

R.M. Motorin, O. V. Voitko // Problems of market economy: Scientific collection. — K., 2002. — P. 306—312.

2. Baranyk Z. P., Voitko O. V. Evaluation of actual lost cultivated area for crops in the insurance case in Ukraine / Z. P. Baranyk, O. V. Voitko // Economy & State: Materials of the International scientific and practical journal. № 10. — K., 2006. — P. 38—42.

3. Baranyk Z. P., Voitko O. V. The development of crops insurance in Ukraine / Z. P. Baranyk, O. V. Voitko // Resent social and economic systems: development trends: Materials of the I International Scientific Conference. -Kriviy Rig, 2011. — P. 23—25.

4. Baranyk Z. P., Voitko O. V. Methodical principles in assessment of crops damages in the insurance case / Z. P. Baranyk, O. V. Voitko // Statistical evaluation of socio-economic development. Materials the XII All-Ukrainian scientific-practical conference «Statistical evaluation of socio-economic development.» — Khmelnytskyi, 2012. — P. 16—18.

5. Insurance in agroindustrial complex of Ukraine // Ukrainian Investment Journal: Welcome. — K., 2002. — № 11–12. — 90 p.

6. Insurance: Manual for self-study course / Edited by supervision of O. O. Hamankova. — K.: KNEU, 2000. — 120 p.

7. Statistical Yearbook of Ukraine, 2014 / State Statistics Service of Ukraine. — K.: Consultant, 2015. — 569 p.

8. Ukraine in Figures 2014: Stat. directory. — K.: Consultant, 2014. — 22 p.

Статтю подано до редакції 02.09.2016 р.

УДК 330.115:681.5

В. К. Галіцін, доктор економічних наук, професор,
«Київський національний економічний університет ім. В. Гетьмана».

V. K. Galitsin, doctor of Engineering Science, doctor of Economics,
Professor, «Kyiv National Economic University named Vadim Hetman».

С. К. Рамазанов, доктор технічних наук, доктор економічних наук,
професор, «Київський національний економічний університет
ім. В. Гетьмана».

S. K. Ramazanov, doctor of Engineering Science, doctor of Economics,
Professor, «Kyiv National Economic University named Vadim Hetman».

ІНТЕГРАЛЬНА СТОХАСТИЧНА НЕЛІНІЙНА МОДЕЛЬ ДИНАМІКИ ІННОВАЦІЙНОЇ ЕКОНОМІКИ

АНОТАЦІЯ. На базі сучасних методів, моделей, інформаційних та інноваційних технологій розроблено і досліджено інтегровану стохастичну нелінійну модель техногенних об'єктів і процесів, придатну для умов системних криз. У роботі розглянуто аспекти інтеграції багатьох сфер і секторів діяльності сучасних складних систем, які функціонують і розвиваються в сучасних умовах нелінійності, нестабільності і криз.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: інтегральна, стохастична, інноваційна, динаміка, модель, нелінійна, нестабільна, кризи.

АННОТАЦИЯ. На базе современных методов, моделей, информационных и инновационных технологий разработана и исследована интегрированная стохастическая нелинейная модель техногенных объектов и процессов, пригодная для условий системных кризисов. В работе рассмотрены аспекты интеграции многих сфер и секторов деятельности современных сложных систем, которые функционируют и развиваются в современных условиях нелинейности, нестабильности и кризисов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: интегральная, стохастическая, инновационная, динамика, модель, нелинейная, нестабильная, кризисы.

ABSTRACT. On the basis of modern methods, models, information and innovative technologies, an integrated stochastic nonlinear model of technogenic objects and processes, suitable for the conditions of systemic crises, was developed and investigated. In the paper aspects of integration of many spheres and sectors of activity of modern complex systems that function and develop in the modern conditions of nonlinearity, instability and crises are considered.

KEYWORDS: integral, stochastic, innovative, dynamic, model, nonlinear, instability, crisis.

Вступ. У сучасних складних умовах нелінійності, нестабільності і системних криз усе більш вирішальна роль у зростанні національної економіки відводиться досягненням науки, техніки і освіти, втіленим в інноваціях.

Саме інновації, як визначальний результат науково-технічного прогресу (НТП), стимулюють зростання продуктивності і ефективності використання чинників виробництва, підвищення якості і конкурентоспроможності продукції країни. Із середини XX ст. уряди провідних країн світу, які відносяться до розвинених країн світу, узяли відкритий курс на інновації, створення інноваційної економіки, поєднуючи інтенсифікацію НТП з інституціональними перетвореннями в економіці і секторі державного управління, спрямованими на підвищення якості організації і управління економічною системою.

Науково-технічний прогрес як безперервний і системний процес впровадження у господарську практику результатів розвитку науки і техніки, а також нових методів організації виробництва і праці впливає на економічне зростання і розвиток кількома способами: по-перше, поліпшення технологій дозволяє збільшити валовий випуск продукції без зміни сукупних витрат; по-друге, технологічні перетворення виробництва призводять до зміни структури продукції, що випускається, на користь високоякісних товарів і послуг з високою доданою вартістю; по-третє, НТП обумовлює великі зміни в предметах і засобах праці; нарешті,

НТП вносить істотний вклад у підвищення добробуту суспільства і якості життя населення.

