + \sum_{i=1}^n Y_i = 1, \quad Y_i \geq 0. \quad (19)$$

Співвідношення (18) показує, що мінімізується дисперсія інвестиційного портфеля $D(R_p)$, бо цей мінімум досягається в точці Y , що і є критерієм мінімізації ризику портфеля σ_p .

Модель (18)—(19) являє оптимізаційну задачу з критерієм Якобі (18) — що є квадратичною формою, яка є додатно визначеною, а обмеження (19) — лінійні. Отже, множина допустимих розв'язків опукла, і цільова функція — опукла, тому умова регулярності Куна — Таккера виконана і розв'язування задачі є добре вивченим [2—5].

Висновки

Для порівняння, в Росії сподіваються відродити ринок іпотеки надаючи банкам довгі гроші в обмін на забор'язання кредитувати купівлю житла по ставці не вище 11 % річних у рублях. Основним джерелом підтримки ринку іпотеки стануть держкошти (значну частку грошей ВЕБ вкладає в іпотечні облігації за рахунок пенсійних накопичень під його керуванням, ще одну частку — власних грошей, крім того він виділяє кошти АІЖК для стимулювання будівлі житла економ-класу. ВУБ та ПФР будуть купляти у банків іпотечні облігації, рефінансуючи таким чином кредитний портфель.

Як вважає голова АІЖК О. Семеняка: «Спочатку банк буде видавати нові кредити по ставці не вище 11 %, потім упаковувати їх у цінні папери, а держава забезпечить доступ до довгострокових ресурсів» [11].

АІЖК очікує, що в середньому по іпотечному ринку ставка складе до кінця 2010 порядку 12 %. За прогнозами помічника президенту РФ

А. Дворковича знизити ставки по іпотеці до 10—11 % цілком можливо. АГЖК збирається стимулювати попити на новобудови, роблячи акцент на те, що викупати закладні по іпотеці на побудоване житло [11].

В Україні в останній період попит на ринку іпотеки відчуває значне послаблення, так за III квартал 2009 року загальний іпотечний портфель банків скоротився на 4,5 %, а за 9 місяців 2009 року — на 11,3 %. Загалом за даними банків за 9 місяців 2009 року загальний іпотечний портфель банків скоротився на 3,48 % у відносному значенні, або на 3859 млн грн в абсолютному [12].

Це пояснюється декількома факторами, серед яких потрібно виділити недосконалість юридичного захисту іпотекодавця та незахищеність його законних інтересів. Ще одним з суттєвих факторів є, за думкою експертів, недостатні ресурси банків, які є основними кредитором. Але найбільш важливою причиною є підвищення ставок по іпотечним кредитам банками і зменшення купівельної спроможності покупців, що пов'язано з кризою та зростанням безробіття.

Побудована модель оптимального портфеля дозволяє інвестору розв'язувати проблеми такого типу, що є дуже важливим фактором в стабілізації економіки України в цілому. Вважаючи на те, що капітальне будівництво є одним з важливіших напрямків розвитку держави, і яке починає ланцюг діяльності багатьох споріднених галузей: почнеться будівництво-виникне потреба в цементі і багатьох будівельних матеріалах, що потягне за собою підживлення в промисловості і виробництві. Після реалізації готових будівель покупці повинні облаштувати свої квартири, а це купівля меблів, сантехніки, придбання матеріалів для інтер'єру та оплата роботи робітникам ремонтних бригад. А як наслідок, протягом всього ланцюга дій вкладаються гроші населення, які і є кровотворними потоками всієї економіки держави, яка одержить натомість і багато нових робочих місць, що автоматично зменшить безробіття і в великих містах, і в регіонах.

Список літератури

1. Айвазян С. А., Мхаторян В. С. Прикладная статистика и основы эконометрии. — М.: ЮНИТИ, 1998.
2. Афанасьев М. Ю., Суворов Б. П. Исследование операций в экономике / М. Ю. Афанасьев, Б. П. Суворов. — М.: ИНФРА — М, 2003.
3. Багриновский К. А., Матюшко В. М. Экономико-математические методы и модели. — М.: Издательство РУНД, 1999.
4. Интриллигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. — М.: Прогресс, 1975.

5. Хагарян С. Р. Прикладные методы математического моделирования экономических систем. — М.: Экзамен, 2002.

6. <http://www.ukrstat.gov.ua>

7. <http://www.bank.gov.ua/Statist/Macro.htm>

8. <http://www.prostobank.ua>

9. <http://www.blagovest.ua>

10. <http://www.domik.net>

11. <http://www.ahml.ru>

12. <http://www.unia.com>

13. <http://www.ipoteka.gov.ua>

14. <http://www.kpss.com.ua>

УДК 330:51(075.8)

Ю. В. Коляда, докторант,
ДВНЗ «Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана»

ЕВОЛЮЦІЯ ЕКОНОМІКИ СУСПІЛЬСТВА В ПРОСТОРІ «КОРУПЦІЯ — ТІНЬОВА ЕКОНОМІКА — ЛЕГАЛЬНА ЕКОНОМІКА»: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ЯКІСНІ ОЦІНКИ

АНОТАЦІЯ. Вперше економічна структура суспільства описується в координатах «корупція N_1 — тіньова економіка N_2 — валовий продукт — N_3 легальної економіки». При одній гіпотезі щодо співіснування зазначених складових економічного процесу вписані диференціальні рівняння його динаміки. Змінним математичної моделі (ММ) та самого процесу подій надано якісні оцінки, відповідно до яких негативні явища щезатимуть (дійсність засвідчує протилежне) або співіснуватимуть з легальною економікою, сягаючи щонайменшого свого рівня. Останнє більше відповідає реаліям економічного буття.

ANNOTATION. The economic structure of society have been described by coordinates «corruption N_1 — shadow economy N_2 — national product — N_3 legal economy» for the first time. According to one hypothesis of the co-existence such part of economic process have been written the differential equations of it's dynamic. Variables of model and process have been described by quality standards. According to them negative phenomenon will disappear (reality have been evidence of the opposite) or be co-existing with legal economy and reaching a minimum. The last answers to realities of economic stays.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: економіка, координати її стану, математична модель, якісне дослідження.

Вступ. Саме по собі математичне моделювання легальної економіки (ЛЕ), яке вже має [1] свою історію, методологію та ін-