

Тож ми бачимо, що показники обсягів торгівлі на біржовому ринку продовжують зростати, не дивлячись на незначне зниження загального обсягу торгів у 2016 році.

На даному етапі ринок депозитних сертифікатів виділяється серед інших сегментів боргових зобов'язань високорозвинутою кон'юктурою. Це спричинено багатьма факторами, серед яких можна виділити високу ліквідність, надійність, прибутковість та можливість вільної передачі протягом періоду дії сертифікату. Активний розвиток цього ринку зумовлений різким знеціненням національної валюти та загостренням конкурентної боротьби серед комерційних банків.

Список використаних джерел:

1. Офіційний сайт законів України [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/3480-15/page2>
2. Офіційний сайт національної комісії з цінних паперів та фондового ринку [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://old.nssmc.gov.ua/activities/annual>

ДОСЛІДЖЕННЯ ЛАГОВИХ ЯВИЩ ТА ОЦІНЮВАННЯ РИЗИКУ В КОНТЕКСТІ ЕВОЛЮЦІЇ МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ НА ПІДґРУНТІ МАТРИЧНОЇ ЛІНІЙНОЇ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ

Науково-дослідна група:

Вітлінський Вальдемар Володимирович,

Коляда Юрій Васильович,

Рожок Тимур Олександрович

*Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана, Україна*

У продовження дослідження [1, с. 30-40] розглядається лагова матрична модифікація моделі Харрода-Домара із споживанням, що зростає з постійним темпом:

$$Y'(t) = A \cdot Y(t - \tau) + B, \quad (1)$$

де $Y'(t)$ – похідна $Y(t)$ по часу t , $Y(t)$ – вектор змінних моделі у момент t , A – матриця коефіцієнтів лінійних взаємозв'язків змінних, $\tau \geq 0$ – усереднене запізнення, B – вектор незалежного приросту змінних.

З метою проведення обчислювального експеримента модель (1) переписується:

$$Y'(t) = (E + \tau \cdot A)^{-1} \cdot A \cdot Y(t) + (E + \tau \cdot A)^{-1} \cdot B, \quad (2)$$

де E – одинична матриця.

Аналітичний розв'язок моделі (2) має наступний вид:

$$Y(t) = e^{(E+\tau \cdot A)^{-1} \cdot A \cdot t} \cdot Y_0 + (E + \tau \cdot A)^{-1} \cdot (e^{(E+\tau \cdot A)^{-1} \cdot A \cdot t} - E) \cdot B \quad (3)$$

Динаміка змінних системи рівнянь (3) залежить від конкретних значень параметрів A , Y_0 , B і τ . Значення вектору Y_0 встановлюються на рівні статистичних значень показників для першого періоду спостережень. Для знаходження оптимальних значень інших трьох параметрів з метою забезпечення найкращої апроксимації цільової динаміки було використано модифікацію методу найменших квадратів (МНК), відому як алгоритм Левенберга–Марквардта. Порівняно з класичним МНК, даний алгоритм проявляє більшу стійкість в околі однієї з точок виродження розрахункової матриці. Він записується наступним чином [4, с. 39]:

$$\Delta \theta = J^T (J \cdot J^T + \lambda^2 I)^{-1} e, \quad (4)$$

де $\Delta \theta$ – вектор розмірності $p \times 1$, що представляє зміну параметрів системи, що оптимізуються, $J = \{J_{ij}\} = \{\partial e_i / \partial \theta_j\}$ – матриця Якобі розмірності $m \times p$, $\lambda \geq 0$ – демпфуюча константа, e – вектор помилок по кожному із критеріїв оптимізації розмірності $m \times 1$, m – кількість критеріїв оптимізації, p – кількість параметрів системи, що оптимізуються.

У розгляданій задачі оптимізації в якості помилки обрано суму квадратів відхилень розрахункових значень від цільових. У зв'язку з нелінійним характером динаміки змінних моделі (3), для знаходження достатнього наближення виникає необхідність в ітеративному процесі на базі (4). Наприкінці кожної ітерації отриманий вектор $\Delta \theta$ сумується з вектором θ значень параметрів моделі (3), що підлягають оптимізації:

$$\theta = \{a_{11} \quad a_{12} \quad a_{21} \quad a_{22} \quad b_1 \quad b_2 \quad \tau\}, \quad (5)$$

де $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ – значення скалярних компонент матриці A , b_1, b_2 – відповідні значення вектору B , τ – величина лагу.

Для апробації моделі (3) на прикладі економіки України було обрано систему координат «ВВП – податки». Такий вибір обґрунтовується важливістю ролі, яку відіграє держава в еволюції національної економіки. Зазначена двовимірна система дозволяє більш цілісно описати об'єкт дослідження порівняно з класичною одновимірною моделлю Харрода-Домара.

В якості статистичної бази для моделювання було використано дані про обсяги ВВП та доходи до зведеного державного бюджету України за 1996-2016 рр. у цінах 1996 року, отримані на основі [2], [3]. Статистичні дані були нормалізовані по найменшому значенню ВВП. Їх динаміка представлена на рис. 1.