Проте, при моделюванні еколого-економічного розвитку в руслі концепції екологічної модернізації і принципу стійкого розвитку необхідно враховувати такі взаємозв'язані системи: економіка (виробництво), праця (населення), ресурси (корисні копалини, природні ресурси та ін.), природа (ця система відбиває стан довкілля), а також важлива врахувати досягнення НТП і рівень освіти [1—4].

Отже, розробка і дослідження інтегрованих стохастичних моделей на базі використання математичних методів, моделей і інноваційних технологій з метою прогнозування нелінійної стохастичної динаміки еколого-економічних і соціально-гуманітарних систем у сучасних умовах невизначеності і ризиків є актуальною проблемою [2, 8—10].

Метою роботи є розробка та дослідження інтегральної соціально-еколого-економічної стохастичної нелінійної моделі динаміки техногенних об'єктів і процесів, функціонуючих в умовах криз і інноваційної економіки.

Виклад основних результатів. У даній роботі під техногенними об'єктами і процесами (ТОП) мається на увазі техногенні виробничі підприємства (ТВП) або техногенні регіональні виробництво (ТРВ), або техногенні регіони (ТР), техногенного економічного об'єкту (ТЕО) тощо. Все це позначимо як ТОП. Запропонований огляд і аналіз деяких отриманих останніми роками різними авторами результатів по макро- і мікромоделюванню динаміки еколого-економічних і соціально-гуманітарних систем і процесів, які відносяться до ТОП і функціонують і розвиваються в складних умовах нелінійності, нестабільності і криз.

Більшість створених раніше моделей соціально-еколого-економічних систем (СЕЕС) моделей мають теоретичний і детермінований характер і є досить проблемної з точки зору адекватності і наявності інформації, нових знань і технологій для їх реалізації. У зв'язку з цим завдання управління техногенним регіональним виробництвом (ТРВ) в умовах кризи обумовлює об'єктивну необхідність удосконалення методів, моделей і інформаційних технологій на основі стохастичних рівнянь для управління СЕЕС [2, 3, 5—10].

Стохастична модель системної динаміки. Принцип системної динаміки стохастичних процесів або метод системної динаміки при наявності екзогенних та ендогенних стохастичних впливів можна представити як стохастичне диференціальне рівняння

(СДУ) [1,3]: $\dot{X}_j = F(X_j^+, X_j^-, W_{jt})$, де W_{jt} — стандартний броунівський рух; $\sigma_j(X_j, t)$ — коефіцієнт волатильності. Зокрема, рівняння стохастичної динаміки j -го агента можна представити як $\dot{X}_j = \alpha_j X_j^+ - \beta_j X_j^- + \sigma_j(X_j, t) dW_{jt}$. При прийнятті поняття білого шуму з безперервним часом, рівняння стохастичної динаміки можна представити як:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, t) + \sigma(x, t)e(t),$$

де $\{e(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом. Для представлення стохастичної нелінійної моделі динаміки системи в дискретному випадку можна використати різницеве рівняння у виді [8]:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + w(x(t), t), \quad t \in T,$$

де f — умовне середнє від $x(t+1)$ при заданому $x(t)$, а w — випадкова величина з нульовим середньому. Якщо умовний розподіл $w(t)$ при заданому $x(t)$ є нормальний закон, то модель можна переписати як:

$$x(t+1) = f(x(t), t) + \sigma(x(t), t)e(t), \quad t \in T,$$

де $\{e(t), t \in T\}$ — послідовність незалежних однаково розподілених випадкових величин з параметрами $(0, 1)$.

Модель випуску по трьом активам:

$$Y(t) = A \tau(t) \left[(1 - \alpha_K^1(t) - \alpha_K^2(t) - \alpha_K^3(t)) K(t) \right]^{\alpha_1} \left[(1 - \alpha_{L_2}^1(t) - \alpha_{L_2}^2(t)) L_2(t) \right]^{\alpha_2} + \sigma_Y(Y, t) e_Y(t), \quad (1)$$

де $Y(t)$ — обсяг «корисного» випуску; $K(t)$ — об'єм фізичного капіталу; $L_2(t)$ — об'єм некваліфікованої робочої сили (точніше — робочої сили відносно невисокої кваліфікації); $\tau(t)$ — індекс НТП, залежний від обсягу передових виробничих технологій $w(t)$, що використовуються у виробництві, наприклад, $\tau(t) = [w(t)]^d$, де $d = \text{const}$; $\alpha_K^1(t)$, $\alpha_K^2(t)$, $\alpha_K^3(t)$ — долі використання об'єму фізичного капіталу в секторах НДОКР, екологічно-