Розв'язок задачі оптимізації на підґрунті методу (4) було реалізовано у програмному середовищі Mathcad 14. Для відтворення цільової динаміки

моделі (3) використано наступні значення параметрів оптимізаційного алгоритму: $\theta_0 = \{0.15 \quad -0.10 \quad 0.05 \quad -0.05 \quad 0.85 \quad 0.0 \quad 2.5\}$ – початковий вектор значень параметрів моделі (3), $\tau = 2.5$ – початкова величина лагу, $\lambda = 0.1$ – демпфуюча константа, $h = 0.00001$ – крок числового розрахунку елементів матриці Якобі.

У результаті проведення 211 ітерацій методу (4) отримано наступний вектор оптимізованих значень параметрів моделі (числа округлені до 3-го знаку після коми):

$$\theta_{211} = \{-0.047 \quad -0.398 \quad 0.080 \quad -0.308 \quad 0.134 \quad -0.119 \quad 2.462\}, \quad (6)$$

Підставивши значення параметрів (6) в аналітичний розв’язок (3) динамічної моделі (2), отримуємо числові закономірності (7), якими описується еволюція макроекономічної динаміки України у координатах «ВВП – податки» за 1996-2016 роки.

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ g(t) \end{pmatrix} = \exp \left\{ \begin{pmatrix} 0.164 & -0.979 \\ 0.196 & -0.478 \end{pmatrix} \cdot t \right\} \cdot \begin{pmatrix} 1.053 \\ 0.390 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.595 & 2.410 \\ -0.483 & 2.177 \end{pmatrix} \cdot \left[\exp \left\{ \begin{pmatrix} 0.164 & -0.979 \\ 0.196 & -0.478 \end{pmatrix} \cdot t \right\} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0.134 \\ -0.119 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

де $y(t)$ – значення обсягу ВВП у момент часу t , $g(t)$ – значення обсягу податків у момент часу t , $\exp\{\dots\}$ – експонента матриці, $t \geq 0$ – розглядуваний момент часу.

Динаміка розрахункових значень ВВП та податків, отриманих для періоду 1996-2016 рр. ($t \in [0; 20]$), а також їх прогнозованих значень на 2017-2019 рр. ($t \in [21; 23]$), отриманих на підґрунті (7), представлена на рис. 1.

Для більш ґрунтового аналізу української економіки доцільно оцінювати ризик по кожній із координат моделі (7) за наступною формулою:

$$r_*^{(j)} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{(m_k^{(j)})^2 - (m_g^{(j)})^2}{(m_a^{(j)})^2}}, \quad (8)$$

де $r_*^{(j)} \in [0; 1]$ – величина ризику для j -того показника, $j = \overline{1, s}$, s – кількість показників, $m_k^{(j)}$ – середнє квадратичне, $m_g^{(j)}$ – середнє геометричне, $m_a^{(j)}$ – середнє арифметичне.

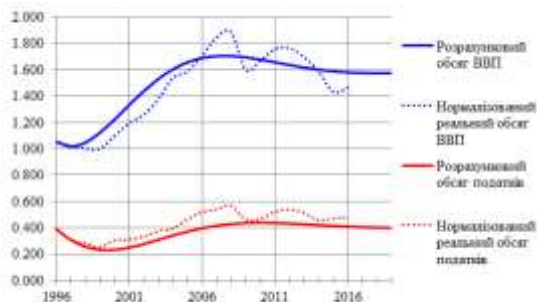


Рис. 1. Динаміка розрахункових та нормалізованих значень ВВП і доходів до державного бюджету України за 1996-2019 рр.

*Дані сформовано авторами

За формулою (8) з використанням значень показників моделі (7), розрахованих для періоду 1996-2016 рр., отримано наступні величини ризику: $r_*^{(1)} = 0.330$ – для ВВП, $r_*^{(2)} = 0.418$ – для податків. Для періоду 1996-2019 рр., що включає прогнозовані значення показників на майбутні роки, ризик набуває значень $r_*^{(1)} = 0.311$ і $r_*^{(2)} = 0.395$ для ВВП та податків відповідно. Незважаючи на критичні значення ризику, наведені результати вказують на очікуване його зниження – збільшення стійкості динаміки розвитку української економіки у найближчі роки.

Список використаних джерел:

1. Вітлінський В.В., Кодяда Ю.В., Бондар В.А. Матричне узагальнення класичної моделі Харрода-Домара. Прикладні аспекти прогнозування розвитку складних соціально-економічних систем: монографія / ред. О. І. Черняка, П. В. Захарченка. Бердянськ: Видавець Ткачук О. В., 2015., С. 30-40.
2. Офіційний веб-сайт Державної казначейської служби України. URL: <http://www.treasury.gov.ua/main/uk/doccatalog/list?currDir=146477> (дата звернення: 15.11.2017).
3. Офіційний веб-сайт Державної служби статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua> (дата звернення: 15.11.2017).
4. Buss, Samuel R., and Kim, Jin-Su. Selectively Damped Least Squares for Inverse Kinematics. In Journal of Graphics Tools. 2015. Vol. 10, No. 3, P. 37–49.