му і соціальному, відповідно, причому $0 \leq \alpha_K^1(t) < 1$, $0 \leq \alpha_K^2(t) < 1$, $0 \leq \alpha_K^3(t) < 1$, а також $0 \leq \alpha_K^1(t) + \alpha_K^2(t) + \alpha_K^3(t) < 1$; $\alpha_{L_2}^1(t)$ і $\alpha_{L_2}^2(t)$ — долі використання об'єму некваліфікованої робочої сили в екологічному і соціальному секторах $0 \leq \alpha_{L_2}^1(t) < 1$, $0 \leq \alpha_{L_2}^2(t) < 1$, $0 \leq \alpha_{L_2}^1(t) + \alpha_{L_2}^2(t) < 1$; α_1, α_2 — показники міри виробничої функції (еластичності випуску по $K(t)$ і $L_2(t)$), $0 \leq \alpha_1 \leq 1$, $0 \leq \alpha_2 \leq 1$; A — параметр масштабу: $A > 0$; $\{e_Y(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом, $\sigma_Y(Y, t)$ — коефіцієнт волатильності. Тут $L(t) = L_1(t) + L_2(t)$ — загальне число працюючих.

Модель капіталу є моделлю економічного зростання. Математична формалізація виходить від робіт Солоу, Свена, Рамсея. Детальна побудова моделі описано в роботах [1, 3, 5—9].

Підсумкова модель записується таким чином:

$$\frac{d}{dt}[K(t)] + \alpha K(t) = I(t) - C(t) - D(t) - B(t) - \alpha K(t)W_K(t), K(0) = K_0, \quad (2)$$

де $K(t)$ — капітал, $C(t)$ — об'єм споживання, $I(t)$ — інвестиції, $D(t)$ — витрати на моніторинг і скорочення забруднень, $B(t)$ — витрати на безпеку і стабільного розвитку, α — фіксована норма вибуття капіталу. Наприклад, $I(t) = e^{\omega t} F(K(t), L(t), R(t))$, $R(t)$ — допоміжні ресурси, а параметри α — норма амортизації ω — темп технологічного прогресу. F — виробнича функція.

У **моделі праці** традиційно припускають експоненціальну зміну трудових ресурсів, тобто $L(t) = L_0 \exp(\gamma t)$, $L_0 \equiv L(t_0)$, де γ — параметр темпу зростання, тобто $\dot{L} = \gamma L$. Ця модель необмеженого зростання трудових ресурсів не завжди знаходить відображення в практичному застосуванні. Проте з урахуванням ефекту «насичення» має місце реалістичніша модель динаміки трудових ресурсів (ТР) у вигляді логістичного рівняння (тобто рівняння Ферхюльста):

$$\dot{L}(t) = \gamma L(t) \left(1 - \frac{L(t)}{L_{\max}} \right),$$

де $L_{\max}$ — максимально допустима кількість ТР.

Мінімодель функціонування і розвитку економіки матимемо в такому виді:

$$Y(t) = F[K(t), L(t), R(t)],$$

$$C(t) = (1 - \alpha)Y(t),$$

$$\dot{K}(t) = -\alpha K(t) + \rho Y(t), \quad K(t_0) = K_0,$$

$$\dot{L}(t) = \gamma L(1 - L/L_{\max}), \quad L(t_0) = L_0,$$

де K_0 — початковий об'єм основних фондів, L_0 — початковий кількість трудових ресурсів.

Таким чином, маємо нелінійну динамічну модель [1—4]:

$$\begin{cases} \dot{k}(t) = \mathcal{A}(k) - \gamma(1 - \eta(t))k(t), & k(t_0) = k_0, \\ c(t) = (1 - \alpha)f(k), \\ \dot{\eta}(t) = \gamma\eta(t)(1 - \eta(t)), & \eta(t) \equiv L(t)/L_{\max}, \\ \eta(t_0) = L_0/L_{\max}. \end{cases}$$

Дотримуючись логіки моделювання, розширену модель трудових ресурсів можна представити одним з таких видів:

$$\begin{aligned} \dot{L}(t) &= \gamma L(t) - \gamma_Z Z(t) + \gamma_C C(t), \quad \dot{L}(t) = \gamma L(t) \left(1 - \frac{L(t)}{\tilde{L}^0(Z, C)} \right), \\ \dot{K}(t) &= -\alpha K(t) + \rho Y(t), \quad K(t_0) = K_0, \\ \dot{L}(t) &= \gamma L(t) \ln \left(\frac{\tilde{L}^0(Z, C)}{L(t)} \right), \quad L(0) = L_0. \end{aligned} \tag{3}$$

У першому рівнянні константи γ_Z, γ_C — характеризують зміну чисельності населення (у тому числі у зв'язку зі зміною рівня смертності, рівня народжуваності і міграції) внаслідок екологічної ситуації і рівня споживання в регіоні. У другому і третьому — функція $\tilde{L}^0(Z, C)$ визначає зміну верхньої межі чисельності усього працюючого населення регіону. Окрема проблема полягає у визначенні виду функції $\tilde{L}^0(Z, C)$.

Динаміка усіх трудових ресурсів (ТР). Розглянемо тепер динаміку усіх трудових ресурсів, тобто, $L(t) = L_1(t) + L_2(t)$, де $L_1(t)$ і $L_2(t)$ — відповідно, об'єми кваліфікованого і некваліфікованого трудового капіталу, тобто трудового ресурсу.

Зростання об'єму кваліфікованої праці $L_1(t)$ моделюється ендегенне, тоді як зростання об'єму некваліфікованої робочої сили $L_2(t)$ передбачається екзогенним заданим:

$$\dot{L}_2(t) = \gamma L_2(t),$$

де γ — темп приросту чисельності трудового ресурсу: $\gamma \geq 0$. У роботі також розглянута модифікована логістична модель [3].

Нехай $\alpha_{L_1}^1(t)$ — доля кваліфікованої робочої сили, зайнятої в секторі НДОКР, причому $0 \leq \alpha_{L_1}^1(t) \leq 1$, а $\alpha_{L_1}^2(t)$ — доля кваліфікованої робочої сили (людського капіталу), зайнятого в освіті, причому $0 \leq \alpha_{L_1}^2(t) \leq 1$. Помітимо, що умова $0 \leq \alpha_{L_1}^1(t) + \alpha_{L_1}^2(t) < 1$ робить можливою наявність у $L(t)$ кваліфікованої робочої сили $L_1(t)$. Тому

$$L(t) = (1 - \alpha_{L_1}^1(t) - \alpha_{L_1}^2(t))L_1(t) + L_2(t). \quad (3^*)$$

Тоді отримаємо, що динаміка $L_2(t)$ визначається із співвідношення:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[L_2(t)] - \gamma L_2(t) = & -\frac{d}{dt}[(1 - \alpha_{L_1}^1(t) - \alpha_{L_1}^2(t))L_1(t)] + \\ & + \gamma(1 - \alpha_{L_1}^1(t) - \alpha_{L_1}^2(t))L_1(t) + \sigma_{L_2}(L_2, t)e_{L_2}(t). \end{aligned} \quad (3^{**})$$

Тут $\{e_{L_2}(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом, $\sigma_{L_2}(L_2, t)$ — коефіцієнт волатильності.

Рівняння динаміки природних ресурсів. Нехай $R(t)$ — допоміжні (супутні) ресурси. Моделі природних ресурсів складається з двох підсистем. Це обумовлено наявністю двох типів ресурсів: поновлюваних і не поновлюваних. Для моделювання поновлюваних ресурсів використовують моделі, аналогічні моделям праці, тобто модель Мальтуса, модель Ферхюльста, модель Гомперца, модель Монода, а також модель Лотки-Вольтерра, що враховує динаміку двох взаємно впливаючих ресурсів [1—3].

Облік дії інших підсистем соціально-еколого-економічної моделі приведе до розширення типової моделі поновлюваних ресурсів. Таке розширення можна провести шляхом додавання в модель додаткових змінних:

$$\frac{d}{dt}[R(t)] = \gamma_R R(t) + \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t) + \sigma_R(R, t) e_R(t), \quad R(0) = R_0. \quad (4)$$

Тут $\{e_R(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом, $\sigma_R(R, t)$ — коефіцієнт волатильності.

Модель не поновлюваних ресурсів на відміну від попередньої моделі не міститиме доданку, що враховує відновлення ($\gamma_R R(t)$), але враховуватиме розвідку нових родовищ:

$$\dot{R}(t) = d(K(t), L(t), R(t)) + \gamma_K K(t) - \gamma_L L(t) - Y(t), \quad R(0) = R_0, \quad (4^*)$$

де $d(K(t), L(t), R(t))$ — деяка функція, що визначає загальний об'єм витрат на розвідку природних ресурсів залежно від витраченого капіталу $K(t)$ і притягненої праці $L(t)$.

Рівняння динаміки потенціалу сектора НДОКР:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}[\phi(t)] - \delta_\phi \phi(t) = \\ & = G[\phi(t)]^{\gamma_1} \cdot [\alpha_{L_1}^1(t) L_1(t)]^{\gamma_2} \cdot [\alpha_K^1(t) K(t)]^{\gamma_3} [s(t)]^{\gamma_4} +, \quad (5) \\ & + \sigma_\phi(\phi, t) e_\phi(t) \end{aligned}$$

де $\phi(t)$ — запас знань і технологій в економіці — число винаходів, які не втратили свою актуальність до року t ; $\dot{\phi}(t)$ — приріст запасу знань в одиницю часу — число нових винаходів за рік t за вирахуванням застарілих; $L_1(t)$ — об'єм кваліфікованої (точніше — висококваліфікованого) праці (кваліфікована робоча сила з урахуванням кваліфікації, тобто твір числа кваліфікованих працівників $L_1(t)$ і рівень кваліфікації середнього працівника $h(t)$ тобто $h(t)L_1(t)$; $s(t)$ — соціальний індекс; δ_ϕ — темп вибуття знань у силу їх застарівання $\delta_\phi > 0$; $\alpha_{L_1}^1(t)$ — доля об'єму кваліфікованої праці, зайнятого в секторі НДОКР $0 \leq \alpha_{L_1}^1(t) \leq 1$; $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ — статечні параметри $0 \leq \gamma_1 \leq 1, 0 \leq \gamma_2 \leq 1, 0 \leq \gamma_3 \leq 1$; G — параметр масштабу: $G > 0$. Тут $\{e_\phi(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом $\sigma_\phi(\phi, t)$ — коефіцієнт волатильності.

Рівняння динаміки об'єму кваліфікованої праці сектора освіти:

$$\frac{d}{dt}[L_1(t)] - \delta_{L_1} L_1(t) = D [\phi(t)]^{\eta_1} \cdot [\alpha_{L_1}^2(t) L_1(t)]^{\eta_2} + \sigma_{L_1}(L_1, t) e_{L_1}(t), \quad (6)$$

де $\dot{L}_1(t)$ — приріст об'єму кваліфікованої праці в одиницю часу (різниця між знову створеною кваліфікованою працею і його вибуттям); $\alpha_{L_1}^2(t)$ — доля об'єму кваліфікованої праці, зайнятої в освіті $0 \leq \alpha_{L_1}^2(t) \leq 1, 0 \leq \alpha_{L_1}^1(t) + \alpha_{L_1}^2(t) \leq 1$; δ_{L_1} — темп вибуття кваліфікованої праці в силу припинення активної діяльності носієм кваліфікації $\delta_{L_1} > 0$; η_1, η_2 — степені параметри $0 \leq \eta_1 \leq 1, 0 \leq \eta_2 \leq 1$; D — параметр масштабу: $D > 0$. Тут $\{e_{L_1}(t), t \in T\}$ — білий шум з безперервним часом, $\sigma_{L_1}(L_1, t)$ — коефіцієнт волатильності.

Модель динаміки загального об'єму забруднень $Z(t)$. Загальна форма запису:

$$\frac{d}{dt}[Z(t)] + g(Z(t)) = f^*(C(t), K(t), L(t), R(t))(1 - \eta_c) + \sigma_Z(Z, t) e_Z(t), \quad (7)$$

$$Z(0) = Z_0,$$

де Y — обсяг «корисного» випуску, K — капітал, L — число працюючих (обсяг праця) C — об'єм споживання, Z — об'єм забруднень («шкідливий» вихід), I — інвестиції, R — інші ресурси.

Оскільки приріст (зростання) забруднення дорівнює різниці між об'ємом зробленого забруднення і об'ємом знищеного забруднення за рахунок безпосередньої боротьби з ним, так і в результаті природного спаду (асиміляція), динаміку забруднення в загальному вигляді можна описати таким диференціальним рівнянням [3]:

$$\frac{d}{dt}[Z(t)] = Z^+ - Z^-,$$

де для техногенного об'єкту (ТО): $Z^+ = \mathcal{H}(k)$, $Z^- = \lambda(1 - \alpha - \beta)f(k) + \delta z$, а для техногенної регіональної економіки в цілому (у разі взаємної незалежності ТО):

$$Z^+ = \sum_1^n \gamma_i f_i(k_i), \quad Z^- = \lambda \sum_1^n (1 - \alpha_i - \beta_i) f_i(k_i) + \delta z.$$

Рівняння екологічного індексу:

$$\frac{d}{dt}[z(t)] - \delta_z z(t) = E[\phi(t)]^{v_1} \cdot [\alpha_L^1(t)L(t)]^{v_2} [\alpha_K^2(t)K(t)]^{v_3} + \sigma_z(Z, t)e_z(t), \quad (7^*)$$

де $z(t)$ — екологічний індекс; $\dot{z}(t)$ — приріст екологічного індексу в одиницю часу; δ_z — темп зменшення екологічного індексу із-за забруднень довкілля $\delta_z > 0$; v_1, v_2, v_3 — статечні параметри $0 \leq v_1 \leq 1, 0 \leq v_2 \leq 1, 0 \leq v_3 \leq 1$; E — параметр масштабу: $E > 0$.

Рівняння соціального індексу:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[s(t)] - \delta_s s(t) = H[\phi(t)]^{v_1} \cdot [\varepsilon_L^1(t)L(t)]^{v_2} \times \\ \times [\varepsilon_K^2(t)K(t)]^{v_3} \cdot [\varepsilon_z^3(t)z(t)]^{v_4} + \sigma_s(s, t)e_s(t) \end{aligned} \quad (8)$$

де $\dot{s}(t)$ — приріст соціального індексу в одиницю години, δ_s — темп зменшення соціального індексу у зв'язку зі зростанням захворюваності населення, скороченням тривалості життя, збільшенням міри розшарування суспільства і інше, $\delta_s > 0$; v_1, v_2, v_3, v_4 — статечні параметри еластичності $0 \leq v_1 \leq 1, 0 \leq v_2 \leq 1, 0 \leq v_3 \leq 1, 0 \leq v_4 \leq 1$, H — параметр масштабу: $H > 0$.

Помітимо, що стан соціальної сфери залежить також і від екологічного стану.

Рівняння індексу НТП, який збільшує ефективність використання праці і капіталу у виробництві $\tau(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\tau(t)] + \delta_\tau \tau(t) = Q[\dot{\phi}(t) + \delta_\phi \phi(t)]^{\beta_1} [\dot{L}_1(t) + \delta_{L_1} L_1(t)]^{\beta_2} \\ [\dot{s}(t) + \delta_s s(t)]^{\beta_3} [\dot{z}(t) + \delta_z z(t)]^{\beta_4}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\dot{\tau}(t)$ — приріст індексу НТП, викликаний зміною числа передових виробничих технологій, які використовуються у виробництві, в одиницю часу, δ_τ — темп зменшення індексу НТП у зв'язку із застаріванням передових виробничих технологій $\delta_\tau > 0$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ — статечні параметри $0 \leq \beta_1 \leq 1, 0 \leq \beta_2 \leq 1, 0 \leq \beta_3 \leq 1, 0 \leq \beta_4 \leq 1$; Q — параметр масштабу: $Q > 0$.

Заметимо, що $\tau(t)$ — індекс НТП, залежний від числа передових виробничих технологій $w(t)$, використовуваних у виробництві, наприклад, $\tau(t) = [w(t)]^d$, де $d - const$.

Модель динаміки інвестицій $I(t)$. Якщо, наприклад, випуск визначається як $Y = F(K, L)$, $Y = I + C$, то модифікована модель динаміки фондів з урахуванням запізнювання інвестиційних потоків (з розподіленим лагом і коли функції ядра $h(t - \tau) = h_0 \exp(-r(t - \tau))$, тобто для стаціонарного випадку) прикмет такий вид [3]:

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + I_h(t) - C(t) - D(t) - B(t) - \sigma_K(K, t)e_K(t), & K(0) = K_0, \\ \dot{I}_h = -rI_h + h_0 I_0 - \sigma_{I_h}(I_h, t)e_{I_h}(t), & I_h(t_0) = h_0 I(t_0). \end{cases} \text{ чи}$$

$$\begin{cases} \dot{k} = -(\mu + \nu)k + i_h(t), & k(0) = k_0, \\ \frac{di_h}{dt} = -(r + \mu + \nu)i_h + h_0 f(k), & i_h(0) = i_{h0}, \\ c = (1 - \rho)f(k), & (\rho \equiv \alpha). \end{cases} \quad (10)$$

При цьому помітимо, що потік інвестицій також є стохастичним процесом. Тут, як і раніше: C — об'єм споживання, D — витрати на моніторинг і скорочення забруднень.

Відмітимо, що в статистиці можна скористатися також формулою $I(t) = e^{\omega t} F(K(t), L(t), R(t))$.

Модель динаміки споживання. При аналізі і побудові траєкторії споживання вважатимемо, що приріст об'єму споживання за період $[t, t + dt]$ можна визначити так [8, 9]:

$$dC(t) = A(t)K(t)dt - (1 - \alpha)K(t)dt + A(t)K(t)W_C(t). \quad (11)$$

Випадкові процеси, що враховуються в рівняннях системи є приростами вінерівських процесів, розподіленими за нормальним законом з середнім, рівним нулю і дисперсією, пропорційній тривалості даного тимчасового інтервалу.

Інтегральна модель. Отже, у результаті комплексної формалізації отримаємо один з варіантів інтегральної соціально-еколого-економічної і інноваційної моделі динаміки у вигляді такої системи рівнянь:

$$\frac{d}{dt} \Phi_j(\circ) = \alpha_j \Phi_j^+(\circ) - \beta_j \Phi_j^-(\circ) + \sigma_j(\Phi_j, t) dW_{jt},$$

$$\frac{d}{dt}[K(t)] + \alpha K(t) = I(t) - C(t) - D(t) - B(t) - \alpha K(t) W_K(t), \text{ аёо}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[K(t)] + \alpha K(t) = e^{\omega t} F(K(t), L(t), R(t)) - C(t) - D(t) - B(t) + \\ + \sigma_k(K, t) e_k(t), \quad K(0) = K_0, \end{aligned}$$

$$Y = F(K, L, R, e_Y(t)) = \left[\beta_1 K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_2 L^{\frac{\delta-1}{\delta}} + \beta_3 R^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}} + \sigma_Y(Y, t) e_Y(t)$$

$$\begin{aligned} \text{аёо} \quad Y(t) = A \tau(t) \left[(1 - \alpha_K^1(t) - \alpha_K^2(t) - \alpha_K^3(t)) K(t) \right]^{\alpha_1} \times \\ \times \left[(1 - \alpha_{L_2}^1(t) - \alpha_{L_2}^2(t)) L_2(t) \right]^{\alpha_2} + \sigma_Y(Y, t) e_Y(t), \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}[L(t)] - \gamma_L(t) = -\gamma_Z Z(t) + \gamma_C C(t) + \sigma_L(L, t) e_L(t), \quad L(0) = L_0,$$

$$\frac{d}{dt}[R(t)] - \gamma_R R(t) = \gamma_K K(t) - Y(t) - \gamma_L L(t) + \sigma_R(R, t) e_R(t), \quad R(0) = R_0 \quad \text{чи}$$

$$\frac{d}{dt}[R(t)] - d(K(t), L(t), R(t)) = \gamma_K K(t) - \gamma_L L(t) - Y(t) + \sigma_R(R, t) e_R(t),$$

$$\frac{d}{dt}[Z(t)] + g(Z(t)) = f^*(c, K, L, R)(1 - \eta c) + \sigma_Z(Z, t) e_Z(t), \quad Z(0) = Z_0,$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[\dot{\phi}(t)] - \delta_{\phi} \phi(t) = G[\phi(t)]^{\gamma_1} \cdot \left[\alpha_{L_1}^1(t) L_1(t) \right]^{\gamma_2} \cdot \left[\alpha_K^1(t) K(t) \right]^{\gamma_3} \times \\ \times [s(t)]^{\gamma_4} + \sigma_{\phi}(\phi, t) e_{\phi}(t), \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}[L_1(t)] - \delta_{L_1} L_1(t) = D[\phi(t)]^{\eta_1} \cdot \left[\alpha_{L_1}^2(t) L_1(t) \right]^{\eta_2} + \sigma_{L_1}(L_1, t) e_{L_1}(t),$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}[s(t)] - \delta_s s(t) = H[\phi(t)]^{v_1} \cdot [\varepsilon_L^1(t) L(t)]^{v_2} \cdot [\varepsilon_K^2(t) K(t)]^{v_3} \times \\ \times [\varepsilon_z^3(t) z(t)]^{v_4} + \sigma_s(s, t) e_s(t), \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt}[\tau(t)] + \delta_\tau \tau(t) = Q[\dot{\phi}(t) + \delta_\phi \phi(t)]^{\beta_1} [\dot{L}_1(t) + \delta_{L_1} L_1(t)]^{\beta_2} \times \\ \times [\dot{s}(t) + \delta_s s(t)]^{\beta_3} [\dot{z}(t) + \delta_z z(t)]^{\beta_4},$$

$$\frac{d}{dt}[K(t)] = -\alpha K + I_h(t) - C(t) - D(t) - B(t) - \sigma_K(K, t)e_K(t), \quad K(0) = K_0,$$

$$\frac{d}{dt}[I_h(t)] = -rI_h + h_0I_0 - \sigma_{I_h}(I_h, t)e_{I_h}(t), \quad I_h(t_0) = h_0I(t_0)$$

$$dC(t) = A(t)K(t)dt - (1 - \alpha)K(t)dt + A(t)K(t)W_C(t).$$

де $Y(t)$ — обсяг «корисного» випуску, $K(t)$ — капітал, $L(t)$ — число працюючих, $C(t)$ — об'єм споживання, $Z(t)$ — об'єм забруднень («шкідливий» вихід), $I(t)$ — інвестиції, $R(t)$ — інші ресурси, $D(t)$ — витрати на заходи по зниженню забруднень і моніторинг, $B(t)$ — витрати на забезпечення безпеки і сталого розвитку.

Висновки. На базі використання сучасних методів, моделей, інформаційних і інноваційних технологій з метою прогнозування стану нелінійної динаміки еколого-економічних і соціально-гуманітарних систем розроблено і досліджено інтегровані стохастичні моделі об'єктів і процесів, придатні для умов системних криз. У роботі розглянуто аспект інтеграції багатьох сфер і секторів діяльності сучасних складних систем типа СЕЕГС, які функціонують і розвиваються в складних умовах нелінійності, нестабільності і криз.

У результаті комплексної формалізації отриманий один з варіантів інтегральної соціально-еколого-економічної і інноваційної нелінійної моделі динаміки у вигляді системи диференціальних і функціональних стохастичних рівнянь. Перспективою подальших досліджень є представлення запропонованої інтегральної моделі у фазовому просторі з рівняннями спостережень, розробка фільтрів і алгоритмів оптимального управління.

Література

1. Рамазанов С. К., Сергієнко А. В. Соціо-еколого-економічне моделювання та управління техногенним регіональним виробництвом в

умовах кризи. — С. 199—218; Моделювання та інформаційні технології в дослідженні соціально-економічних систем: теорія і практика: Монографія / Колектив авторів // Під ред. д.е.н., проф. В. С. Пономаренко, д.е.н., проф. Т. С. Клебанова. — Бердянськ, 2014. — 604 с.

2. *Рамазанов С. К.* Моделювання соціально-еколого-економічної динаміки в нестабільному середовищі / С. К. Рамазанов // Інформатика та системні науки (ІСН-2015): матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю (м. Полтава, 19–21 берез. 2015 р.). — Полтава: ПУЕТ, 2015. — С. 56—62.

3. *Рамазанов С. К.* Інструменти еколого-економічного управління підприємством: Монографія / С. К. Рамазанов. — Донецьк: ТОВ «Юго-Восток, Лтд», 2008. — 351 с.

4. *Рамазанов С. К., Бурбело О. А., Вітлінський В. В. та ін.* Ризики, безпека, кризи і сталий розвиток в економіці: методології, моделі, методи управління та прийняття рішень: Монографія / Під заг. ред. проф. С.К. Рамазанова. — Луганськ: Вид-во «Ноулідж», 2012. — 948 с.

5. *Григор'єв В. С.* Моделювання багатосекторної еколого-економічної системи // Кібернетика і системний аналіз. — 1999. — № 3. — С. 147—157.

6. *Колемаєв В. А.* Економіко-математичне моделювання. Моделювання макроекономічних процесів і систем: підруч. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005. — 295 с.

7. *Краєс М. С., Чуприна Б. П.* Математичні методи і моделі для магистрантів економіки: навч. посіб. — СПб.: Питер, 2006. — 346 с.

8. *Острем К.* Введення в стохастичну теорію управління. — М.: Світ, 1970. — 326 с.

9. *Соловйов В. І.* Економіко-математичне моделювання ринку програмного забезпечення: монографія / В. І. Соловйов; ГУУ. — М.: Вега-Інфо, 2009. — 176 с.

10. *Вагапова Я. Я.* Моделирование экономического роста с учетом экологического и социального факторов / Я. Я. Вагапова. — М.: МАКС Пресс, 2007. — 128 с.

References

1. *Ramazanov S. K., Sergy'enko A. V. Socio-ekologo-ekonomy'cheskoe modely'rovany'e y' upravleny'e tekhnogenym regy'onaly'm proyzvodstvom v uslovy'ях kry'zy'sa* [Socio-ecological and ekonomy'cheskoe Modeling and Management tehnogenic regionaly production in terms crisis]. — P. 199—218; *Modely'rovany'e y' y'nformacy'onny'e tekhnology'y' v y'ssledovany'y' socy'al'no- ekonomy'chesky'x sy'stem: teory'a y' prakty'ka*: Monografy'ya [Modeling and Information Technology Research in the socio-economic systems: Theory and Practice: monograph] / Kollekt'yv avtorov. // Ed. prof.

V.S. Ponomarenko, prof. T.S. Klebanovaya. — Berdyansk, 2014. — 604 p.: [in Ukrainian].

2. Ramazanov S. K. *Modelyuvannya social'ne-ekologo-ekonomichnoyi dy'namiky' v nestabil'nomu seredovy'shhi* [Modeling of social-ecological-economic dynamics in an unstable environment] / S. K. Ramazanov // Information and System Science (CCI 2015): Proceedings of VI All-Ukrainian scientific-practical conference with international participation, (c. Poltava, 19—21 Mar. 2015). — Poltava: PUET, 2015. — P. 56—62. [in Ukrainian].

3. Ramazanov S. K. *Y'nstrumenty' ekologo-ekonomy'cheskogo upravleny'ya predpry'yaty'em. Monografy'ya* [Instruments eco-economic enterprise management: Monograph] / S. K. Ramazanov. — Donetsk: Yugo-Vostok, Ltd, 2008. — 351 p.

4. Ramazanov S. K., Burbelo O. A., Vitlins'ky'j V. V. y' dr. *Ry'zy'ky', bezpeka, kry'zy' i stal'y'j rozvy'tok v ekonomici: metodologiyi, modeli, metody' upravlinnya ta pry'jnyattya rishe'n'. Monografiya* [Risks, safety, crisis and sustainable development of the economy, methodologies, models, methods of management and decision making: Monograph] / Under total Ed. prof. S.K. Ramazanov. — Lugansk: Noulidzh, 2012. — 948 p.: [in Ukrainian].

5. Gry'gorky'v V. S. *Modely'rovany'e mnogosektoornoj ekologo- ekonomy'cheskoj sy'stemy* [Modeling of multi-sector environmental and economic systems] // Cybernetics and Systems Analysis. — 1999. — No 3. — P. 147—157: [in Ukrainian].

6. Kolemaev V. A. *Ekonomy'ko-matematy'cheskoe modely'rovany'e Modely'rovany'e makroekonomy'chesky'x processov y' sy'stem: uchebny'k* [Economic-mathematical modeling. Modeling of macroeconomic processes and systems: a tutorial]. — M.: UNITY-DANA, 2005. — 295 p.: [in Russian].

7. Krass M. S., Chur'gynov B. P. *Matematy'chesky'e metody y' modely' dlya magy'strantov ekonomy'ky': ucheb. posoby'e* [Mathematical methods and models for undergraduates economy: Textbook]. — SPb.: Peter, 2006. — 346 p.: [in Russian].

8. Ostrem K. *Vvedeny'e v stoxasty'cheskuyu teory'yu upravleny'ya* [Introduction to stochastic control theory]. — M.: Mir, 1970. — 326 p.: [in Russian].

9. Solov'ev V. Y'. *Ekonomy'ko-matematy'cheskoe modely'rovany'e rynka programnogo obespecheny'ya: monografy'ya* [Economic-mathematical modeling of the software market: Monograph] / V. I. Soloviev; SUM. — M.: Vega info, 2009. — 176 p.: [in Russian].

10. Vagapova Ya. Ya. *Modely'rovany'e ekonomy'cheskogo rosta s uchetom ekolo-gy'cheskogo y' socy'al'nogo faktorov* [Design of the economy growing taking into account ecological and social factors] / Ya. Ya. Vagapova. — M.: MAX Press, 2007. — 128 p.: [in Russian].

Статтю подано до редакції 17.10.2016 р.